**​2017年安徽省合肥市高考数学（文科)一模试卷（含解析）**

**一、选择题：本题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．（5分）（2017•合肥一模）若集合P={x∈R|x＞0}，Q={x∈Z|（x+1）（x﹣4）＜0}，则P∩Q=（　　）

A．（0，4） B．（4，+∞） C．{1，2，3} D．{1，2，3，4}

【考点】1E：交集及其运算．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；37 ：集合思想；4O：定义法；5J ：集合．

【分析】先分别求出集合P和A，由此利用交集定义能求出P∩Q．

【解答】解：∵集合P={x∈R|x＞0}，

Q={x∈Z|（x+1）（x﹣4）＜0}={0，1，2，3}，

∴P∩Q={1，2，3}．

故选：C．

【点评】本题考查交集的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意交集定义的合理运用．

2．（5分）（2017•合肥一模）设i为虚数单位，复数菁优网-jyeoo的虚部是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．1 D．﹣1

【考点】A5：复数代数形式的乘除运算．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；4A ：数学模型法；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】直接由复数代数形式的乘除运算化简复数z得答案．

【解答】解：∵菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴复数菁优网-jyeoo的虚部是：菁优网-jyeoo．

故选：B．

【点评】本题考查了复数代数形式的乘除运算，考查了复数的基本概念，是基础题．

3．（5分）（2017•合肥一模）执行如图所示的程序框图，则输出的n的值为（　　）

A．3 B．4 C．5 D．6

【考点】EF：程序框图．菁优网版权所有

【专题】38 ：对应思想；4B ：试验法；5K ：算法和程序框图．

【分析】执行程序框图，写出每次循环得到的k，n的值，当有k＜菁优网-jyeoo时退出循环，输出n的值．

【解答】解：执行程序框图，如下；

k=5，n=1，不满足条件k＜菁优网-jyeoo；

k=3，n=2，满足条件k＜菁优网-jyeoo；

k=2，n=3，不满足条件k＜菁优网-jyeoo；

k=菁优网-jyeoo，n=4，不满足条件k＜菁优网-jyeoo；

k=菁优网-jyeoo，n=5，满足条件k＜菁优网-jyeoo；

退出循环，输出n=5．

故选：C．

【点评】本题主要考查了程序框图和算法的应用问题，属于基础题．

4．（5分）（2017•合肥一模）若将函数y=sin2x的图象向左平移菁优网-jyeoo个单位，则平移后的图象（　　）

A．关于点菁优网-jyeoo对称 B．关于直线菁优网-jyeoo对称

C．关于点菁优网-jyeoo对称 D．关于直线菁优网-jyeoo对称

【考点】HJ：函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；57 ：三角函数的图像与性质．

【分析】利用函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换规律，正弦函数的图象的对称性，得出结论．

【解答】解：将函数y=sin2x的图象向左平移菁优网-jyeoo个单位，则平移后得到y=sin2（x+菁优网-jyeoo）=sin（2x+菁优网-jyeoo）的图象，

令2x+菁优网-jyeoo=kπ，可得x=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，故函数的图象的对称中心为（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，0），k∈Z，故排除A、C；

令2x+菁优网-jyeoo=kπ+菁优网-jyeoo，可得x=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，故函数的图象的对称轴方程为 x=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，k∈Z，故排除B，

故选：D．

【点评】本题主要考查函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换规律，正弦函数的图象的对称性，属于基础题．

5．（5分）（2017•合肥一模）若实数x，y满足约束条件菁优网-jyeoo，则x﹣2y的最大值为（　　）

A．﹣9 B．﹣3 C．﹣1 D．3

【考点】7C：简单线性规划．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；35 ：转化思想；5T ：不等式．

【分析】作出不等式组表示的平面区域；作出目标函数对应的直线；结合图象知当直线过B（2，3）时，z最小，当直线过A时，z最大．

【解答】解：画出不等式菁优网-jyeoo表示的平面区域：

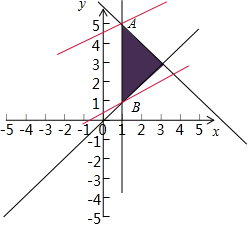
将目标函数变形为z=x﹣2y，作出目标函数对应的直线，

直线过B时，直线的纵截距最小，z最大，

由：菁优网-jyeoo，

可得B（1，1），z最大值为﹣1；

故选：C．



【点评】本题考查画不等式组表示的平面区域、考查数形结合求函数的最值．

6．（5分）（2017•合肥一模）已知双曲线菁优网-jyeoo的两条渐近线分别与抛物线y2=2px（p＞0）的准线交于A，B两点，O为坐标原点，若△OAB的面积为1，则p的值为（　　）

A．1 B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．4

【考点】KC：双曲线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】求出双曲线菁优网-jyeoo的两条渐近线方程与抛物线y2=2px（p＞0）的准线方程，进而求出A，B两点的坐标，再由△AOB的面积为1列出方程，由此方程求出p的值．

【解答】解：双曲线菁优网-jyeoo的两条渐近线方程是y=±2x，

又抛物线y2=2px（p＞0）的准线方程是x=﹣菁优网-jyeoo，

故A，B两点的纵坐标分别是y=±p，

又△AOB的面积为1，∴菁优网-jyeoo=1，

∵p＞0，∴得p=菁优网-jyeoo．

故选B．

【点评】本题考查圆锥曲线的共同特征，解题的关键是求出双曲线的渐近线方程，解出A，B两点的坐标，列出三角形的面积与离心率的关系．

7．（5分）（2017•沈阳二模）祖暅原理：“幂势既同，则积不容异”．它是中国古代一个涉及几何体体积的问题，意思是两个同高的几何体，如在等高处的截面积恒相等，则体积相等．设A、B为两个同高的几何体，p：A、B的体积不相等，q：A、B在等高处的截面积不恒相等，根据祖暅原理可知，p是q的（　　）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

【考点】2L：必要条件、充分条件与充要条件的判断．菁优网版权所有

【专题】5F ：空间位置关系与距离；5L ：简易逻辑．

【分析】由p⇒q，反之不成立．即可得出．

【解答】解：由p⇒q，反之不成立．

∴p是q的充分不必要条件．

故选：A．

【点评】本题考查了祖暅原理、简易逻辑的判定方法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

8．（5分）（2017•鹰潭二模）△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，若菁优网-jyeoo，bcosA+acosB=2，则△ABC的外接圆的面积为（　　）

A．4π B．8π C．9π D．36π

【考点】HR：余弦定理；HP：正弦定理．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；49 ：综合法；58 ：解三角形．

【分析】由余弦定理化简已知等式可求c的值，利用同角三角函数基本关系式可求sinC的值，进而利用正弦定理可求三角形的外接圆的半径R的值，利用圆的面积公式即可计算得解．

【解答】解：∵bcosA+acosB=2，

∴由余弦定理可得：b×菁优网-jyeoo+a×菁优网-jyeoo=2，整理解得：c=2，

又∵菁优网-jyeoo，可得：sinC=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴设三角形的外接圆的半径为R，则2R=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=6，可得：R=3，

∴△ABC的外接圆的面积S=πR2=9π．

故选：C．

【点评】本题主要考查了余弦定理，同角三角函数基本关系式，正弦定理，圆的面积公式在解三角形中的应用，考查了计算能力和转化思想，属于基础题．

9．（5分）（2017•合肥一模）设圆x2+y2﹣2x﹣2y﹣2=0的圆心为C，直线l过（0，3）与圆C交于A，B两点，若菁优网-jyeoo，则直线l的方程为（　　）

A．3x+4y﹣12=0或4x﹣3y+9=0 B．3x+4y﹣12=0或x=0

C．4x﹣3y+9=0或x=0 D．3x﹣4y+12=0或4x+3y+9=0

【考点】J9：直线与圆的位置关系．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；49 ：综合法；5B ：直线与圆．

【分析】当直线l的斜率不存在时，直线l的方程为x=0，满足条件；当直线AB的斜率存在时，设直线AB的方程为y=kx+3，求出圆半径r，圆心C（1，1）到直线y=kx+3的距离d，由d2+（菁优网-jyeoo）2=r2，能求出直线l的方程．

【解答】解：当直线l的斜率不存在时，直线l的方程为x=0，

联立菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo，

∴|AB|=2菁优网-jyeoo，成立．

当直线AB的斜率存在时，设直线AB的方程为y=kx+3，

∵圆x2+y2﹣2x﹣2y﹣2=0的圆心为C，直线l与圆C交于A，B两点，菁优网-jyeoo，

∴圆半径r=菁优网-jyeoo=2，

圆心C（1，1）到直线y=kx+3的距离d=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∵d2+（菁优网-jyeoo）2=r2，∴菁优网-jyeoo+3=4，解得k=﹣菁优网-jyeoo，

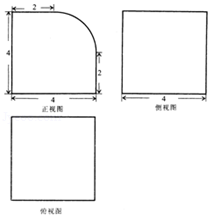
∴直线AB的方程为y=﹣菁优网-jyeoo+3，即3x+4y﹣12=0．

综上，直线l的方程为3x+4y﹣12=0或x=0．

故选：B．

【点评】本题考查直线方程的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意直线方程、圆、点到直线距离公式等知识点的合理运用．

10．（5分）（2017•合肥一模）一个几何体的三视图如图所示（其中正视图的弧线为四分之一圆周），则该几何体的表面积为（　　）



A．72+6π B．72+4π C．48+6π D．48+4π

【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；5F ：空间位置关系与距离；5Q ：立体几何．

【分析】由已知中的三视图，可得该几何体是一个以正视图为为底面的柱体，由柱体表面积公式，可得答案．

【解答】解：由已知中的三视图，可得该几何体是一个以正视图为为底面的柱体，

（也可以看成一个凹六棱柱与四分之一圆柱的组合体），

其底面面积为：4×4﹣2×2+菁优网-jyeoo=12+π，

底面周长为：4+4+2+2+菁优网-jyeoo=12+π，

柱体的高为4，

故柱体的表面积S=（12+π）×2+（12+π）×4=72+6π，

故选：A

【点评】本题考查的知识点是棱柱的体积和表面积，圆柱的体积和表面积，简单几何体的三视图，难度中档．

11．（5分）（2017•合肥一模）从区间[﹣2，2]中随机选取一个实数a，则函数f（x）=4x﹣a•2x+1+1有零点的概率是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】CF：几何概型．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5I ：概率与统计．

【分析】找出函数f（x）有零点时对应的区域长度的大小，再将其与a∈[﹣2，2]，表示的长度大小代入几何概型的计算公式进行解答．

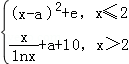
【解答】解：函数f（x）=4x﹣a•2x+1+1有零点，即4x﹣a•2x+1+1=0有解，即a=菁优网-jyeoo，

∵从区间[﹣2，2]中随机选取一个实数a，∴函数f（x）=4x﹣a•2x+1+1有零点时，1≤a≤2，区间长度为1，

∴函数f（x）=4x﹣a•2x+1+1有零点的概率是菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选：A．

【点评】本题主要考查了几何概型、二次函数的性质．几何概型的概率估算公式中的“几何度量”，可以为线段长度、面积、体积等，而且这个“几何度量”只与“大小”有关，而与形状和位置无关．

12．（5分）（2017•合肥一模）设函数f（x）=，（e是自然对数的底数），若f（2）是函数f（x）的最小值，则a的取值范围是（　　）

A．[﹣1，6] B．[1，4] C．[2，4] D．[2，6]

【考点】3H：函数的最值及其几何意义．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】x≤2时，函数的对称轴为x=a，可确定a≥2，再利用f（e）是函数的极小值，f（e）≥f（2），即可求出a 的范围．

【解答】解：x≤2时，函数的对称轴为x=a，∵f（2）是函数f（x）的最小值，∴a≥2．

x＞2，f（x）=菁优网-jyeoo+a+10，f′（x）=菁优网-jyeoo，x∈（2，e），f′（x）＜0，x∈（2，+∞），f′（x）＞0，∴f（e）是函数的极小值，

∵f（2）是函数f（x）的最小值，

∴f（e）≥f（2），∴1≤a≤6，

∴1≤a≤6．

故选：D．

【点评】本题考查函数的最值，考查导数知识的综合运用，确定函数的单调性是关键．

**二、填空题：本题共4小题，每小题5分．**

13．（5分）（2017•合肥一模）某同学一个学期内各次数学测验成绩的茎叶图如图所示，则该组数据的中位数是　83　．



【考点】BA：茎叶图．菁优网版权所有

【专题】31 ：数形结合；4O：定义法；5I ：概率与统计．

【分析】根据茎叶图中的数据，求出它们的中位数即可．

【解答】解：根据茎叶图知，该组数据为

65，72，73，79，82，84，85，87，90，92；

排在中间的两个数是82和84，

所以这组数据的中位数是菁优网-jyeoo=83．

故答案为：83．

【点评】本题考查了利用茎叶图中的数据求中位数的应用问题，是基础题．

14．（5分）（2017•合肥一模）若非零向量菁优网-jyeoo，b满足|菁优网-jyeoo|=1，|菁优网-jyeoo|=2，且（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）⊥（3菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo），则菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo的夹角余弦值为　菁优网-jyeoo　．

【考点】9R：平面向量数量积的运算．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；41 ：向量法；5A ：平面向量及应用．

【分析】运用向量垂直的条件：数量积为0，以及数量积的性质：向量的平方即为模的平方，结合向量的夹角的余弦公式，计算即可得到所求值．

【解答】解：非零向量菁优网-jyeoo，b满足|菁优网-jyeoo|=1，|菁优网-jyeoo|=2，且（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）⊥（3菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo），

可得（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）•（3菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）=0，

即有3菁优网-jyeoo2+2菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo2=0，

即为3+2菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo﹣4=0，

解得菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

则菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo的夹角余弦值为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查向量数量积的夹角公式和性质，主要是向量的平方即为模的平方，向量垂直的条件：数量积为0，考查化简整理的运算能力，属于中档题．

15．（5分）（2017•合肥一模）已知sin2a=2﹣2cos2a，则tana=　0或菁优网-jyeoo　．

【考点】GH：同角三角函数基本关系的运用．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；56 ：三角函数的求值．

【分析】利用二倍角的余弦公式，同角三角的基本关系，求得tana的值．

【解答】解：∵已知sin2a=2﹣2cos2a=2﹣2（1﹣2sin2a）=4sin2a，∴2sinacosa=4sin2a，

∴sina=0，或cosa=2sina，即tana=0，或tana=菁优网-jyeoo，

故答案为：0或菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查二倍角的余弦公式、同角三角的基本关系，属于基础题．

　16．（5分）（2017•合肥一模）函数f（x）=﹣x3+3x2﹣ax﹣2a，若存在唯一的正整数x0，使得f（x0）＞0，则a的取值范围是　菁优网-jyeoo　．

【考点】7E：其他不等式的解法；6D：利用导数研究函数的极值．菁优网版权

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；44 ：数形结合法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】由题意设g（x）=﹣x3+3x2、h（x）=a（x+2），求出g′（x）并化简，由导数与函数单调性的关系，判断出g（x）的单调性、并求出特殊函数值，在同一个坐标系中画出它们的图象，结合条件由图象列出满足条件的不等式组，即可求出a的取值范围．

【解答】解：由题意设g（x）=﹣x3+3x2，h（x）=a（x+2），

则g′（x）=﹣3x2+6x=﹣3x（x﹣2），

所以g（x）在（﹣∞，0）、（2，+∞）上递减，在（0，2）上递增，

且g（0）=g（3）=0，g（2）=﹣23+3•22=4，

在一个坐标系中画出两个函数图象如图：

因为存在唯一的正整数x0，使得f（x0）＞0，

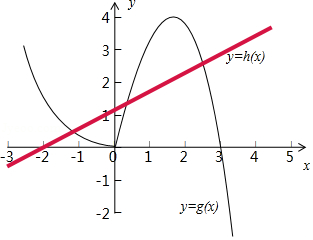
即g（x0）＞h（x0），

所以由图得x0=2，则，即，

解得23≤a＜1，

所以a的取值范围是菁优网-jyeoo，

故答案为：菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查了函数图象以及不等式整数解问题，导数与函数单调性的关系，解题的关键是将问题转化为两个函数图象交点问题，考查转化思想、数形结合思想．

**三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17．（12分）（2017•合肥一模）已知等差数列{an}的前n项和为Sn，且满足S4=24，S7=63．

（Ⅰ）求数列{an}的通项公式；

（Ⅱ）若bn=2an+an，求数列{bn}的前n项和Tn．

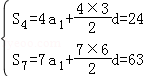
【考点】8E：数列的求和；85：等差数列的前n项和．菁优网版权所有

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】（I）利用等差数列的通项公式与求和公式即可得出．

（II）bn=2an+an=2×4n+（2n+1），再利用等差数列与等比数列的求和公式即可得出．

【解答】解：（Ⅰ）∵{an}为等差数列，

∴菁优网-jyeoo．

（Ⅱ）∵菁优网-jyeoo=2×4n+（2n+1），

∴菁优网-jyeoo+（3+5+…+2n+1）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了等差数列与等比数列的通项公式与求和公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

18．（12分）（2017•南昌模拟）一企业从某条生产线上随机抽取100件产品，测量这些产品的某项技术指标值x，得到如下的频率分布表：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | [11，13） | [13，15） | [15，17） | [17，19） | [19，21） | [21，23） |
| 频数 | 2 | 12 | 34 | 38 | 10 | 4 |

（Ⅰ）作出样本的频率分布直方图，并估计该技术指标值x的平均数和众数；

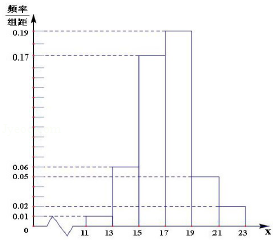
（Ⅱ）若x＜13或x≥21，则该产品不合格．现从不合格的产品中随机抽取2件，求抽取的2件产品中技术指标值小于13的产品恰有一件的概率．

【考点】CC：列举法计算基本事件数及事件发生的概率；B8：频率分布直方图．版【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；4O：定义法；5I ：概率与统计．

【分析】（Ⅰ）由频率分布表能作出频率分布直方图，由此能估计平均值和众数．

（Ⅱ）不合格产品共有6件，其中技术指标值小于13的产品有2件，现从不合格的产品中随机抽取2件，基本事件总数n=菁优网-jyeoo=15，抽取的2件产品中技术指标值小于13的产品恰有一件包含的基本事件个数m=C菁优网-jyeooC菁优网-jyeoo=8，由此能求出抽取的2件产品中技术指标值小于13的产品恰有一件的概率．

【解答】解：（Ⅰ）由频率分布表作出频率分布直方图为：



估计平均值：菁优网-jyeoo+16×0.34+18×0.38+20×0.10+22×0.04=17.08．

估计众数：18．

（Ⅱ）∵x＜13或x≥21，则该产品不合格．

∴不合格产品共有2+4=6件，其中技术指标值小于13的产品有2件，

现从不合格的产品中随机抽取2件，

基本事件总数n=菁优网-jyeoo=15，

抽取的2件产品中技术指标值小于13的产品恰有一件包含的基本事件个数m=C菁优网-jyeooC菁优网-jyeoo=8，

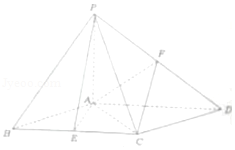
∴抽取的2件产品中技术指标值小于13的产品恰有一件的概率菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查频率分布直方图的应用，考查概率的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意等可能事件概率计算公式的合理运用．

19．（12分）（2017•合肥一模）已知四棱锥P﹣ABCD的底面ABCD为菱形，且PA⊥底面ABCD，∠ABC=60°，点E、F分别为BC、PD的中点，PA=AB=2．

（Ⅰ）证明：AE⊥平面PAD；

（Ⅱ）求多面体PAECF的体积．



【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LW：直线与平面垂直的判定．菁优权【专题】15 ：综合题；31 ：数形结合；45 ：等体积法；5F ：空间位置关系与距离；5Q ：立体几何．

【分析】（Ⅰ）由PA⊥底面ABCD，得PA⊥AE．再由已知得△ABC为等边三角形，可得AE⊥BC，即AE⊥AD．然后由线面垂直的判定可得AE⊥平面PAD；

（Ⅱ）令多面体PAECF的体积为V，则V=VP﹣AEC+VC﹣PAF．然后结合已知分别求出两个三棱锥的体积得答案．

【解答】（Ⅰ）证明：由PA⊥底面ABCD，得PA⊥AE．

底面ABCD为菱形，∠ABC=60°，得△ABC为等边三角形，

又∵E为BC的中点，得AE⊥BC，∴AE⊥AD．

∵PA∩AD=A，∴AE⊥平面PAD；

（Ⅱ）解：令多面体PAECF的体积为V，则V=VP﹣AEC+VC﹣PAF．

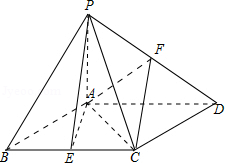
∵底面ABCD为菱形，且PA⊥底面ABCD，∠ABC=60°，

点E、F分别为BC、PD的中点，PA=AB=2，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo；

菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo．

∴多面体PAECF的体积为菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查直线与平面垂直的判定，考查空间想象能力和思维能力，训练了利用等积法求多面体的体积，是中档题．

20．（12分）（2017•合肥一模）已知椭圆菁优网-jyeoo经过点菁优网-jyeoo，离心率为菁优网-jyeoo．

（Ⅰ）求椭圆E的标准方程；

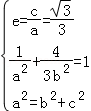
（Ⅱ）若A1，A2是椭圆E的左右顶点，过点A2作直线l与x轴垂直，点P是椭圆E上的任意一点（不同于椭圆E的四个顶点），联结PA；交直线l与点B，点Q为线段A1B的中点，求证：直线PQ与椭圆E只有一个公共点．

【考点】KL：直线与椭圆的位置关系．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（Ⅰ）利用椭圆的离心率公式，将M代入椭圆方程，即可求得a和b的值，即可求得椭圆E的标准方程；

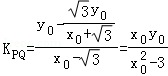
（Ⅱ）利用点斜方程，求得直线PA1的方程，求得B的中点，利用中点坐标公式求得Q坐标，求得直线PQ的斜率，直线PQ方程为菁优网-jyeoo，代入椭圆方程，由△=0，则直线PQ与椭圆E相切，即直线PQ与椭圆E只有一个公共点．

【解答】解：（Ⅰ）由题意可得：，解得：a=菁优网-jyeoo，b=菁优网-jyeoo，c=1，

∴椭圆E的标准方程为菁优网-jyeoo．

（Ⅱ）证明：设P（x0，y0）（x0≠0且菁优网-jyeoo，直线PA1的方程为：菁优网-jyeoo，

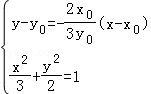
令菁优网-jyeoo得菁优网-jyeoo，则线段A2B的中点菁优网-jyeoo，

则直线PQ的斜率，①

∵P是椭圆E上的点，

∴菁优网-jyeoo，代入①式，得菁优网-jyeoo，

∴直线PQ方程为菁优网-jyeoo，

联立，

又∵菁优网-jyeoo，整理得菁优网-jyeoo，

∵△=0

∴直线PQ与椭圆E相切，即直线PQ与椭圆E只有一个公共点．

【点评】本题考查椭圆的标准方程及简单几何性质，考查直线与椭圆的位置关系，考查直线的斜率公式，中点坐标公式，考查计算能力，属于中档题．

21．（12分）（2017•合肥一模）已知函数菁优网-jyeoo．

（Ⅰ）求函数f（x）的单调区间；

（Ⅱ）若∀x∈[1，+∞]，不等式f（x）＞﹣1恒成立，求实数a的取值范围．

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；6E：利用导数求闭区间上函数的最值．菁优网版权所有

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；53 ：导数的综合应用．

【分析】（Ⅰ）求出函数的导数，通过讨论a的范围，求出函数的单调区间即可；

（Ⅱ）问题转化为2a＞x2﹣ex对∀x≥1成立，令g（x）=x2﹣ex，根据函数的单调性求出a的范围即可．

【解答】解（Ⅰ）菁优网-jyeoo，

当菁优网-jyeoo时，x2﹣2x﹣2a≥0，故f'（x）≥0，

∴函数f（x）在（﹣∞，+∞）上单调递增，

∴当菁优网-jyeoo时，函数f（x）的递增区间为（﹣∞，+∞），无减区间．

当菁优网-jyeoo时，令x2﹣2x﹣2a=0菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

列表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |
| f'（x） | + | ﹣ | + |
| f（x） | 递增 | 递减 | 递增 |

由表可知，当菁优网-jyeoo时，函数f（x）的递增区间为菁优网-jyeoo和菁优网-jyeoo，

递减区间为菁优网-jyeoo．

（Ⅱ）∵菁优网-jyeoo⇔2a＞x2﹣ex，

∴由条件，2a＞x2﹣ex对∀x≥1成立．

令g（x）=x2﹣ex，h（x）=g'（x）=2x﹣ex，

∴h'（x）=2﹣ex

当x∈[1，+∞）时，h'（x）=2﹣ex≤2﹣e＜0，

∴h（x）=g'（x）=2x﹣ex在[1，+∞）上单调递减，

∴h（x）=2x﹣ex≤2﹣e＜0，即g'（x）＜0

∴g（x）=x2﹣ex在[1，+∞）上单调递减，

∴g（x）=x2﹣ex≤g（1）=1﹣e，

故f（x）＞﹣1在[1，+∞）上恒成立，只需2a＞g（x）max=1﹣e，

∴菁优网-jyeoo，即实数a的取值范围是菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及分类讨论思想，是一道中档题．

**请考生在22、23中任选一题作答．注意：只能做所选定的题目，如果多做，则按所做第一个题目记分.[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22．（10分）（2017•合肥一模）已知直线l的参数方程为菁优网-jyeoo（t为参数）以坐标原点O为极点，以x轴正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线C的方程为菁优网-jyeoo．

（Ⅰ）求曲线C的直角坐标方程；

（Ⅱ）写出直线l与曲线C交点的一个极坐标．

【考点】QH：参数方程化成普通方程；Q4：简单曲线的极坐标方程．菁优网版权所有

【专题】17 ：选作题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5S ：坐标系和参数方程．

【分析】（Ⅰ）利用极坐标与直角坐标互化方法，求曲线C的直角坐标方程；

（Ⅱ）将菁优网-jyeoo，代入菁优网-jyeoo得，菁优网-jyeoo，求出交点坐标，即可直线l与曲线C交点的一个极坐标．

【解答】解：（Ⅰ）∵菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo，

即菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）将菁优网-jyeoo，代入菁优网-jyeoo得，菁优网-jyeoo，即t=0，

从而，交点坐标为菁优网-jyeoo，

所以，交点的一个极坐标为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查极坐标与直角坐标互化，考查参数方程的运用，比较基础．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•合肥一模）已知函数f（x）=|x﹣m|﹣|x+3m|（m＞0）．

（Ⅰ）当m=1时，求不等式f（x）≥1的解集；

（Ⅱ）对于任意实数x，t，不等式f（x）＜|2+t|+|t﹣1|恒成立，求m的取值范围．

【考点】R5：绝对值不等式的解法；R4：绝对值三角不等式．菁优网版权所有

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；59 ：不等式的解法及应用．

【分析】（Ⅰ）将m=1的值带入，得到关于x的不等式组，求出不等式的解集即可；

（Ⅱ）问题等价于对任意的实数xf（x）＜[|2+t|+|t﹣1|]min恒成立，根据绝对值的性质求出f（x）的最大值以及[|2+t|+|t﹣1|]min，求出m的范围即可．

【解答】解：（Ⅰ）菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，

当m=1时，由菁优网-jyeoo或x≤﹣3，得到菁优网-jyeoo，

∴不等式f（x）≥1的解集为菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）不等式f（x）＜|2+t|+|t﹣1|对任意的实数t，x恒成立，

等价于对任意的实数xf（x）＜[|2+t|+|t﹣1|]min恒成立，

即[f（x）]max＜[|2+t|+|t﹣1|]min，

∵f（x）=|x﹣m|﹣|x+3m|≤|（x﹣m）﹣（x+3m）|=4m，

|2+t|+|t﹣1|≥|（2+t）﹣（t﹣1）|=3，

∴4m＜3又m＞0，所以菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了解绝对值不等式问题，考查绝对值的性质以及分类讨论思想，是一道中档题．