**2017年安徽省合肥市高考数学理科一模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．（5分）（2017•合肥一模）若集合M={x|log2x＜1}，集合N={x|x2﹣1≤0}，则M∩N=（　　）

A．{x|1≤x＜2} B．{x|﹣1≤x＜2} C．{x|﹣1＜x≤1} D．{x|0＜x≤1}

【考点】1E：交集及其运算．菁优网版权所有

【专题】37 ：集合思想；4O：定义法；5J ：集合．

【分析】化简集合M、N，根据交集的定义写出M∩N即可．

【解答】解：集合M={x|log2x＜1}={x|0＜x＜2}，

集合N={x|x2﹣1≤0}={x|﹣1≤x≤1}，

则M∩N={x|0＜x≤1}．

故选：D．

【点评】本题考查了集合的化简与运算问题，是基础题目．

2．（5分）（2017•合肥一模）已知复数菁优网-jyeoo（i为虚数单位），那么z的共轭复数为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】A5：复数代数形式的乘除运算．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的运算法则、共轭复数的定义即可得出．

【解答】解：复数菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，那么z的共轭复数为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：B．

【点评】本题考查了复数的运算法则、共轭复数的定义，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

3．（5分）（2017•合肥一模）要想得到函数y=sin2x+1的图象，只需将函数y=cos2x的图象（　　）

A．向左平移菁优网-jyeoo个单位，再向上平移1个单位

B．向右平移菁优网-jyeoo个单位，再向上平移1个单位

C．向左平移菁优网-jyeoo个单位，再向下平移1个单位

D．向右平移菁优网-jyeoo个单位，再向上平移1个单位

【考点】HJ：函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换．菁优网版权所有

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；57 ：三角函数的图像与性质．

【分析】利用诱导公式化简成同名函数，在平移变换（左加右减，上加下减）即可．

【解答】解：由函数y=cos2x可化简为：y=sin（菁优网-jyeoo）=sin[2（x+菁优网-jyeoo）]，

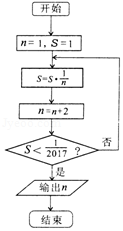
∴向右平移菁优网-jyeoo个单位可得y=sin2x的图象，

再向上平移1个单位，可得y=sin2x+1的图象．

故选B

【点评】本题主要考查函数y=Asin（ωx+∅）的图象变换规律，比较基础．

4．（5分）（2017•合肥一模）执行如图的程序框图，则输出的n为（　　）



A．9 B．11 C．13 D．15

【考点】EF：程序框图．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5K ：算法和程序框图．

【分析】算法的功能是求满足S=1•菁优网-jyeoo…菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo的最大的正整数n+2的值，验证S=1•3•…•13＞2017，从而确定输出的n值．

【解答】解：由程序框图知：算法的功能是求满足S=1•菁优网-jyeoo…菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo的最大的正整数n+2的值，

∵S=1•3•…•13＞2017

∴输出n=13．

故选：C．

【点评】本题考查了直到型循环结构的程序框图，关键框图的流程判断算法的功能是解答本题的关键．

5．（5分）（2017•合肥一模）已知双曲线菁优网-jyeoo的两条渐近线分别与抛物线y2=2px（p＞0）的准线交于A，B两点，O为坐标原点，若△OAB的面积为1，则p的值为（　　）

A．1 B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．4

【考点】KC：双曲线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】求出双曲线菁优网-jyeoo的两条渐近线方程与抛物线y2=2px（p＞0）的准线方程，进而求出A，B两点的坐标，再由△AOB的面积为1列出方程，由此方程求出p的值．

【解答】解：双曲线菁优网-jyeoo的两条渐近线方程是y=±2x，

又抛物线y2=2px（p＞0）的准线方程是x=﹣菁优网-jyeoo，

故A，B两点的纵坐标分别是y=±p，

又△AOB的面积为1，∴菁优网-jyeoo=1，

∵p＞0，∴得p=菁优网-jyeoo．

故选B．

【点评】本题考查圆锥曲线的共同特征，解题的关键是求出双曲线的渐近线方程，解出A，B两点的坐标，列出三角形的面积与离心率的关系．

6．（5分）（2017•鹰潭二模）△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，若菁优网-jyeoo，bcosA+acosB=2，则△ABC的外接圆的面积为（　　）

A．4π B．8π C．9π D．36π

【考点】HR：余弦定理；HP：正弦定理．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；49 ：综合法；58 ：解三角形．

【分析】由余弦定理化简已知等式可求c的值，利用同角三角函数基本关系式可求sinC的值，进而利用正弦定理可求三角形的外接圆的半径R的值，利用圆的面积公式即可计算得解．

【解答】解：∵bcosA+acosB=2，

∴由余弦定理可得：b×菁优网-jyeoo+a×菁优网-jyeoo=2，整理解得：c=2，

又∵菁优网-jyeoo，可得：sinC=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴设三角形的外接圆的半径为R，则2R=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=6，可得：R=3，

∴△ABC的外接圆的面积S=πR2=9π．

故选：C．

【点评】本题主要考查了余弦定理，同角三角函数基本关系式，正弦定理，圆的面积公式在解三角形中的应用，考查了计算能力和转化思想，属于基础题．

7．（5分）（2017•沈阳二模）祖暅原理：“幂势既同，则积不容异”．它是中国古代一个涉及几何体体积的问题，意思是两个同高的几何体，如在等高处的截面积恒相等，则体积相等．设A、B为两个同高的几何体，p：A、B的体积不相等，q：A、B在等高处的截面积不恒相等，根据祖暅原理可知，p是q的（　　）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

【考点】2L：必要条件、充分条件与充要条件的判断．菁优网版权所有

【专题】5F ：空间位置关系与距离；5L ：简易逻辑．

【分析】由p⇒q，反之不成立．即可得出．

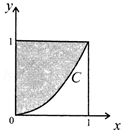
【解答】解：由p⇒q，反之不成立．

∴p是q的充分不必要条件．

故选：A．

【点评】本题考查了祖暅原理、简易逻辑的判定方法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

8．（5分）（2017•合肥一模）在如图所示的正方形中随机投掷10000个点，则落入阴影部分（曲线C的方程为x2﹣y=0）的点的个数的估计值为（　　）



A．5000 B．6667 C．7500 D．7854

【考点】CE：模拟方法估计概率．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5I ：概率与统计．

【分析】由题意，阴影部分的面积S=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，正方形的面积为1，利用正方形中随机投掷10000个点，即可得出结论．

【解答】解：由题意，阴影部分的面积S=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，正方形的面积为1，

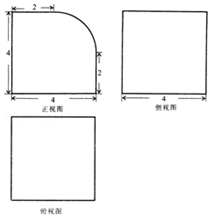
∵正方形中随机投掷10000个点，

∴落入阴影部分（曲线C的方程为x2﹣y=0）的点的个数的估计值为10000×菁优网-jyeoo≈6667，

故选B．

【点评】本题考查概率的计算，涉及定积分求面积，比较基础．

9．（5分）（2017•合肥一模）一个几何体的三视图如图所示（其中正视图的弧线为四分之一圆周），则该几何体的表面积为（　　）



A．72+6π B．72+4π C．48+6π D．48+4π

【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；5F ：空间位置关系与距离；5Q ：立体几何．

【分析】由已知中的三视图，可得该几何体是一个以正视图为为底面的柱体，由柱体表面积公式，可得答案．

【解答】解：由已知中的三视图，可得该几何体是一个以正视图为为底面的柱体，

（也可以看成一个凹六棱柱与四分之一圆柱的组合体），

其底面面积为：4×4﹣2×2+菁优网-jyeoo=12+π，

底面周长为：4+4+2+2+菁优网-jyeoo=12+π，

柱体的高为4，

故柱体的表面积S=（12+π）×2+（12+π）×4=72+6π，

故选：A

【点评】本题考查的知识点是棱柱的体积和表面积，圆柱的体积和表面积，简单几何体的三视图，难度中档．

10．（5分）（2017•合肥一模）已知（ax+b）6的展开式中x4项的系数与x5项的系数分别为135与﹣18，则（ax+b）6展开式所有项系数之和为（　　）

A．﹣1 B．1 C．32 D．64

【考点】DB：二项式系数的性质．菁优网版权所有

【专题】34 ：方程思想；4R：转化法；5P ：二项式定理．

【分析】由题意先求得a、b的值，再令x=1求出展开式中所有项的系数和．

【解答】解：（ax+b）6的展开式中x4项的系数与x5项的系数分别为135与﹣18，

∴菁优网-jyeoo•a4•b2=135①，

菁优网-jyeoo•a5•b=﹣18②；

由①、②组成方程组菁优网-jyeoo，

解得a=1，b=﹣3或a=﹣1、b=3；

∴令x=1，求得（ax+b）6展开式中所有项系数之和为26=64．

故选：D．

【点评】本题考查了二项式定理的应用问题，求出系数a、b是解题的关键，属基础题．

11．（5分）（2017•合肥一模）已知函数f（x）=（x2﹣2x）sin（x﹣1）+x+1在[﹣1，3]上的最大值为M，最小值为m，则M+m=（　　）

A．4 B．2 C．1 D．0

【考点】3H：函数的最值及其几何意义．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；33 ：函数思想；4R：转化法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】把已知函数解析式变形，可得f（x）=[（x﹣1）2﹣1]sin（x﹣1）+x﹣1+2，令g（x）=（x﹣1）2sin（x﹣1）﹣sin（x﹣1）+（x﹣1），结合g（2﹣x）+g（x）=0，可得g（x）关于（1，0）中心对称，则f（x）在[﹣1，3]上关于（1，2）中心对称，从而求得M+m的值．

【解答】解：∵f（x）=（x2﹣2x）sin（x﹣1）+x+1=[（x﹣1）2﹣1]sin（x﹣1）+x﹣1+2

令g（x）=（x﹣1）2sin（x﹣1）﹣sin（x﹣1）+（x﹣1），

而g（2﹣x）=（x﹣1）2sin（1﹣x）﹣sin（1﹣x）+（1﹣x），

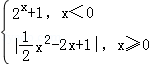
∴g（2﹣x）+g（x）=0，

则g（x）关于（1，0）中心对称，则f（x）在[﹣1，3]上关于（1，2）中心对称．

∴M+m=4．

故选：A．

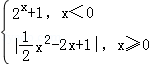
【点评】本题考查函数在闭区间上的最值，考查函数奇偶性性质的应用，考查数学转化思想方法，属中档题．

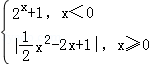
12．（5分）（2017•合肥一模）已知函数f（x）=，方程f2（x）﹣af（x）+b=0（b≠0）有六个不同的实数解，则3a+b的取值范围是（　　）

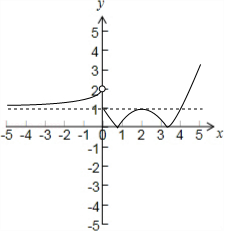
A．[6，11] B．[3，11] C．（6，11） D．（3，11）

【考点】54：根的存在性及根的个数判断．菁优网版权所有

【专题】31 ：数形结合；35 ：转化思想；44 ：数形结合法；51 ：函数的性质及应用；5T ：不等式．

【分析】作函数f（x）=的图象，从而利用数形结合知t2﹣at+b=0有2个不同的正实数解，且其中一个为1，从而可得﹣1﹣a＞0且﹣1﹣a≠1；从而解得．

【解答】解：作函数f（x）=的图象如下，



∵关于x的方程f2（x）﹣af（x）+b=0有6个不同实数解，

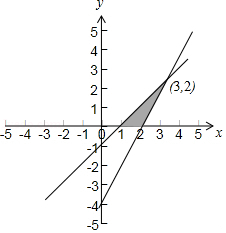
令t=f（x），

∴t2﹣at+b=0有2个不同的正实数解，

其中一个为在（0，1）上，一个在（1，2）上；

故，

其对应的平面区域如下图所示：



故当a=3，b=2时，3a+b取最大值11，

当a=1，b=0时，3a+b取最小值3，

则3a+b的取值范围是（3，11）

故选：D

【点评】本题考查了数形结合的思想应用及分段函数的应用，同时考查了线性规划，难度中档．

**二、填空题（每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上）**

13．（5分）（2017•合肥一模）命题：“∃x∈R，x2﹣ax+1＜0”的否定为　∀x∈R，x2﹣ax+1≥0　．

【考点】2J：命题的否定．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；38 ：对应思想；4O：定义法；5L ：简易逻辑．

【分析】直接利用特称命题的否定是全称命题写出结果即可．

【解答】解：因为特称命题的否定是全称命题，

所以命题：“∃x∈R，x2﹣ax+1＜0”的否定是：∀x∈R，x2﹣ax+1≥0；

故答案为：∀x∈R，x2﹣ax+1≥0

【点评】本题考查命题的否定特称命题与全称命题的关系，基本知识的考查．

14．（5分）（2017•合肥一模）已知菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，且菁优网-jyeoo，则实数k=　﹣6　．

【考点】9K：平面向量共线（平行）的坐标表示．菁优网版权所有

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；5A ：平面向量及应用．

【分析】利用向量坐标运算性质、向量共线定理即可得出．

【解答】解：菁优网-jyeoo=（﹣3，3+2k），菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=（5，9﹣k）．

∵菁优网-jyeoo，∴﹣3（9﹣k）﹣5（3+2k）=0，

解得k=﹣6．

故答案为：﹣6．

【点评】本题考查了向量坐标运算性质、向量共线定理，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

15．（5分）（2017•合肥一模）已知sin2α﹣2=2cos2α，则sin2α+sin2α=　1或菁优网-jyeoo　．

【考点】GH：同角三角函数基本关系的运用．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；56 ：三角函数的求值．

【分析】利用同角三角函数的基本关系，求得cosα=0 或tanα=2，从而求得要求式子的值．

【解答】解：∵sin2α﹣2=2cos2α，∴2sinαcosα﹣2=2（2cos2α﹣1），即sinαcosα=2cos2α，

∴cosα=0 或tanα=2．

则sin2α+sin2α=sin2α+2sinαcosα=1+0=1；

或sin2α+sin2α=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故答案为：1或菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查同角三角函数的基本关系的应用，属于基础题．

16．（5分）（2017•合肥一模）已知直线y=b与函数f（x）=2x+3和g（x）=ax+lnx分别交于A，B两点，若|AB|的最小值为2，则a+b=　2　．

【考点】3H：函数的最值及其几何意义．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；51 ：函数的性质及应用；53 ：导数的综合应用．

【分析】设A（x1，b），B（x2，b），则2x1+3=ax2+lnx2=b，表示出x1，求出|AB|，利用导数，结合最小值也为极小值，可得极值点，求出最小值，解方程可得a=1，进而得到b，求出a+b．

【解答】解：设A（x1，b），B（x2，b），

则2x1+3=ax2+lnx2=b，

∴x1=菁优网-jyeoo（ax2+lnx2﹣3），

∴|AB|=x2﹣x1=（1﹣菁优网-jyeooa）x2﹣菁优网-jyeoolnx2+菁优网-jyeoo，

令y=（1﹣菁优网-jyeooa）x﹣菁优网-jyeoolnx+菁优网-jyeoo，

则y′=1﹣菁优网-jyeooa﹣菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（x＞0），

由|AB|的最小值为2，

可得2﹣a＞0，

函数在（0，菁优网-jyeoo）上单调递减，在（菁优网-jyeoo，+∞）上单调递增，

∴x=菁优网-jyeoo时，函数y取得极小值，且为最小值2，

即有（1﹣菁优网-jyeooa）•菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeooln菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=2，

解得a=1，

由x2=1，

则b=ax2+lnx2=1+ln1=1，

可得a+b=2．

故答案为：2．

【点评】本题考查两点间距离的最小值的求法，是中档题，考查学生分析解决问题的能力，正确求导确定函数的单调性是关键．解题时要认真审题，注意导数性质的合理运用．

**三、解答题（本大题共5小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）**

17．（12分）（2017•合肥一模）已知等差数列{an}的前n项和为Sn，且满足S4=24，S7=63．

（Ⅰ）求数列{an}的通项公式；

（Ⅱ）若菁优网-jyeoo，求数列{bn}的前n项和Tn．

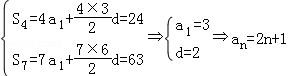
【考点】8E：数列的求和；8H：数列递推式．菁优网版权所有

【专题】32 ：分类讨论；34 ：方程思想；35 ：转化思想；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】（I）利用等差数列的求和公式及其通项公式即可得出．

（II）通过分类讨论，利用等差数列与等比数列的求和公式即可得出．

【解答】解：（Ⅰ）因为{an}为等差数列，

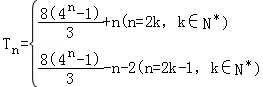
所以．

（Ⅱ）∵菁优网-jyeoo

∴菁优网-jyeoo，

当n=2k（k∈N\*）时，菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo

当n=2k﹣1（k∈N\*）时，菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo，∴．

【点评】本题考查了等差数列与等比数列的通项公式与求和公式，考查了分类讨论方法、推理能力与计算能力，属于中档题．

18．（12分）（2017•合肥一模）某公司在迎新年晚会上举行抽奖活动，有甲，乙两个抽奖方案供员工选择．

方案甲：员工最多有两次抽奖机会，每次抽奖的中奖率均为菁优网-jyeoo，第一次抽奖，若未中奖，则抽奖结束，若中奖，则通过抛一枚质地均匀的硬币，决定是否继续进行第二次抽奖，规定：若抛出硬币，反面朝上，员工则获得500元奖金，不进行第二次抽奖；若正面朝上，员工则须进行第二次抽奖，且在第二次抽奖中，若中奖，则获得1000元；若未中奖，则所获得奖金为0元．

方案乙：员工连续三次抽奖，每次中奖率均为菁优网-jyeoo，每次中奖均可获得奖金400元．

（Ⅰ）求某员工选择方案甲进行抽奖所获奖金X（元）的分布列；

（Ⅱ）试比较某员工选择方案乙与选择方案甲进行抽奖，哪个方案更划算？

【考点】CH：离散型随机变量的期望与方差；CG：离散型随机变量及其分布列．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；5I ：概率与统计．

【分析】（I）利用相互独立事件的概率计算公式即可得出．

（II）利用数学期望计算公式、二项分布列的性质即可得出．

【解答】解：（Ⅰ）菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

所以某员工选择方案甲进行抽奖所获奖金X（元）的分布列为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 500 | 1000 |
| P | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知，选择方案甲进行抽奖所获得奖金X的均值菁优网-jyeoo，

若选择方案乙进行抽奖中奖次数ξ～B菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo，

抽奖所获奖金X的均值E（X）=E（400ξ）=400E（ξ）=480，

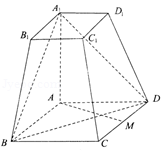
故选择方案甲较划算．

【点评】本题考查了相互独立事件的概率计算公式、数学期望计算公式、二项分布列的性质，考查推理能力与计算能力，属于中档题．

19．（12分）（2017•合肥一模）如图所示，在四棱台ABCD﹣A1B1C1D1中，AA1⊥底面ABCD，四边形ABCD为菱形，∠BAD=120°，AB=AA1=2A1B1=2．

（Ⅰ）若M为CD中点，求证：AM⊥平面AA1B1B；

（Ⅱ）求直线DD1与平面A1BD所成角的正弦值．



【考点】MI：直线与平面所成的角；LW：直线与平面垂直的判定．菁优网版权所有

【专题】14 ：证明题；31 ：数形结合；41 ：向量法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】（Ⅰ）推导出AM⊥CD，AM⊥AB，AM⊥AA1，由此能证明AM⊥平面AA1B1B

（Ⅱ）分别以AB，AM，AA1为x轴、y轴、z轴，建立如图所示的空间直角坐标系A﹣xyz，利用向量法能求出直线DD1与平面A1BD所成角θ的正弦值．

【解答】证明：（Ⅰ）∵四边形为菱形，∠BAD=120°，连结AC，

∴△ACD为等边三角形，

又∵M为CD中点，∴AM⊥CD，

由CD∥AB得，∴AM⊥AB，

∵AA1⊥底面ABCD，AM⊂底面ABCD，∴AM⊥AA1，

又∵AB∩AA1=A，∴AM⊥平面AA1B1B

解：（Ⅱ）∵四边形ABCD为菱形，∠BAD=120°，AB=AA1=2A1B1=2，

∴DM=1，菁优网-jyeoo，∠AMD=∠BAM=90°，

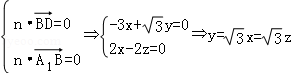
又∵AA1⊥底面ABCD，

分别以AB，AM，AA1为x轴、y轴、z轴，建立如图所示的空间直角坐标系A﹣xyz，

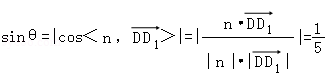
则A1（0，0，2）、B（2，0，0）、菁优网-jyeoo、菁优网-jyeoo，

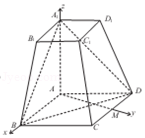
∴菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

设平面A1BD的一个法向量菁优网-jyeoo，

则有，令x=1，则菁优网-jyeoo，

∴直线DD1与平面A1BD所成角θ的正弦值：

．



【点评】本题考查线面垂直的证明，考查线面角的正弦值的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意空间思维能力的培养．

20．（12分）（2017•合肥一模）已知点F为椭圆菁优网-jyeoo的左焦点，且两焦点与短轴的一个顶点构成一个等边三角形，直线菁优网-jyeoo与椭圆E有且仅有一个交点M．

（Ⅰ）求椭圆E的方程；

（Ⅱ）设直线菁优网-jyeoo与y轴交于P，过点P的直线与椭圆E交于两不同点A，B，若λ|PM|2=|PA|•|PB|，求实数λ的取值范围．

【考点】K4：椭圆的简单性质．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；4A ：数学模型法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（Ⅰ）由题意可得a，b与c的关系，化椭圆方程为菁优网-jyeoo，联立直线方程与椭圆方程，由判别式为0求得c，则椭圆方程可求；

（Ⅱ）由（Ⅰ）求得M坐标，得到|PM|2，当直线l与x轴垂直时，直接由λ|PM|2=|PA|•|PB|求得λ值；当直线l与x轴不垂直时，设直线l的方程为y=kx+2，联立直线方程与椭圆方程，利用判别式大于0求得k的取值范围，再由根与系数的关系，结合λ|PM|2=|PA|•|PB|，把λ用含有k的表达式表示，则实数λ的取值范围可求．

【解答】解：（Ⅰ）由题意，得菁优网-jyeoo，则椭圆E为：菁优网-jyeoo，

联立，得x2﹣2x+4﹣3c2=0，

∵直线菁优网-jyeoo与椭圆E有且仅有一个交点M，

∴△=4﹣4（4﹣3c2）=0，得c2=1，

∴椭圆E的方程为菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）由（Ⅰ）得菁优网-jyeoo，

∵直线菁优网-jyeoo与y轴交于P（0，2），∴菁优网-jyeoo，

当直线l与x轴垂直时，菁优网-jyeoo，

由λ|PM|2=|PA|•|PB|，得菁优网-jyeoo，

当直线l与x轴不垂直时，设直线l的方程为y=kx+2，A（x1，y1），B（x2，y2），

联立菁优网-jyeoo，得（3+4k2）x2+16kx+4=0，

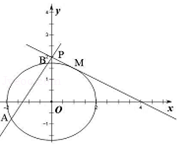
依题意得，菁优网-jyeoo，且△=48（4k2﹣1）＞0，

∴菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo，

∵菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo，

综上所述，λ的取值范围是菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查椭圆的简单性质，考查了直线与椭圆位置关系的应用，体现了“分类讨论”的数学思想方法，属中档题．

21．（12分）（2017•合肥一模）已知函数菁优网-jyeoo（x＞0，e为自然对数的底数），f'（x）是f（x）的导函数．

（Ⅰ）当a=2时，求证f（x）＞1；

（Ⅱ）是否存在正整数a，使得f'（x）≥x2lnx对一切x＞0恒成立？若存在，求出a的最大值；若不存在，说明理由．

【考点】6E：利用导数求闭区间上函数的最值；6B：利用导数研究函数的单调性．菁优网版权所有

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；53 ：导数的综合应用．

【分析】（Ⅰ）求出函数的导数，根据函数的单调性zm jk；

（Ⅱ）求出函数的导数，得到a≤e，问题转化为证明当a=2时，不等式恒成立，设菁优网-jyeoo，根据函数的单调性证明即可．

【解答】解：（Ⅰ）证明：当a=2时，f（x）=ex﹣x2，则f'（x）=ex﹣2x，

令菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo，

令f'1（x）=0，得x=ln2，故f'（x）在x=ln2时取得最小值，

∵f'（ln2）=2﹣2ln2＞0，∴f（x）在（0，+∞）上为增函数，

∴f（x）＞f（0）=1；

（Ⅱ）f'（x）=ex﹣ax，

由f'（x）≥x2lnx，得ex﹣ax≥x2lnx对一切x＞0恒成立，

当x=1时，可得a≤e，所以若存在，则正整数a的值只能取1，2．

下面证明当a=2时，不等式恒成立，

设菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo，

由（Ⅰ）ex＞x2+1≥2x＞x，∴ex﹣x＞0（x＞0），

∴当0＜x＜2时，g'（x）＜0；当x＞2时，g'（x）＞0，

即g（x）在（0，2）上是减函数，在（2，+∞）上是增函数，

∴菁优网-jyeoo，

∴当a=2时，不等式恒成立，

所以a的最大值是2．

【点评】本题考查了函数的单调性问题，考查导数的应用以及函数恒成立问题，是一道中档题．

**请考生在22、23两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22．（10分）（2017•合肥一模）已知直线l的参数方程为菁优网-jyeoo（t为参数）以坐标原点O为极点，以x轴正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线C的方程为菁优网-jyeoo．

（Ⅰ）求曲线C的直角坐标方程；

（Ⅱ）写出直线l与曲线C交点的一个极坐标．

【考点】QH：参数方程化成普通方程；Q4：简单曲线的极坐标方程．菁优网版权所有

【专题】17 ：选作题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5S ：坐标系和参数方程．

【分析】（Ⅰ）利用极坐标与直角坐标互化方法，求曲线C的直角坐标方程；

（Ⅱ）将菁优网-jyeoo，代入菁优网-jyeoo得，菁优网-jyeoo，求出交点坐标，即可直线l与曲线C交点的一个极坐标．

【解答】解：（Ⅰ）∵菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo，

即菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）将菁优网-jyeoo，代入菁优网-jyeoo得，菁优网-jyeoo，即t=0，

从而，交点坐标为菁优网-jyeoo，

所以，交点的一个极坐标为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查极坐标与直角坐标互化，考查参数方程的运用，比较基础．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•合肥一模）已知函数f（x）=|x﹣m|﹣|x+3m|（m＞0）．

（Ⅰ）当m=1时，求不等式f（x）≥1的解集；

（Ⅱ）对于任意实数x，t，不等式f（x）＜|2+t|+|t﹣1|恒成立，求m的取值范围．

【考点】R5：绝对值不等式的解法；R4：绝对值三角不等式．菁优网版权所有

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；59 ：不等式的解法及应用．

【分析】（Ⅰ）将m=1的值带入，得到关于x的不等式组，求出不等式的解集即可；

（Ⅱ）问题等价于对任意的实数xf（x）＜[|2+t|+|t﹣1|]min恒成立，根据绝对值的性质求出f（x）的最大值以及[|2+t|+|t﹣1|]min，求出m的范围即可．

【解答】解：（Ⅰ）菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，

当m=1时，由菁优网-jyeoo或x≤﹣3，得到菁优网-jyeoo，

∴不等式f（x）≥1的解集为菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）不等式f（x）＜|2+t|+|t﹣1|对任意的实数t，x恒成立，

等价于对任意的实数xf（x）＜[|2+t|+|t﹣1|]min恒成立，

即[f（x）]max＜[|2+t|+|t﹣1|]min，

∵f（x）=|x﹣m|﹣|x+3m|≤|（x﹣m）﹣（x+3m）|=4m，

|2+t|+|t﹣1|≥|（2+t）﹣（t﹣1）|=3，

∴4m＜3又m＞0，所以菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了解绝对值不等式问题，考查绝对值的性质以及分类讨论思想，是一道中档题．