## **2017年安徽省合肥市高考数学理科二模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．（5分）（2017•合肥二模）i为虚数单位，若复数（1+mi）（i+2）是纯虚数，则实数m=（　　）

A．1 B．﹣1 C．菁优网-jyeoo D．2

【考点】A2：复数的基本概念．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；4O：定义法；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】先求出（1+mi）（i+2）=2﹣m+（2m+1）i，再由复数（1+mi）（i+2）是纯虚数，能求出实数m．

【解答】解：i为虚数单位，

（1+mi）（i+2）=2﹣m+（2m+1）i，

∵复数（1+mi）（i+2）是纯虚数，

∴菁优网-jyeoo，

∴实数m=2．

故选：D．

【点评】本题考查实数值的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意复数性质的合理运用．

2．（5分）（2017•合肥二模）已知A=[1，+∞），菁优网-jyeoo，若A∩B≠∅，则实数a的取值范围是（　　）

A．[1，+∞） B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．（1，+∞）

【考点】1E：交集及其运算．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；37 ：集合思想；4O：定义法；5J ：集合．

【分析】根据A与B的交集不为空集，求出a的范围即可．

【解答】解：A=[1，+∞），菁优网-jyeoo，且A∩B≠∅，

∴2a﹣1≥1，

∴a≥1，

故选：A．

【点评】此题考查了交集及其运算，熟练掌握交集的定义是解本题的关键．

3．（5分）（2017•合肥二模）已知变量x，y满足约束条件菁优网-jyeoo，则目标函数z=x﹣2y的最小值为（　　）

A．﹣1 B．1 C．3 D．7

【考点】7C：简单线性规划．菁优网版权所有

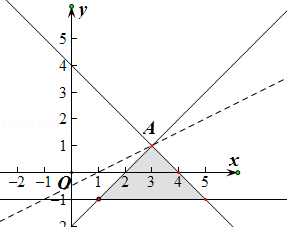
【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；44 ：数形结合法；5T ：不等式．

【分析】由约束条件画出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，联立方程组求出最优解的坐标，代入目标函数得答案．

【解答】解：画出不等式组件菁优网-jyeoo，表示的可行域，由图可知，

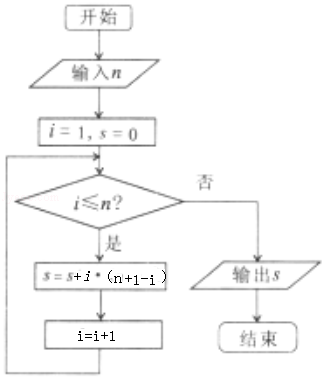
当直线y=菁优网-jyeoox﹣菁优网-jyeoo，过A点（3，1）时，直线在y轴上的截距最大，z有最小值为3﹣2×1=1．

故选：B．



【点评】本题考查简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法，是中档题．

4．（5分）（2017•合肥二模）若输入n=4，执行如图所示的程序框图，输出的s=（　　）



A．10 B．16 C．20 D．35

【考点】EF：程序框图．菁优网版权所有

【专题】38 ：对应思想；4R：转化法；5K ：算法和程序框图．

【分析】模拟执行程序框图，依次写出每次循环得到的S，i的值，当i=5时不满足条件i≤n，退出循环，输出S的值．

【解答】解：模拟执行程序框图，可得

S=4，i=2，

满足条件i=2≤4，S=10，i=3，

满足条件i=3≤4，S=16，i=4，

满足条件i=4≤4，S=20，i=5

不满足条件i=5≤5，输出S=20，

故选：C．

【点评】本题主要考查了循环结构的程序框图，正确写出每次循环得到的S，n的值是解题的关键，属于基础题．

5．（5分）（2017•合肥二模）若中心在原点，焦点在y轴上的双曲线离心率为菁优网-jyeoo，则此双曲线的渐近线方程为（　　）

A．y=±x B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】KC：双曲线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】根据题意，由双曲线的离心率可得c=菁优网-jyeooa，进而结合双曲线的几何性质可得b=菁优网-jyeooa，再结合焦点在y轴上的双曲线的渐近线方程可得答案．

【解答】解：根据题意，该双曲线的离心率为菁优网-jyeoo，即e=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

则有c=菁优网-jyeooa，

进而b=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeooa，

又由该双曲线的焦点在y轴上，则其渐近线方程为y=±菁优网-jyeoox；

故选：B．

【点评】本题考查双曲线的几何性质，关键是利用双曲线的几何性质求出a、b的关系．

6．（5分）（2017•合肥二模）等差数列{an}的前n项和为Sn，且S3=6，S6=3，则S10=（　　）

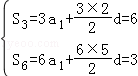
A．菁优网-jyeoo B．0 C．﹣10 D．﹣15

【考点】85：等差数列的前n项和．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；49 ：综合法；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】利用等差数列前n项和公式列出方程组，求出首项和公差，由此能求出S10的值．

【解答】解：∵等差数列{an}的前n项和为Sn，且S3=6，S6=3，

∴，

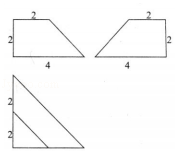
解得a1=3，d=﹣1，

∴S10=10×3+菁优网-jyeoo=﹣15．

故选：D．

【点评】本题考查数列的第4项的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意等差数列的性质的合理运用．

7．（5分）（2017•合肥二模）一个几何体的三视图及其尺寸如图所示，则该几何体的体积为（　　）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．28 D．菁优网-jyeoo

【考点】L!：由三视图求面积、体积．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】由题意，几何体为棱台，上底面为直角边长为2的等腰直角三角形，下底面为直角边长为4的等腰直角三角形，高为2，即可求出体积．

【解答】解：由题意，几何体为棱台，上底面为直角边长为2的等腰直角三角形，下底面为直角边长为4的等腰直角三角形，高为2，体积为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选A．

【点评】本题考查几何体的体积，考查学生的计算能力，确定几何体的形状是关键．

8．（5分）（2017•甘肃二模）对函数f（x），如果存在x0≠0使得f（x0）=﹣f（﹣x0），则称（x0，f（x0））与（﹣x0，f（﹣x0））为函数图象的一组奇对称点．若f（x）=ex﹣a（e为自然数的底数）存在奇对称点，则实数a的取值范围是（　　）

A．（﹣∞，1） B．（1，+∞） C．（e，+∞） D．[1，+∞）

【考点】57：函数与方程的综合运用．菁优网版权所有

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】由方程f（x）=﹣f（﹣x）有非零解可得e2x﹣2aex+1=0有非零解，令ex=t，则关于t的方程t2﹣2at+1=0有不等于1的正数解，利用二次函数的性质列出不等式组解出a的范围．

【解答】解：∵f（x）=ex﹣a存在奇对称点，

∴f（x）=﹣f（﹣x）有非零解，

即ex﹣a=a﹣e﹣x有非零解，∴e2x﹣2aex+1=0有非零解．

设ex=t，则关于t的方程t2﹣2at+1=0在（0，1）∪（1，+∞）上有解；

∴菁优网-jyeoo，解得a≥1．

若t=1为方程t2﹣2at+1=0的解，则2﹣2a=0，即a=1，此时方程只有一解t=1，不符合题意；

∴a≠1．

综上，a＞1．

故选B．

【点评】本题考查了函数零点存在性的判断，二次函数的性质，换元转化思想，属于中档题．

9．（5分）（2017•合肥二模）若平面α截三棱锥所得截面为平行四边形，则该三棱锥与平面α平行的棱有（　　）

A．0条 B．1条 C．2条 D．1条或2条

【考点】LS：直线与平面平行的判定．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】利用已知条件，通过直线与平面平行的性质、判定定理，证明CD∥平面EFGH，AB∥平面EFGH，得到结果．

【解答】解：如图所示，四边形EFGH为平行四边形，则EF∥GF，

∵EF⊄平面BCD，GH⊂平面BCD，

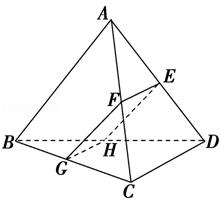
∴EF∥平面BCD，

∵EF⊂平面ACD，平面BCD∩平面ACD=CD，

∴EF∥CD，∴CD∥平面EFGH，

同理AB∥平面EFGH，

故选C．



【点评】本题主要考查线面平行的判定定理和性质定理的应用．考查对基础知识的综合应用能力和基本定理的掌握能力．

10．（5分）（2017•合肥二模）已知5件产品中有2件次品，现逐一检测，直至能确定所有次品为止，记检测的次数为ξ，则Eξ=（　　）

A．3 B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．4

【考点】CH：离散型随机变量的期望与方差．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；4O：定义法；5I ：概率与统计．

【分析】由题意知ξ的可能取值为2，3，4，分别求出相应的概率，由此能求出Eξ．

【解答】解：由题意知ξ的可能取值为2，3，4，

P（ξ=2）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

P（ξ=3）=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

P（ξ=4）=1﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴Eξ=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：B．

【点评】本题离散型随机变量的分布列和数学期望的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意相互独立事件概率乘法公式的合理运用．

11．（5分）（2017•合肥二模）锐角△ABC中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，且满足（a﹣b）（sinA+sinB）=（c﹣b）sinC，若菁优网-jyeoo，则b2+c2的取值范围是（　　）

A．（5，6] B．（3，5） C．（3，6] D．[5，6]

【考点】HP：正弦定理；HR：余弦定理．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；49 ：综合法；57 ：三角函数的图像与性质；58 ：解三角形．

【分析】由已知利用正弦定理可得b2+c2﹣a2=bc．再利用余弦定理可得cosA，进而可求A，利用正弦定理，三角函数恒等变换的应用化简可得b2+c2=4+2sin（2B﹣菁优网-jyeoo），利用B的范围，可求2B﹣菁优网-jyeoo的范围，利用正弦函数的图象和性质可求其范围．

【解答】解：∵（a﹣b）（sinA+sinB）=（c﹣b）sinC，由正弦定理可得：（a﹣b）（a+b）=（c﹣b）c，化为b2+c2﹣a2=bc．

由余弦定理可得：cosA=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴A为锐角，可得A=菁优网-jyeoo，

∵菁优网-jyeoo，

∴由正弦定理可得：菁优网-jyeoo，

∴可得：b2+c2=（2sinB）2+[2sin（菁优网-jyeoo﹣B）]2=3+2sin2B+菁优网-jyeoosin2B=4+2sin（2B﹣菁优网-jyeoo），

∵B∈（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），可得：2B﹣菁优网-jyeoo∈（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），

∴sin（2B﹣菁优网-jyeoo）∈（菁优网-jyeoo，1]，可得：b2+c2=4+2sin（2B﹣菁优网-jyeoo）∈（5，6]．

故选：A．

【点评】本题主要考查了正弦定理，余弦定理，三角函数恒等变换的应用，正弦函数的图象和性质在解三角形中的应用，考查了转化思想和数形结合思想，属于中档题．

12．（5分）（2017•合肥二模）已知函数f（x）=xlnx﹣aex（e为自然对数的底数）有两个极值点，则实数a的取值范围是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．（0，e） C．菁优网-jyeoo D．（﹣∞，e）

【考点】6D：利用导数研究函数的极值．菁优网版权所有

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；52 ：导数的概念及应用．

【分析】求出函数的导数，问题转化为y=a和g（x）=菁优网-jyeoo在（0，+∞）2个交点，根据函数的单调性求出g（x）的范围，从而求出a的范围即可．

【解答】解：f′（x）=lnx﹣aex+1，

若函数f（x）=xlnx﹣aex有两个极值点，

则y=a和g（x）=菁优网-jyeoo在（0，+∞）有2个交点，

g′（x）=菁优网-jyeoo，（x＞0），

令h（x）=菁优网-jyeoo﹣lnx﹣1，则h′（x）=﹣菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo＜0，

h（x）在（0，+∞）递减，而h（1）=0，

故x∈（0，1）时，h（x）＞0，即g′（x）＞0，g（x）递增，

x∈（1，+∞）时，h（x）＜0，即g′（x）＜0，g（x）递减，

故g（x）max=g（1）=菁优网-jyeoo，

而x→0时，g（x）→﹣∞，x→+∞时，g（x）→0，

若y=a和g（x）在（0，+∞）有2个交点，

只需0＜a＜菁优网-jyeoo，

故选：A．

【点评】本题考查了函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及转化思想，是一道中档题．

**二、填空题（每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上）**

13．（5分）（2017•合肥二模）等比数列{an}满足an＞0，且a2a8=4，则log2a1+log2a2+log2a3+…+log2a9=　9　．

【考点】8E：数列的求和．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】根据题意，由等比数列{an}的性质可得a1•a9=a2•a8=a3•a7=a4•a6=a52=4，同时可得a5=2，再利用对数的运算法则有log2a1+log2a2+…+log2a9=log2（a1•a2•…•a9）=log2（29），计算即可得答案．

【解答】解：根据题意，等比数列{an}的各项都是正数，a1•a9=a2•a8=a3•a7=a4•a6=a52=4，

则a5=2，

则log2a1+log2a2+…+log2a9=log2（a1•a2•…•a9）=log2（29）=9，

故答案为：9．

【点评】本题考查等比数列的性质，涉及对数的运算性质，熟练运用等比数列的性质是解题的关键．

14．（5分）（2017•于都县模拟）不共线向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo满足菁优网-jyeoo，且菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo的夹角为　菁优网-jyeoo　．

【考点】9S：数量积表示两个向量的夹角．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；5A ：平面向量及应用．

【分析】设菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo的夹角为θ，利用两个向量垂直的性质，两个向量数量积的定义，求得cosθ的值，可得θ的值．

【解答】解：设菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo的夹角为θ，∵不共线向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo满足菁优网-jyeoo，且菁优网-jyeoo，则θ∈（0，π），

∴菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo﹣2菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo﹣2菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo﹣2|菁优网-jyeoo|•|菁优网-jyeoo|cosθ=菁优网-jyeoo﹣2菁优网-jyeoocosθ=0，∴cosθ=菁优网-jyeoo，∴θ=菁优网-jyeoo，

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查两个向量垂直的性质，两个向量数量积的定义，属于基础题．

15．（5分）（2017•合肥二模）在菁优网-jyeoo的展开式中，常数项为　﹣5　．

【考点】DC：二项式定理的应用．菁优网版权所有

【专题】32 ：分类讨论；34 ：方程思想；35 ：转化思想；5P ：二项式定理．

【分析】菁优网-jyeoo的展开式中的通项公式：Tr+1=菁优网-jyeoo（﹣1）4﹣r菁优网-jyeoo（r=0，1，2，3，4）．菁优网-jyeoo的通项公式：Tk+1=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=（﹣1）k菁优网-jyeooxr﹣2k，令r﹣2k=0，即r=2k．进而得出．

【解答】解：菁优网-jyeoo的展开式中的通项公式：Tr+1=菁优网-jyeoo（﹣1）4﹣r菁优网-jyeoo（r=0，1，2，3，4）．

∵菁优网-jyeoo的通项公式：Tk+1=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=（﹣1）k菁优网-jyeooxr﹣2k，

令r﹣2k=0，即r=2k．

r=0，k=0；r=2，k=1；r=4，k=2．

∴常数项=1﹣菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo×1=﹣5．

故答案为：﹣5．

【点评】本题考查了二项式定理的应用、分类讨论方法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

16．（5分）（2017•合肥二模）已知关于x的方程（t+1）cosx﹣tsinx=t+2在（0，π）上有实根．则实数t的最大值是　﹣1　．

【考点】54：根的存在性及根的个数判断．菁优网版权所有

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】分离参数可得t=菁优网-jyeoo，利用导数判断右侧函数的单调性求出最大值即可．

【解答】解：∵（t+1）cosx﹣tsinx=t+2，

∴t=菁优网-jyeoo，

令f（x）=菁优网-jyeoo，

则f′（x）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

令g（x）=sinx+2cosx﹣1，则g′（x）=cosx﹣2sinx，

∴当x=arctan菁优网-jyeoo时，g′（x）=0，当0＜x＜arctan菁优网-jyeoo时，g′（x）＞0，当arctan菁优网-jyeoo＜x＜π时，g′（x）＜0，

∴g（x）在（0，arctan菁优网-jyeoo）上单调递增，在（arctan菁优网-jyeoo，π）上单调递减，

又g（0）=1，g（π）=﹣3，

∴g（x）在（0，π）上只有一个零点，又g（菁优网-jyeoo）=0，

∴当0＜x＜菁优网-jyeoo时，g（x）＞0，当菁优网-jyeoo＜x＜π时，g（x）＜0，

∴当0＜x＜菁优网-jyeoo时，f′（x）＞0，当菁优网-jyeoo＜x＜π时，f′（x）＜0

∴f（x）在（0，菁优网-jyeoo）上单调递增，在（菁优网-jyeoo，0）上单调递减，

∴当x=菁优网-jyeoo时，f（x）取得最大值f（菁优网-jyeoo）=﹣1．

∴t的最大值为﹣1．

故答案为﹣1．

【点评】本题考查了导数与函数单调性的关系，函数最值的计算，属于中档题．

**三、解答题（本大题共5小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）**

17．（12分）（2017•合肥二模）已知菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，函数f（x）=菁优网-jyeoo．

（Ⅰ）求函数y=f（x）图象的对称轴方程；

（Ⅱ）若方程f（x）=菁优网-jyeoo在（0，π）上的解为x1，x2，求cos（x1﹣x2）的值．

【考点】GP：两角和与差的余弦函数；9R：平面向量数量积的运算．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；44 ：数形结合法；57 ：三角函数的图像与性质；5A ：平面向量及应用．

【分析】（Ⅰ）由已知利用平面向量数量积的运算，三角函数恒等变换的应用化简可得函数解析式为f（x）=sin（2x﹣菁优网-jyeoo），利用正弦函数的对称性即可得解．

（Ⅱ）由条件知菁优网-jyeoo，且菁优网-jyeoo，可求菁优网-jyeoo，利用诱导公式即可化简求值得解．

【解答】解：（Ⅰ）菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo，

令菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo，

即y=f（x）的对称轴方程为菁优网-jyeoo，（k∈Z）．

（Ⅱ）由条件知菁优网-jyeoo，且菁优网-jyeoo，

易知（x1，f（x1））与（x2，f（x2））关于菁优网-jyeoo对称，则菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查了平面向量数量积的运算，三角函数恒等变换的应用，正弦函数的对称性的综合应用，考查了数形结合思想和转化思想，属于中档题．

18．（12分）（2017•合肥二模）某校计划面向高一年级1200名学生开设校本选修课程，为确保工作的顺利实施，先按性别进行分层抽样，抽取了180名学生对社会科学类，自然科学类这两大类校本选修课程进行选课意向调查，其中男生有105人．在这180名学生中选择社会科学类的男生、女生均为45人．

（Ⅰ）分别计算抽取的样本中男生及女生选择社会科学类的频率，并以统计的频率作为概率，估计实际选课中选择社会科学类学生数；

（Ⅱ）根据抽取的180名学生的调查结果，完成下列列联表．并判断能否在犯错误的概率不超过0.025的前提下认为科类的选择与性别有关？

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 选择自然科学类 | 选择社会科学类 | 合计 |
| 男生 | 60 | 45 | 105 |
| 女生 | 30 | 45 | 75 |
| 合计 | 90 | 90 | 180 |

附：菁优网-jyeoo，其中n=a+b+c+d．

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| P（K2≥k0） | 0.50 | 0.40 | 0.25 | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
| K0 | 0.455 | 0.708 | 1.323 | 2.072 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

【考点】BL：独立性检验．菁优网版权所有

【专题】38 ：对应思想；4A ：数学模型法；5I ：概率与统计．

【分析】（Ⅰ）计算抽取的男生与女生人数，根据分层抽样原理求出对应男生、女生人数；

（Ⅱ）根据统计数据，填写列联表，计算观测值，比较临界值得出结论．

【解答】解：（Ⅰ）由条件知，抽取的男生为105人，女生为180﹣105=75人；

男生选择社会科学类的频率为菁优网-jyeoo，女生选择社会科学类的频率为菁优网-jyeoo；

由题意，男生总数为菁优网-jyeoo人，

女生总数为菁优网-jyeoo人，

所以，估计选择社会科学的人数为菁优网-jyeoo人；

（Ⅱ）根据统计数据，可得列联表如下：

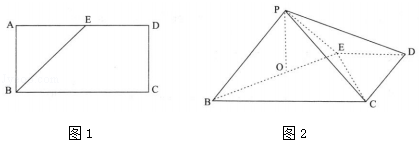
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 选择自然科学类 | 选择社会科学类 | 合计 |
| 男生 | 60 | 45 | 105 |
| 女生 | 30 | 45 | 75 |
| 合计 | 90 | 90 | 180 |

计算观测值菁优网-jyeoo，

所以，在犯错误的概率不超过0.025的前提下认为科类的选择与性别有关．

【点评】本题考查了分层抽样原理与独立性检验的应用问题，是基础题．

19．（12分）（2017•合肥二模）如图1，矩形ABCD中，AB=1，AD=2，点E为AD中点，沿BE将△ABE折起至△PBE，如图2所示，点P在面BCDE的射影O落在BE上．



（Ⅰ）求证：BP⊥CE；

（Ⅱ）求二面角B﹣PC﹣D的余弦值．

【考点】MT：二面角的平面角及求法；LX：直线与平面垂直的性质．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；35 ：转化思想；5F ：空间位置关系与距离；5G ：空间角．

【分析】（Ⅰ）点P在平面BCDE的射影O落在BE上，证明CE⊥平面PBE，推出PB⊥CE．

（Ⅱ）以O为坐标原点，以过点O且平行于CD的直线为x轴，过点O且平行于BC的直线为y轴，直线PO为z轴，建立如图所示直角坐标系．求出平面PCD的法向量，平面PBC的法向量利用空间向量的数量积求解二面角B﹣PC﹣D的余弦值即可．

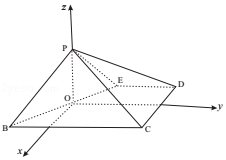
【解答】解：（Ⅰ）由条件，点P在平面BCDE的射影O落在BE上，

∴平面PBE⊥平面BCDE，易知BE⊥CE，

∴CE⊥平面PBE，而BP⊂平面PBE，

∴PB⊥CE．

（Ⅱ）以O为坐标原点，以过点O且平行于CD的直线为x轴，过点O且平行于BC的直线为y轴，直线PO为z轴，建立如图所示直角坐标系．



则菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo

设平面PCD的法向量为菁优网-jyeoo

则菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo，令菁优网-jyeoo，可得菁优网-jyeoo

设平面PBC的法向量为菁优网-jyeoo

则菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo，令菁优网-jyeoo，可得菁优网-jyeoo∴菁优网-jyeoo

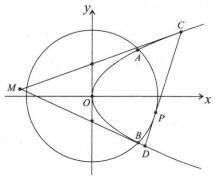
考虑到二面角B﹣PC﹣D为钝二面角，则二面角B﹣PC﹣D的余弦值为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查直线与平常垂直的性质定理的应用，二面角的平面角的求法，考查空间想象能力以及计算能力．

20．（12分）（2017•合肥二模）如图，抛物线E：y2=2px（p＞0）与圆O：x2+y2=8相交于A，B两点，且点A的横坐标为2．过劣弧AB上动点P（x0，y0）作圆O的切线交抛物线E于C，D两点，分别以C，D为切点作抛物线E的切线l1，l2，l1与l2相交于点M．

（Ⅰ）求p的值；

（Ⅱ）求动点M的轨迹方程．



【考点】KH：直线与圆锥曲线的综合问题；J3：轨迹方程．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；35 ：转化思想；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（Ⅰ）由点A的横坐标为2，可得点A的坐标为（2，2），代入y2=2px，解p．

（Ⅱ）设菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，y1≠0，y2≠0．切线l1：菁优网-jyeoo，代入y2=2x，求出菁优网-jyeoo，得到l1方程为菁优网-jyeoo，同理l2方程为菁优网-jyeoo，联立直线方程组，求出M，利用CD方程为x0x+y0y=8，联立方程菁优网-jyeoo利用韦达定理，代入可知M（x，y）满足菁优网-jyeoo，求出动点M的轨迹方程．

【解答】解：（Ⅰ）由点A的横坐标为2，可得点A的坐标为（2，2），

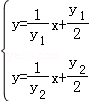
代入y2=2px，解得p=1，

（Ⅱ）设菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，y1≠0，y2≠0．

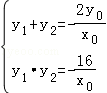
切线l1：菁优网-jyeoo，

代入y2=2x得菁优网-jyeoo，由△=0解得菁优网-jyeoo，

∴l1方程为菁优网-jyeoo，同理l2方程为菁优网-jyeoo，

联立，解得，

∵CD方程为x0x+y0y=8，其中x0，y0满足菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

联立方程菁优网-jyeoo得菁优网-jyeoo，则，

代入可知M（x，y）满足菁优网-jyeoo，

代入菁优网-jyeoo得菁优网-jyeoo，

考虑到菁优网-jyeoo，知菁优网-jyeoo．

∴动点M的轨迹方程为菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查圆的方程的综合应用，动点的轨迹方程的求法，直线与圆锥曲线的位置关系的应用，考查转化思想以及计算能力．

21．（12分）（2017•合肥二模）已知f（x）=ln（x+m）﹣mx．

（Ⅰ）求f（x）的单调区间；

（Ⅱ）设m＞1，x1，x2为函数f（x）的两个零点，求证：x1+x2＜0．

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；52：函数零点的判定定理．菁优网版权所有

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；53 ：导数的综合应用．

【分析】（Ⅰ）求出函数的导数，通过讨论m的范围，求出函数的单调区间即可；

（Ⅱ）构造函数g（x）=emx﹣x，g（x）=emx﹣x与y=m图象两交点的横坐标为x1，x2，问题转化为证明菁优网-jyeoo令菁优网-jyeoo，根据函数的单调性证明即可．

【解答】解：（Ⅰ）∵f（x）=ln（x+m）﹣mx，∴菁优网-jyeoo，

当m≤0时，∴菁优网-jyeoo，

即f（x）的单调递增区间为（﹣m，+∞），无减区间；

当m＞0时，∴菁优网-jyeoo，

由f'（x）=0，得菁优网-jyeoo，

菁优网-jyeoo时，f'（x）＞0，

菁优网-jyeoo时，f'（x）＜0，

∴m＞0时，易知f（x）的单调递增区间为菁优网-jyeoo，单调递减区间为菁优网-jyeoo，

（Ⅱ）由（Ⅰ）知f（x）的单调递增区间为菁优网-jyeoo，单调递减区间为菁优网-jyeoo．

不妨设﹣m＜x1＜x2，由条件知菁优网-jyeoo，即，

构造函数g（x）=emx﹣x，g（x）=emx﹣x与y=m图象两交点的横坐标为x1，x2，

由g'（x）=emx﹣1=0可得菁优网-jyeoo，

而m2＞lnm（m＞1），∴菁优网-jyeoo

知g（x）=emx﹣x在区间菁优网-jyeoo上单调递减，在区间菁优网-jyeoo上单调递增．

可知菁优网-jyeoo

欲证x1+x2＜0，只需证菁优网-jyeoo，即证菁优网-jyeoo，

考虑到g（x）在菁优网-jyeoo上递增，只需证菁优网-jyeoo

由g（x2）=g（x1）知，只需证菁优网-jyeoo

令菁优网-jyeoo，

则菁优网-jyeoo，

即h（x）单增，又菁优网-jyeoo，

结合菁优网-jyeoo知h（x1）＜0，即菁优网-jyeoo成立，

即x1+x2＜0成立．

【点评】本题考查了函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及分类讨论思想、考查转化思想以及函数恒成立问题，是一道综合题．

**[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22．（10分）（2017•合肥二模）在直角坐标系xOy中，以坐标原点为极点，x轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，圆C的极坐标方程为ρ=4cosθ．

（1）求出圆C的直角坐标方程；

（2）已知圆C与x轴相交于A，B两点，直线l：y=2x关于点M（0，m）（m≠0）对称的直线为l'．若直线l'上存在点P使得∠APB=90°，求实数m的最大值．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5S ：坐标系和参数方程．

【分析】（1）由ρ=4cosθ得ρ2=4ρcosθ，即可求出圆C的直角坐标方程；

（2）l：y=2x关于点M（0，m）的对称直线l'的方程为y=2x+2m，而AB为圆C的直径，故直线l'上存在点P使得∠APB=90°的充要条件是直线l'与圆C有公共点，即可求实数m的最大值．

【解答】解：（1）由ρ=4cosθ得ρ2=4ρcosθ，即x2+y2﹣4x=0，即圆C的标准方程为（x﹣2）2+y2=4．

（2）l：y=2x关于点M（0，m）的对称直线l'的方程为y=2x+2m，而AB为圆C的直径，故直线l'上存在点P使得∠APB=90°的充要条件是直线l'与圆C有公共点，故菁优网-jyeoo，于是，实数m的最大值为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查极坐标方程转化为直角坐标方程，考查直线与圆的位置关系的运用，考查学生转化问题的能力，属于中档题．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•合肥二模）已知函数菁优网-jyeoo．

（1）求函数f（x）的定义域；

（2）若当x∈[0，1]时，不等式f（x）≥1恒成立，求实数a的取值范围．

【考点】3R：函数恒成立问题；33：函数的定义域及其求法．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；33 ：函数思想；4R：转化法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】（1）由根式内部的代数式大于等于0，求解绝对值的不等式，进一步分类求解含参数的不等式得答案；

（2）把不等式f（x）≥1恒成立转化为|ax﹣2|≤3，记g（x）=|ax﹣2|，可得菁优网-jyeoo，求解不等式组得答案．

【解答】解：（1）要使原函数有意义，则|ax﹣2|≤4，即﹣4≤ax﹣2≤4，得﹣2≤ax≤6，

当a＞0时，解得菁优网-jyeoo，函数f（x）的定义域为菁优网-jyeoo；

当a＜0时，解得菁优网-jyeoo，函数f（x）的定义域为菁优网-jyeoo．

（2）f（x）≥1⇔|ax﹣2|≤3，记g（x）=|ax﹣2|，

∵x∈[0，1]，∴需且只需菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo，解得﹣1≤a≤5，

又a≠0，∴﹣1≤a≤5，且a≠0．

【点评】本题考查函数恒成立问题，考查数学转化思想方法，训练了含有参数的不等式的解法，是中档题．