**2017年广东省广州市高考数学理科一模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本小题共12题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．（5分）（2017•广州一模）复数（1+i）2+菁优网-jyeoo的共轭复数是（　　）

A．1+i B．1﹣i C．﹣1+i D．﹣1﹣i

【考点】A5：复数代数形式的乘除运算．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的运算法则、共轭复数的定义即可得出．

【解答】解：（1+i）2+菁优网-jyeoo=2i+菁优网-jyeoo=2i+1﹣i=1+i的共轭复数是1﹣i．

故选：B．

【点评】本题考查了复数的运算法则、共轭复数的定义，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

2．（5分）（2017•广州一模）若集合M={x||x|≤1}，N={y|y=x2，|x|≤1}，则（　　）

A．M=N B．M⊆N C．N⊆M D．M∩N=∅

【考点】15：集合的表示法．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5J ：集合．

【分析】化简N，即可得出结论．

【解答】解：由题意，N={y|y=x2，|x|≤1}={y|0≤y≤1}，

∴N⊆M，

故选C．

【点评】本题考查集合的化简，考查集合的关系，比较基础．

3．（5分）（2017•江西二模）已知等比数列{an}的各项都为正数，且a3，菁优网-jyeoo成等差数列，则菁优网-jyeoo的值是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】88：等比数列的通项公式．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；49 ：综合法；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】设等比数列{an}的公比为q，且q＞0，由题意和等差中项的性质列出方程，由等比数列的通项公式化简后求出q，由等比数列的通项公式化简所求的式子，化简后即可求值．

【解答】解：设等比数列{an}的公比为q，且q＞0，

∵a3，菁优网-jyeoo成等差数列，

∴菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo，

化简得，q2﹣q﹣1=0，解得q=菁优网-jyeoo，

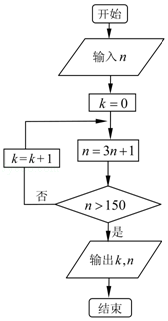
则q=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选A．

【点评】本题考查等比数列的通项公式，以及等差中项的性质的应用，属于基础题．

4．（5分）（2017•广州一模）阅读如图的程序框图．若输入n=5，则输出k的值为（　　）



A．2 B．3 C．4 D．5

【考点】EF：程序框图．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；28 ：操作型；5K ：算法和程序框图．

【分析】根据已知中的程序框图可得，该程序的功能是计算并输出变量k，n的值，模拟程序的运行过程，可得答案．

【解答】解：第一次执行循环体，n=16，不满足退出循环的条件，k=1；

第二次执行循环体，n=49，不满足退出循环的条件，k=2；

第三次执行循环体，n=148，不满足退出循环的条件，k=3；

第四次执行循环体，n=445，满足退出循环的条件，

故输出k值为3，

故选：B

【点评】本题考查的知识点是程序框图，当程序的运行次数不多或有规律时，可采用模拟运行的办法解答．

5．（5分）（2017•广州一模）已知双曲线C菁优网-jyeoo的一条渐近线方程为2x+3y=0，F1，F2分别是双曲线C的左，右焦点，点P在双曲线C上，且|PF1|=7，则|PF2|等于（　　）

A．1 B．13 C．4或10 D．1或13

【考点】KC：双曲线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；4R：转化法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】由双曲线的方程、渐近线的方程求出a，由双曲线的定义求出|PF2|．

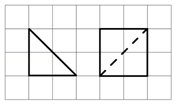
【解答】解：由双曲线的方程、渐近线的方程可得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，∴a=3．

由双曲线的定义可得||PF2|﹣7|=6，∴|PF2|=1或13，

故选D．

【点评】本题考查双曲线的定义和双曲线的标准方程，以及双曲线的简单性质的应用，由双曲线的方程、渐近线的方程求出a是解题的关键．

6．（5分）（2017•江西二模）如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗线画出的是某几何体的正视图（等腰直角三角形）和侧视图，且该几何体的体积为菁优网-jyeoo，则该几何体的俯视图可以是（　　）



A．菁优网：http://www.jyeoo.com B．菁优网：http://www.jyeoo.com C．菁优网：http://www.jyeoo.com D．菁优网：http://www.jyeoo.com

【考点】L7：简单空间图形的三视图．菁优网版权所有

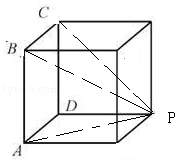
【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】该几何体为正方体截去一部分后的四棱锥P﹣ABCD，作出图形，可得结论．

【解答】解：该几何体为正方体截去一部分后的四棱锥P﹣ABCD，如图所示，

该几何体的俯视图为D．

故选：D．



【点评】本题考查棱锥体积的计算，考查三视图，考查数形结合的数学思想，比较基础．

7．（5分）（2017•淮北二模）五个人围坐在一张圆桌旁，每个人面前放着完全相同的硬币，所有人同时翻转自己的硬币．若硬币正面朝上，则这个人站起来； 若硬币正面朝下，则这个人继续坐着．那么，没有相邻的两个人站起来的概率为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】CC：列举法计算基本事件数及事件发生的概率．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5I ：概率与统计．

【分析】求出基本事件的个数，即可求出没有相邻的两个人站起来的概率．

【解答】解：五个人的编号为1，2，3，4，5．

由题意，所有事件，共有25=32种，没有相邻的两个人站起来的基本事件有（1），（2），（3），（4），（5），（1，3），（1，4），（2，4），（2，5），（3，5），再加上没有人站起来的可能有1种，共11种情况，

∴没有相邻的两个人站起来的概率为菁优网-jyeoo，

故选：C．

【点评】本题考查没有相邻的两个人站起来的概率，考查列举法的运用，比较基础．

8．（5分）（2017•广州一模）已知F1，F2分别是椭圆C：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1（a＞b＞0）的左、右焦点，椭圆C上存在点P使∠F1PF2为钝角，则椭圆C的离心率的取值范围是（　　）

A．（菁优网-jyeoo，1） B．（菁优网-jyeoo，1） C．（0，菁优网-jyeoo） D．（0，菁优网-jyeoo）

【考点】K4：椭圆的简单性质．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】由∠F1PF2为钝角，得到菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo＜0有解，转化为c2＞x02+y02有解，求出x02+y02的最小值后求得椭圆离心率的取值范围．

【解答】解：设P（x0，y0），则|x0|＜a，

又F1（﹣c，0），F2（c，0），

又∠F1PF2为钝角，当且仅当菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo＜0有解，

即（﹣c﹣x0，﹣y0）•（c﹣x0，﹣y0）=（﹣c﹣x0）（c﹣x0）+y02＜0，

即有c2＞x02+y02有解，即c2＞（x02+y02）min．

又y02=b2﹣菁优网-jyeoox02，

∴x02+y02=b2+菁优网-jyeoox02∈[b2，a2），

即（x02+y02）min=b2．

故c2＞b2，c2＞a2﹣c2，

∴菁优网-jyeoo＞菁优网-jyeoo，即e＞菁优网-jyeoo，

又0＜e＜1，

∴菁优网-jyeoo＜e＜1．

故选：A．

【点评】本题考查了椭圆的性质，主要是求离心率的范围，考查了平面向量数量积在解题中的应用，体现了数学转化思想方法，解答此题的关键在于把存在一点P使∠F1PF2为钝角转化为菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo＜0有解．

9．（5分）（2017•广州一模）已知p：∃x＞0，ex﹣ax＜1成立，q：函数f（x）=﹣（a﹣1）x是减函数，则p是q的（　　）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

【考点】2L：必要条件、充分条件与充要条件的判断．菁优网版权所有

【专题】51 ：函数的性质及应用；53 ：导数的综合应用；5L ：简易逻辑．

【分析】利用导数研究p的单调性可得a＞0．q：函数f（x）=﹣（a﹣1）x是减函数，则a﹣1＞1，解得a＞2．即可判断出结论．

【解答】解：p：∃x＞0，ex﹣ax＜1成立，则a菁优网-jyeoo，令f（x）=菁优网-jyeoo，则f′（x）=菁优网-jyeoo．

令g（x）=exx﹣ex+1，

则g（0）=0，g′（x）=xex＞0，∴g（x）＞0，∴f′（x）＞0，∴a＞0．

q：函数f（x）=﹣（a﹣1）x是减函数，则a﹣1＞1，解得a＞2．

则p是q的必要不充分条件．

故选：B．

【点评】本题考查了利用导数研究函数的单调性、复合函数与指数函数的单调性、简易逻辑的判定方法，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

10．（5分）（2017•广州一模）《九章算术》中，将底面为长方形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称之为阳马；将四个面都为直角三角形的三棱锥称之为鳖臑．若三棱锥P﹣ABC为鳖臑，PA⊥平面ABC，PA=AB=2，AC=4，三棱锥P﹣ABC的四个顶点都在球O的球面上，则球O的表面积为（　　）

A．8π B．12π C．20π D．24π

【考点】LG：球的体积和表面积．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】由题意，PC为球O的直径，求出PC，可得球O的半径，即可求出球O的表面积．

【解答】解：由题意，PC为球O的直径，PC=菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo，

∴球O的半径为菁优网-jyeoo，

∴球O的表面积为4π•5=20π，

故选C．

【点评】本题考查球O的表面积，考查学生的计算能力，求出球的半径是关键．

11．（5分）（2017•河南模拟）若直线y=1与函数f（x）=2sin2x的图象相交于点P（x1，y1），Q（x2，y2），且|x1﹣x2|=菁优网-jyeoo，则线段PQ与函数f（x）的图象所围成的图形面积是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】H2：正弦函数的图象．菁优网版权所有

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；57 ：三角函数的图像与性质．

【分析】根据直线y=1与函数f（x）=2sin2x的图象相交于点P（x1，y1），Q（x2，y2），求解x1，x2的值，利用定积分即可求解线段PQ与函数f（x）的图象所围成的图形面积．

【解答】解：函数f（x）=2sin2x，

周期T=π，

令2sin2x=1，解得：x=菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo，

直线y=1与函数f（x）=2sin2x的图象相交于点从左向右依次是菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo…，

∵|x1﹣x2|=菁优网-jyeoo

令x1=菁优网-jyeoo，x2=菁优网-jyeoo，

可得：线段PQ与函数f（x）的图象所围成的图形面积

S=菁优网-jyeoo﹣2菁优网-jyeoo﹣2菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选A

【点评】本题考查了本题给出正弦型三角函数的图象与直线y=1的图象相交于点问题的运用以及定积分的求法．

12．（5分）（2017•广州一模）已知函数f（x）=x3﹣菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo的值为（　　）

A．0 B．504 C．1008 D．2016

【考点】8E：数列的求和．菁优网版权所有

【专题】38 ：对应思想；4R：转化法；5P ：二项式定理．

【分析】使用二项式定理化简得f（x）═（x﹣菁优网-jyeoo）3+菁优网-jyeoo．根据菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo互为相反数便可得出答案．

【解答】解：f（x）=x3﹣菁优网-jyeoo=x3﹣菁优网-jyeoox2+菁优网-jyeoox﹣菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=（x﹣菁优网-jyeoo）3+菁优网-jyeoo．

∵菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=0，k=1，2，…2016．

∴（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）3+（菁优网-jyeoo）3=0，k=1，2，…2016．

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=504．

故选：B．

【点评】本题考查了二项式定理的应用，属于中档题．

**二、填空题：本小题共4题，每小题5分．**

13．（5分）（2017•江西二模）已知|菁优网-jyeoo|=1，|菁优网-jyeoo|=菁优网-jyeoo，且菁优网-jyeoo⊥（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo），则向量菁优网-jyeoo与向量菁优网-jyeoo的夹角是　菁优网-jyeoo　．

【考点】9S：数量积表示两个向量的夹角．菁优网版权所有

【专题】5A ：平面向量及应用．

【分析】由条件利用两个向量垂直的性质、两个向量的数量积的定义求得cosθ的值，可得向量菁优网-jyeoo与向量菁优网-jyeoo的夹角θ的值．

【解答】解：设向量菁优网-jyeoo与向量菁优网-jyeoo的夹角是θ，则由题意可得菁优网-jyeoo•（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=1﹣1×菁优网-jyeoo×cosθ=0，

求得cosθ=菁优网-jyeoo，可得θ=菁优网-jyeoo，

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查两个向量的数量积的定义，两个向量垂直的性质，属于基础题．

14．（5分）（2017•广州一模）（3﹣x）n的展开式中各项系数和为64，则x3的系数为　﹣540　（用数字填写答案）

【考点】DB：二项式系数的性质．菁优网版权所有

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；5P ：二项式定理．

【分析】令x=1，则2n=64，解得n=6．再利用通项公式即可得出．

【解答】解：令x=1，则2n=64，解得n=6．

（3﹣x）6的通项公式为：Tr+1=菁优网-jyeoo=（﹣1）r菁优网-jyeoo•36﹣r•xr，

令r=3，则x3的系数为﹣菁优网-jyeoo=﹣540．

故答案为：﹣540．

【点评】本题考查了二项式定理的性质及其通项公式，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

15．（5分）（2017•广州一模）已知函数f（x）=菁优网-jyeoo，若|f（a）|≥2，则实数a的取值范围是　菁优网-jyeoo　．

【考点】3T：函数的值．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；32 ：分类讨论；49 ：综合法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】根据解析式对a分类讨论，分别列出不等式后，由指数、对数函数的性质求出实数a的取值范围．

【解答】解：由题意知，f（x）=菁优网-jyeoo，

①当a≤0时，不等式|f（a）|≥2为|21﹣a|≥2，

则21﹣a≥2，即1﹣a≥1，解得a≤0；

②当a＞0时，不等式|f（a）|≥2为菁优网-jyeoo，

则菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo，

即菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo，解得0＜a 菁优网-jyeoo或a≥8；

综上可得，实数a的取值范围是菁优网-jyeoo，

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查利用分段函数求不等式的解集，以及指数、对数函数的性质的应用，考查分类讨论思想，化简、变形能力．

16．（5分）（2017•成都四模）设Sn为数列{an}的前n项和，已知a1=2，对任意p、q∈N\*，都有ap+q=ap+aq，则f（n）=菁优网-jyeoo（n∈N\*）的最小值为　菁优网-jyeoo　．

【考点】8E：数列的求和．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；53 ：导数的综合应用；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】对任意p、q∈N\*，都有ap+q=ap+aq，令p=n，q=1，可得an+1=an+a1，则菁优网-jyeoo﹣an=2，利用等差数列的求和公式可得Sn．f（n）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=n+1+菁优网-jyeoo﹣1，令g（x）=x+菁优网-jyeoo（x≥1），利用导数研究函数的单调性极值与最值即可得出．

【解答】解：∵对任意p、q∈N\*，都有ap+q=ap+aq，令p=n，q=1，可得an+1=an+a1，则菁优网-jyeoo﹣an=2，

∴数列{an}是等差数列，公差为2．

∴Sn=2n+菁优网-jyeoo=n+n2．

则f（n）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=n+1+菁优网-jyeoo﹣1，

令g（x）=x+菁优网-jyeoo（x≥1），则g′（x）=1﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，可得x∈[1，菁优网-jyeoo时，函数g（x）单调递减；x∈菁优网-jyeoo时，函数g（x）单调递增．

又f（7）=14+菁优网-jyeoo，f（8）=14+菁优网-jyeoo．

∴f（7）＜f（8）．

∴f（n）=菁优网-jyeoo（n∈N\*）的最小值为菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo．

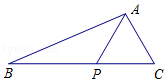
【点评】本题考查了等差数列的通项公式与求和公式、利用导数研究函数的单调性极值与最值，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

**三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17．（12分）（2017•成都四模）如图，在△ABC中，点P在BC边上，∠PAC=60°，PC=2，AP+AC=4．

（Ⅰ） 求∠ACP；

（Ⅱ） 若△APB的面积是菁优网-jyeoo，求sin∠BAP．



【考点】HR：余弦定理；HP：正弦定理．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；44 ：数形结合法；58 ：解三角形．

【分析】（Ⅰ） 在△APC中，由余弦定理得AP2﹣4AP+4=0，解得AP=2，可得△APC是等边三角形，即可得解．

（Ⅱ） 法1：由已知可求∠APB=120°．利用三角形面积公式可求PB=3．进而利用余弦定理可求AB，在△APB中，由正弦定理可求sin∠BAP=菁优网-jyeoo的值．

法2：作AD⊥BC，垂足为D，可求：菁优网-jyeoo，利用三角形面积公式可求PB，进而可求BD，AB，利用三角函数的定义可求菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．利用两角差的正弦函数公式可求sin∠BAP=sin（∠BAD﹣30°）的值．

【解答】（本题满分为12分）

解：（Ⅰ） 在△APC中，因为∠PAC=60°，PC=2，AP+AC=4，

由余弦定理得PC2=AP2+AC2﹣2•AP•AC•cos∠PAC，…（1分）

所以22=AP2+（4﹣AP）2﹣2•AP•（4﹣AP）•cos60°，

整理得AP2﹣4AP+4=0，…（2分）

解得AP=2．…（3分）

所以AC=2．…（4分）

所以△APC是等边三角形．…（5分）

所以∠ACP=60°．…（6分）

（Ⅱ） 法1：由于∠APB是△APC的外角，所以∠APB=120°．…（7分）

因为△APB的面积是菁优网-jyeoo，所以菁优网-jyeoo．…（8分）

所以PB=3．…（9分）

在△APB中，AB2=AP2+PB2﹣2•AP•PB•cos∠APB=22+32﹣2×2×3×cos120°=19，

所以菁优网-jyeoo．…（10分）

在△APB中，由正弦定理得菁优网-jyeoo，…（11分）

所以sin∠BAP=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．…（12分）

法2：作AD⊥BC，垂足为D，

因为△APC是边长为2的等边三角形，

所以菁优网-jyeoo．…（7分）

因为△APB的面积是菁优网-jyeoo，所以菁优网-jyeoo．…（8分）

所以PB=3．…（9分）

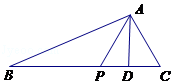
所以BD=4．

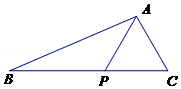
在Rt△ADB中，菁优网-jyeoo，…（10分）

所以菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

所以sin∠BAP=sin（∠BAD﹣30°）=sin∠BADcos30°﹣cos∠BADsin30°…（11分）

=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．…（12分）





【点评】本题主要考查了余弦定理，三角形面积公式，正弦定理，三角函数的定义，两角差的正弦函数公式在解三角形中的应用，考查了计算能力和数形结合思想，考查了转化思想，属于中档题．

18．（12分）（2017•广州一模）近年来，我国电子商务蓬勃发展.2016年“618”期间，某网购平台的销售业绩高达516亿元人民币，与此同时，相关管理部门推出了针对该网购平台的商品和服务的评价系统．从该评价系统中选出200次成功交易，并对其评价进行统计，网购者对商品的满意率为0.6，对服务的满意率为0.75，其中对商品和服务都满意的交易为80次．

（Ⅰ） 根据已知条件完成下面的2×2列联表，并回答能否有99%的把握认为“网购者对商品满意与对服务满意之间有关系”？

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 对服务满意 | 对服务不满意 | 合计 |
| 对商品满意 | 80 |  |  |
| 对商品不满意 |  |  |  |
| 合计 |  |  | 200 |

（Ⅱ） 若将频率视为概率，某人在该网购平台上进行的3次购物中，设对商品和服务都满

意的次数为随机变量X，求X的分布列和数学期望EX．

附：K2=菁优网-jyeoo（其中n=a+b+c+d为样本容量）

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| P（K2≥k） | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 |
| k | 2.072 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 |

【考点】BO：独立性检验的应用．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5I ：概率与统计．

【分析】（Ⅰ）利用数据直接填写联列表即可，求出X2，即可回答是否有95%的把握认为性别和对手机的“认可”有关；

（Ⅱ）由题意可得X的可能值，分别可求其概率，可得分布列，进而可得数学期望．．

【解答】解：（Ⅰ） 2×2列联表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 对服务满意 | 对服务不满意 | 合计 |
| 对商品满意 | 80 | 40 | 120 |
| 对商品不满意 | 70 | 10 | 80 |
| 合计 | 150 | 50 | 200 |

…（2分）菁优网-jyeoo，…（3分）

因为11.111＞6.635，

所以能有99%的把握认为“网购者对商品满意与对服务满意之间有关系”．…（4分）

（Ⅱ） 每次购物时，对商品和服务都满意的概率为菁优网-jyeoo，且X的取值可以是0，1，2，3．

…（6分）菁优网-jyeoo；菁优网-jyeoo；菁优网-jyeoo．…（10分）

X的分布列为：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |

…（11分）

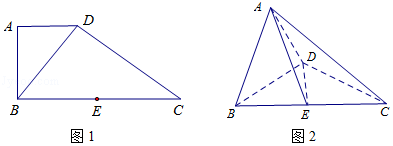
所以菁优网-jyeoo．…（12分）

【点评】本题考查独立检验以及离散性随机变量的分布列以及期望的求法，考查转化思想以及计算能力．

19．（12分）（2017•河南模拟）如图1，在直角梯形ABCD中，AD∥BC，AB⊥BC，BD⊥DC，点E是BC边的中点，将△ABD沿BD折起，使平面ABD⊥平面BCD，连接AE，AC，DE，得到如图2所示的几何体．

（Ⅰ） 求证：AB⊥平面ADC；

（Ⅱ） 若AD=1，二面角C﹣AB﹣D的平面角的正切值为菁优网-jyeoo，求二面角B﹣AD﹣E的余弦值．



【考点】MT：二面角的平面角及求法；LW：直线与平面垂直的判定．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；5F ：空间位置关系与距离；5G ：空间角．

【分析】（Ⅰ）证明DC⊥AB．AD⊥AB即可得AB⊥平面ADC．

（Ⅱ） 由（Ⅰ）知AB⊥平面ADC，即二面角C﹣AB﹣D的平面角为∠CAD二面角C﹣AB﹣D的平面角的正切值为菁优网-jyeoo，解得AB，如图所示，建立空间直角坐标系D﹣xyz，求出平面BAD的法向量菁优网-jyeoo，平面ADE的法向量，即可得二面角B﹣AD﹣E的余弦值

【解答】解：（Ⅰ） 因为平面ABD⊥平面BCD，平面ABD∩平面BCD=BD，

又BD⊥DC，所以DC⊥平面ABD．…（1分）

因为AB⊂平面ABD，所以DC⊥AB．…（2分）

又因为折叠前后均有AD⊥AB，DC∩AD=D，…（3分）

所以AB⊥平面ADC．…（4分）

（Ⅱ） 由（Ⅰ）知AB⊥平面ADC，所以二面角C﹣AB﹣D的平面角为∠CAD．…（5分）

又DC⊥平面ABD，AD⊂平面ABD，所以DC⊥AD．

依题意菁优网-jyeoo．…（6分）

因为AD=1，所以菁优网-jyeoo．

设AB=x（x＞0），则菁优网-jyeoo．

依题意△ABD～△BDC，所以菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo．…（7分）

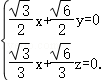
解得菁优网-jyeoo，故菁优网-jyeoo．…（8分）

如图所示，建立空间直角坐标系D﹣xyz，则D（0，0，0），菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

所以菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

由（Ⅰ）知平面BAD的法向量菁优网-jyeoo．…（9分）

设平面ADE的法向量菁优网-jyeoo

由菁优网-jyeoo得

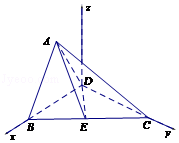
令菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo，

所以菁优网-jyeoo．…（10分）

所以菁优网-jyeoo．…（11分）

由图可知二面角B﹣AD﹣E的平面角为锐角，

所以二面角B﹣AD﹣E的余弦值为菁优网-jyeoo．…（12分）



【点评】本题考查了空间线面垂直的判定，即面面角的求法，属于中档题．

20．（12分）（2017•江西二模）过点P（a，﹣2）作抛物线C：x2=4y的两条切线，切点分别为A（x1，y1），B（x2，y2）．

（Ⅰ） 证明：x1x2+y1y2为定值；

（Ⅱ） 记△PAB的外接圆的圆心为点M，点F是抛物线C的焦点，对任意实数a，试判断以PM为直径的圆是否恒过点F？并说明理由．

【考点】KN：直线与抛物线的位置关系．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（Ⅰ） 求导，求得直线PA的方程，将P代入直线方程，求得菁优网-jyeoo，同理可知菁优网-jyeoo．则x1，x2是方程x2﹣2ax﹣8=0的两个根，则由韦达定理求得x1x2，y1y2的值，即可求证x1x2+y1y2为定值；设切线方程，代入抛物线方程，由△=0，则k1k2=﹣2，分别求得切线方程，代入即可求证x1x2+y1y2为定值；

（Ⅱ） 直线PA的垂直平分线方程为菁优网-jyeoo，同理求得直线PB的垂直平分线方程，求得M坐标，抛物线C的焦点为F（0，1），则菁优网-jyeoo，

则菁优网-jyeoo．则以PM为直径的圆恒过点F．

【解答】解：（Ⅰ）证明：法1：由x2=4y，得菁优网-jyeoo，所以菁优网-jyeoo．所以直线PA的斜率为菁优网-jyeoo．

因为点A（x1，y1）和B（x2，y2）在抛物线C上，所以菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

所以直线PA的方程为菁优网-jyeoo．…（1分）

因为点P（a，﹣2）在直线PA上，

所以菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo．…（2分）

同理，菁优网-jyeoo．…（3分）

所以x1，x2是方程x2﹣2ax﹣8=0的两个根．

所以x1x2=﹣8．…（4分）

又菁优网-jyeoo，…（5分）

所以x1x2+y1y2=﹣4为定值．…（6分）

法2：设过点P（a，﹣2）且与抛物线C相切的切线方程为y+2=k（x﹣a），…（1分）

菁优网-jyeoo，消去y得x2﹣4kx+4ka+8=0，

由△=16k2﹣4（4ak+8）=0，化简得k2﹣ak﹣2=0．…（2分）

所以k1k2=﹣2．…（3分）

由x2=4y，得菁优网-jyeoo，所以菁优网-jyeoo．

所以直线PA的斜率为菁优网-jyeoo，直线PB的斜率为菁优网-jyeoo．

所以菁优网-jyeoo，即x1x2=﹣8．…（4分）

又菁优网-jyeoo，…（5分）

所以x1x2+y1y2=﹣4为定值．…（6分）

（Ⅱ） 法1：直线PA的垂直平分线方程为菁优网-jyeoo，…（7分）

由于菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

所以直线PA的垂直平分线方程为菁优网-jyeoo．①…（8分）

同理直线PB的垂直平分线方程为菁优网-jyeoo．②…（9分）

由①②解得菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

所以点菁优网-jyeoo．…（10分）

抛物线C的焦点为F（0，1），则菁优网-jyeoo．

由于菁优网-jyeoo，…（11分）

所以菁优网-jyeoo．

所以以PM为直径的圆恒过点F．…（12分）

另法：以PM为直径的圆的方程为菁优网-jyeoo．…（11分）

把点F（0，1）代入上方程，知点F的坐标是方程的解．

所以以PM为直径的圆恒过点F．…（12分）

法2：设点M的坐标为（m，n），

则△PAB的外接圆方程为（x﹣m）2+（y﹣n）2=（m﹣a）2+（n+2）2，

由于点A（x1，y1），B（x2，y2）在该圆上，

则菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

两式相减得（x1﹣x2）（x1+x2﹣2m）+（y1﹣y2）（y1+y2﹣2n）=0，①…（7分）

由（Ⅰ）知菁优网-jyeoo，代入上式得菁优网-jyeoo，…（8分）

当x1≠x2时，得8a﹣4m+a3﹣2an=0，②

假设以PM为直径的圆恒过点F，则菁优网-jyeoo，即（﹣m，n﹣1）•（﹣a，﹣3）=0，

得ma﹣3（n﹣1）=0，③…（9分）

由②③解得菁优网-jyeoo，…（10分）

所以点菁优网-jyeoo．…（11分）

当x1=x2时，则a=0，点M（0，1）．

所以以PM为直径的圆恒过点F．…（12分）

【点评】本题考查直线与抛物线的位置关系，考查中点坐标公式，韦达定理的应用，考查利用导数求抛物线的切线方程，考查计算能力，属于中档题．

21．（12分）（2017•成都四模）已知函数f（x）=lnx+菁优网-jyeoo．

（Ⅰ） 若函数f（x）有零点，求实数a的取值范围；

（Ⅱ） 证明：当a≥菁优网-jyeoo，b＞1时，f（lnb）＞菁优网-jyeoo．

【考点】6E：利用导数求闭区间上函数的最值；6B：利用导数研究函数的单调性．菁优网版权所有

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；53 ：导数的综合应用．

【分析】（Ⅰ）法一：求出函数f（x）的导数，得到函数的单调区间，求出f（x）的最小值，从而求出a的范围即可；

法二：求出a=﹣xlnx，令g（x）=﹣xlnx，根据函数的单调性求出g（x）的最大值，从而求出a的范围即可；

（Ⅱ）令h（x）=xlnx+a，通过讨论a的范围，根据函数的单调性证明即可．

【解答】解：（Ⅰ）法1：函数菁优网-jyeoo的定义域为（0，+∞）．

由菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo．…（1分）

因为a＞0，则x∈（0，a）时，f'（x）＜0；x∈（a，+∞）时，f'（x）＞0．

所以函数f（x）在（0，a）上单调递减，在（a，+∞）上单调递增．…（2分）

当x=a时，[f（x）]min=lna+1．…（3分）

当lna+1≤0，即0＜a≤菁优网-jyeoo时，又f（1）=ln1+a=a＞0，则函数f（x）有零点．…（4分）

所以实数a的取值范围为菁优网-jyeoo．…（5分）

法2：函数菁优网-jyeoo的定义域为（0，+∞）．

由菁优网-jyeoo，得a=﹣xlnx．…（1分）

令g（x）=﹣xlnx，则g'（x）=﹣（lnx+1）．

当菁优网-jyeoo时，g'（x）＞0； 当菁优网-jyeoo时，g'（x）＜0．

所以函数g（x）在菁优网-jyeoo上单调递增，在菁优网-jyeoo上单调递减．…（2分）

故菁优网-jyeoo时，函数g（x）取得最大值菁优网-jyeoo．…（3分）

因而函数菁优网-jyeoo有零点，则菁优网-jyeoo．…（4分）

所以实数a的取值范围为菁优网-jyeoo．…（5分）

（Ⅱ）证明：令h（x）=xlnx+a，则h'（x）=lnx+1．

当菁优网-jyeoo时，h'（x）＜0；当菁优网-jyeoo时，h'（x）＞0．

所以函数h（x）在菁优网-jyeoo上单调递减，在菁优网-jyeoo上单调递增．

当菁优网-jyeoo时，菁优网-jyeoo．…（6分）

于是，当a≥菁优网-jyeoo时，菁优网-jyeoo．①…（7分）

令φ（x）=xe﹣x，则φ'（x）=e﹣x﹣xe﹣x=e﹣x（1﹣x）．

当0＜x＜1时，f'（x）＞0；当x＞1时，f'（x）＜0．

所以函数φ（x）在（0，1）上单调递增，在（1，+∞）上单调递减．

当x=1时，菁优网-jyeoo．…（8分）

于是，当x＞0时，菁优网-jyeoo．②…（9分）

显然，不等式①、②中的等号不能同时成立．

故当x＞0，菁优网-jyeoo时，xlnx+a＞xe﹣x．…（10分）

因为b＞1，所以lnb＞0．

所以lnb•ln（lnb）+a＞lnb•e﹣lnb．…（11分）

所以菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo．…（12分）

【点评】本题考查了函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及分类讨论思想，考查不等式的证明，是一道综合题．

**选修4-4：坐标系与参数方程**

22．（10分）（2017•江西二模）在直角坐标系xOy中，直线l的参数方程为菁优网-jyeoo（t为参数）．在以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴的极坐标系中，曲线C：ρ=2菁优网-jyeoocos（θ﹣菁优网-jyeoo）．

（Ⅰ） 求直线l的普通方程和曲线C的直角坐标方程；

（Ⅱ） 求曲线C上的点到直线l的距离的最大值．

【考点】QH：参数方程化成普通方程；Q4：简单曲线的极坐标方程．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；4Q：参数法；4R：转化法；5S ：坐标系和参数方程．

【分析】（Ⅰ） 将直线l的参数方程菁优网-jyeoo消去t参数，可得直线l的普通方程，将ρcosθ=x，ρsinθ=y，ρ2=x2+y2，带入ρ=2菁优网-jyeoocos（θ﹣菁优网-jyeoo）可得曲线C的直角坐标方程．

（Ⅱ）法一：设曲线C上的点为菁优网-jyeoo，点到直线的距离公式建立关系，利用三角函数的有界限可得最大值．

法二：设与直线l平行的直线为l'：x+y+b=0，当直线l'与圆C相切时，得菁优网-jyeoo，点到直线的距离公式可得最大值．

【解答】解：（Ⅰ） 由直线l的参数方程菁优网-jyeoo消去t参数，得x+y﹣4=0，

∴直线l的普通方程为x+y﹣4=0．

由菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

得ρ2=2ρcosθ+2ρsinθ．

将ρ2=x2+y2，ρcosθ=x，ρsinθ=y代入上式，

得：曲线C的直角坐标方程为x2+y2=2x+2y，即（x﹣1）2+（y﹣1）2=2．

（Ⅱ） 法1：设曲线C上的点为菁优网-jyeoo，

则点P到直线l的距离为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

当菁优网-jyeoo时，菁优网-jyeoo

∴曲线C上的点到直线l的距离的最大值为菁优网-jyeoo；

法2：设与直线l平行的直线为l'：x+y+b=0．

当直线l'与圆C相切时，得菁优网-jyeoo，解得b=0或b=﹣4（舍去）．

∴直线l'的方程为x+y=0．

那么：直线l与直线l'的距离为菁优网-jyeoo

故得曲线C上的点到直线l的距离的最大值为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查点的极坐标和直角坐标的互化，以及利用平面几何知识解决最值问题．

**选修4-5：不等式选讲**

23．（2017•成都四模）已知函数f（x）=|x+a﹣1|+|x﹣2a|．

（Ⅰ） 若f（1）＜3，求实数a的取值范围；

（Ⅱ） 若a≥1，x∈R，求证：f（x）≥2．

【考点】R5：绝对值不等式的解法；R4：绝对值三角不等式．菁优网版权所有

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】（Ⅰ）通过讨论a的范围得到关于a的不等式，解出取并集即可；（Ⅱ）基本基本不等式的性质证明即可．

【解答】解：（Ⅰ） 因为f（1）＜3，所以|a|+|1﹣2a|＜3．

①当a≤0时，得﹣a+（1﹣2a）＜3，

解得菁优网-jyeoo，所以菁优网-jyeoo；

②当菁优网-jyeoo时，得a+（1﹣2a）＜3，

解得a＞﹣2，所以菁优网-jyeoo；

③当菁优网-jyeoo时，得a﹣（1﹣2a）＜3，

解得菁优网-jyeoo，所以菁优网-jyeoo；

综上所述，实数a的取值范围是菁优网-jyeoo．

（Ⅱ） 因为a≥1，x∈R，

所以f（x）=|x+a﹣1|+|x﹣2a|≥|（x+a﹣1）﹣（x﹣2a）|=|3a﹣1|=3a﹣1≥2．

【点评】本题考查了解绝对值不等式问题，考查绝对值的意义，是一道中档题．