**2017年广东省广州市高考数学文科二模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．（5分）（2017•广州二模）已知集合A={﹣1，0，1，2，3，4，5}，B={b|b=n2﹣1，n∈Z}，则A∩B=（　　）

A．{﹣1，3} B．{0，3} C．{﹣1，0，3} D．{﹣1，0，3，5}

【考点】1E：交集及其运算．菁优网版权所有

【专题】37 ：集合思想；4O：定义法；5J ：集合．

【分析】化简集合B，根据交集的定义写出A∩B．

【解答】解：集合A={﹣1，0，1，2，3，4，5}，

B={b|b=n2﹣1，n∈Z}={﹣1，0，3，8，15，…，}，

∴A∩B={﹣1，0，3}．

故选：C．

【点评】本题考查了交集的定义与应用问题，是基础题．

2．（5分）（2017•广州二模）若复数z满足（3﹣4i+z）i=2+i，则z=（　　）

A．4+6i B．4+2i C．﹣4﹣2i D．﹣2+2i．

【考点】A5：复数代数形式的乘除运算．菁优网版权所有

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的运算法则、共轭复数的定义即可得出．

【解答】解：（3﹣4i+z）i=2+i，则3﹣4i+z=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=﹣2i+1．

∴z=﹣2+2i．

故选：D．

【点评】本题考查了复数的运算法则、共轭复数的定义，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

3．（5分）（2017•广州二模）已知命题p：∀x∈R，x2+ax+a2≥0（a∈R），命题q：菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，则下列命题中为真命题的是（　　）

A．p∧q B．p∨q C．（¬p）∨q D．（¬p）∧（¬q）

【考点】2E：复合命题的真假．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；59 ：不等式的解法及应用；5L ：简易逻辑．

【分析】利用不等式的解法化简命题p，q，再利用复合命题的判定方法即可得出．

【解答】解：命题p：∵△=a2﹣4a2=﹣3a2≤0，因此∀x∈R，x2+ax+a2≥0（a∈R），是真命题．

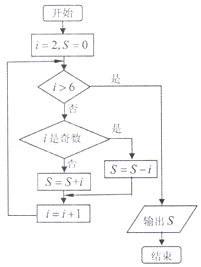
命题q：由2x2﹣1≤0，解得菁优网-jyeoo≤x菁优网-jyeoo，因此不存在x0∈N\*，使得菁优网-jyeoo，是假命题．

则下列命题中为真命题的是p∨q．

故选：B．

【点评】本题考查了不等式的解法、简易逻辑的判定方法，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

4．（5分）（2017•广州二模）执行如图所示的程序图，则输出的S值为（　　）



A．4 B．3 C．﹣2 D．﹣3

【考点】EF：程序框图．菁优网版权所有

【专题】38 ：对应思想；4R：转化法；5K ：算法和程序框图．

【分析】由已知中的程序语句可知该框图的功能是利用循环结构计算并输出变量S的值，模拟程序的运行过程，分析循环中各变量值的变化情况，可得答案．

【解答】解：s=0，i=2，

s=2，i=3，

s=﹣1．i=4，

s=3，i=5，

s=﹣2，i=6，

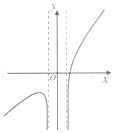
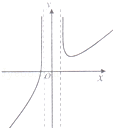
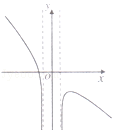
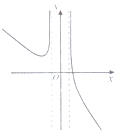
s=4，i=7＞6，

结束循环，输出s=4，

故选：A．

【点评】本题考查了程序框图的应用问题，解题时应模拟程序框图的运行过程，以便得出正确的结论，属于基础题．

5．（5分）（2017•广州二模）函数f（x）=ln（|x|﹣1）+x的大致图象是（　　）

A． B． C． D．

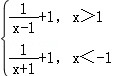
【考点】3O：函数的图象．菁优网版权所有

【专题】31 ：数形结合；48 ：分析法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】化简f（x），利用导数判断f（x）的单调性即可得出正确答案．

【解答】解：f（x）的定义域为{x|x＜﹣1或x＞1}．

f（x）=菁优网-jyeoo，

∴f′（x）=，

∴当x＞1时，f′（x）＞0，当x＜﹣2时，f′（x）＞0，当﹣2＜x＜﹣1时，f′（x）＜0，

∴f（x）在（﹣∞，﹣2）上单调递增，在（﹣2，﹣1）上单调递减，在（1，+∞）上单调递增．

故选A．

【点评】本题考查了函数图象的判断，函数单调性的判断，属于中档题．

6．（5分）（2017•广州二模）在区间[﹣1，5]上随机地取一个实数a，则方程x2﹣2ax+4a﹣3=0有两个正根的概率为（　　）

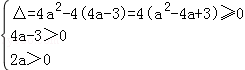
A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】CF：几何概型．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；5I ：概率与统计．

【分析】根据根与系数之间的关系，求出a的取值范围，结合几何概型的概率公式进行计算即可．

【解答】解：若方程x2﹣2ax+4a﹣3=0有两个正根，

则满足，

即，得菁优网-jyeoo＜a≤1或a≥3，

∵﹣1≤a≤5

则对应的概率P=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选：C

【点评】本题主要考查几何概型的概率的计算，根据根与系数之间的关系求出a的取值范围是解决本题的关键．

7．（5分）（2017•广州二模）已知三条直线2x﹣3y+1=0，4x+3y+5=0，mx﹣y﹣1=0不能构成三角形，则实数m的取值集合为（　　）

A．{﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo} B．{菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo} C．{﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo} D．{﹣菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo}

【考点】IG：直线的一般式方程．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；32 ：分类讨论；4G ：演绎法；5B ：直线与圆．

【分析】三条直线若两两相交围成一个三角形，则斜率必不相同；否则，只要有两条直线平行，或三点共线时不能构成三角形．

【解答】解：∵三条直线不能围成一个三角形，

∴（1）l1∥l3，此时m=菁优网-jyeoo；

l2∥l3，此时m=﹣菁优网-jyeoo；

（2）三点共线时也不能围成一个三角形

2x﹣3y+1=0与4x+3y+5=0交点是（﹣1，﹣菁优网-jyeoo）

代入mx﹣y﹣1=0，则m=﹣菁优网-jyeoo．

故选：D．

【点评】本题考查两直线平行的条件，当斜率相等且截距不相等时两直线平行．属于基础题．

8．（5分）（2017•广州二模）已知两点A（﹣1，1），B（3，5），点C在曲线y=2x2上运动，则菁优网-jyeoo的最小值为（　　）

A．2 B．菁优网-jyeoo C．﹣2 D．菁优网-jyeoo

【考点】9R：平面向量数量积的运算．菁优网版权所有

【专题】33 ：函数思想；49 ：综合法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】设C（x，2x2），得出菁优网-jyeoo关于x的函数，根据函数性质求出最小值．

【解答】解：设C（x，2x2），则菁优网-jyeoo=（4，4），菁优网-jyeoo=（x+1，2x2﹣1），

∴菁优网-jyeoo=4（x+1）+4（2x2﹣1）=8x2+4x=8（x+菁优网-jyeoo）2﹣菁优网-jyeoo．

∴当x=﹣菁优网-jyeoo时菁优网-jyeoo取得最小值﹣菁优网-jyeoo．

故选D．

【点评】本题考查了平面向量的数量积运算，函数最值得计算，属于中档题．

9．（5分）（2017•广州二模）在棱长为2的正方体ABCD﹣A1B1C1D1中，M是棱A1D1的中点，过C1，B，M作正方体的截面，则这个截面的面积为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】LA：平行投影及平行投影作图法．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】由于截面被平行平面所截，所以截面为梯形，取AA1的中点N，可知截面为等腰梯形，利用题中数据可求．

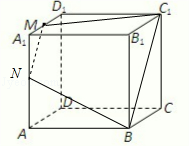
【解答】解：取AA1的中点N，连接MN，NB，MC1，BC1，

由于截面被平行平面所截，所以截面为梯形，且MN=菁优网-jyeooBC1=菁优网-jyeoo，MC1=BN，

=菁优网-jyeoo，∴梯形的高为菁优网-jyeoo，

∴梯形的面积为菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo）×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选C．



【点评】本题的考点是棱柱的结构特征，主要考查几何体的截面问题，关键利用正方体图形特征，从而确定截面为梯形．

10．（5分）（2017•广州二模）数列{an}满足a2=2，an+2+（﹣1）n+1an=1+（﹣1）n（n∈N\*），S n为数列{an}前n项和，S100=（　　）

A．5100 B．2550 C．2500 D．2450

【考点】8H：数列递推式．菁优网版权所有

【专题】32 ：分类讨论；34 ：方程思想；35 ：转化思想；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】数列{an}满足a2=2，an+2+（﹣1）n+1an=1+（﹣1）n（n∈N\*），n=2k（k∈N\*）时，a2k+2﹣a2k=2，因此数列{a2k}为等差数列，首项为2，公差为2．n=2k﹣1（k∈N\*）时，a2k+1+a2k﹣1=0．通过分组求和，利用等差数列的求和公式即可得出．

【解答】解：数列{an}满足a2=2，an+2+（﹣1）n+1an=1+（﹣1）n（n∈N\*），

n=2k（k∈N\*）时，a2k+2﹣a2k=2，因此数列{a2k}为等差数列，首项为2，公差为2．

n=2k﹣1（k∈N\*）时，a2k+1+a2k﹣1=0．

∴S100=（a1+a3+…+a97+a99）+（a2+a4+…+a100）

=0+2×50+菁优网-jyeoo=2550．

故选：B．

【点评】本题考查了等差数列的通项公式与求和公式、数列递推关系、分类讨论方法、分组求和，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

11．（5分）（2017•广州二模）已知函数f（x）=2sin（ωx+菁优网-jyeoo）（ω＞0）的图象在区间[0，1]上恰有3个最高点，则ω的取值范围为（　　）

A．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo） B．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo） C．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo） D．[4π，6π）

【考点】H2：正弦函数的图象．菁优网版权所有

【专题】34 ：方程思想；4R：转化法．

【分析】根据区间[0，1]上，求出ωx+菁优网-jyeoo的范围，由于在区间[0，1]上恰有3个最高点，建立不等式关系，求解即可．

【解答】解：函数f（x）=2sin（ωx+菁优网-jyeoo）（ω＞0），

∵x∈[0，1]上，

∴ωx+菁优网-jyeoo∈[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]，

图象在区间[0，1]上恰有3个最高点，

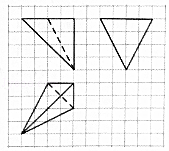
∴菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，

解得：菁优网-jyeoo．

故选C．

【点评】本题主要考查对三角函数的化简能力和三角函数的图象和性质的运用，利用三角函数公式将函数进行化简是解决本题的关键．属于中档题．

12．（5分）（2017•广州二模）如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗线画出的是某三棱锥的三视图，则该三棱锥的体积为（　　）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．16

【考点】L!：由三视图求面积、体积．菁优网版权所有

【专题】31 ：数形结合；44 ：数形结合法；5Q ：立体几何．

【分析】根据三视图可知三棱锥倒立放置，从而得出棱锥的高，根据俯视图找出三棱锥的底面，得出底面积，从而可求出棱锥的体积．

【解答】解：由主视图和侧视图可知三棱锥倒立放置，棱锥的底面水平放置，故三棱锥的高为h=4，

∵主视图为直角三角形，∴棱锥的一个侧面与底面垂直，

结合俯视图可知三棱锥的底面为俯视图中的左上三角形，∴S底=菁优网-jyeoo=4，

∴V=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：B．

【点评】本题考查了棱锥的三视图和体积计算，根据三视图的特征找出棱锥的底面是关键，属于中档题．

**二、填空题（每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上）**

13．（5分）（2017•广州二模）已知双曲线菁优网-jyeoo（a＞0）的离心率为2，则a的值为　菁优网-jyeoo　．

【考点】KB：双曲线的标准方程．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】求得双曲线的b2=2，由c=菁优网-jyeoo和e=菁优网-jyeoo，解关于a的方程，即可得到所求值．

【解答】解：由双曲线菁优网-jyeoo（a＞0）得到b2=2，

则c=菁优网-jyeoo，

所以菁优网-jyeoo=2，

解得a=菁优网-jyeoo．

故答案是：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查双曲线的方程和性质，注意运用离心率公式和基本量a，b，c的关系，考查方程思想和运算能力，属于基础题．

14．（5分）（2017•广州二模）在各项都为正数的等比数列{an}中，已知a1=2，菁优网-jyeoo，则数列{an}的通项公式an=　菁优网-jyeoo　．

【考点】8H：数列递推式．菁优网版权所有

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】设等比数列{an}的公比为q＞0，由a1=2，菁优网-jyeoo，可得菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=4菁优网-jyeoo，化简解出q，再利用等比数列的通项公式即可得出．

【解答】解：设等比数列{an}的公比为q＞0，∵a1=2，菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=4菁优网-jyeoo，化为：q4﹣4q2+4=0，

解得q2=2，q＞0，解得q=菁优网-jyeoo．

则数列{an}的通项公式an=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了等比数列的通项公式、数列递推关系，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

15．（5分）（2017•广州二模）《孙子算经》是我国古代重要的数学著作，约成书于四、五世纪，传本的《孙子算经》共三卷，其中下卷：“物不知数”中有如下问题：“今有物，不知其数，三三数之，剩二；五五数之，剩三；七七数之，剩二，问：物几何？”其意思为：“现有一堆物品，不知它的数目，3个3个数，剩2个，5个5个数，剩3个，7个7个数，剩2个，问这堆物品共有多少个？”试计算这堆物品至少有　23　个．

【考点】F4：进行简单的合情推理．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；5M ：推理和证明．

【分析】根据“三三数之剩二，五五数之剩三，七七数之剩二”找到三个数：第一个数能同时被3和5整除；第二个数能同时被3和7整除；第三个数能同时被5和7整除，将这三个数分别乘以被7、5、3除的余数再相加即可求出答案．

【解答】解：我们首先需要先求出三个数：

第一个数能同时被3和5整除，但除以7余1，即15；

第二个数能同时被3和7整除，但除以5余1，即21；

第三个数能同时被5和7整除，但除以3余1，即70；

然后将这三个数分别乘以被7、5、3除的余数再相加，即：15×2+21×3+70×2=233．

最后，再减去3、5、7最小公倍数的整数倍，可得：233﹣105×2=23，或者105k+23（k为正整数）．

∴这堆物品至少有23，

故答案为：23．

【点评】本题考查的是带余数的除法，简单的合情推理的应用，根据题意下求出15、21、70这三个数是解答此题的关键，属于中档题．

16．（5分）（2017•广州二模）已知函数菁优网-jyeoo，若f（3a﹣1）≥8f（a），则实数a的取值范围为　菁优网-jyeoo　．

【考点】5B：分段函数的应用．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】根据条件判断函数f（x）的奇偶性和单调性即可．

【解答】解：∵菁优网-jyeoo，

∴f（﹣x）=f（x），即函数f（x）是偶函数，在[0，+∞）上为增函数，

则不等式f（3a﹣1）≥8f（a），等价为f（|3a﹣1|）≥f（2|a|），

∴|3a﹣1|≥2|a|，解得a∈菁优网-jyeoo．

故答案为菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查不等式的求解，根据条件判断函数的奇偶性和单调性是解决本题的关键．综合考查函数的性质．

**三、解答题（本大题共5小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．）**

17．（12分）（2017•广州二模）△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知bcosC+bsinC=a．

（Ⅰ）求角B的大小；

（Ⅱ）若BC边上的高等于菁优网-jyeoo，求cosA的值．

【考点】HT：三角形中的几何计算．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4R：转化法；58 ：解三角形．

【分析】（Ⅰ）利用正弦定理求和三角形的三角的关系，以及两角和的正弦公式sinB=cosB，即可求出B，

（Ⅱ）设BC边上的高线为AD，运勾股定理和余弦定理，即可求得cosB，再由正弦定理，即可求出

【解答】解：（Ⅰ）因为bcosC+bsinC=a，

由正弦定理菁优网-jyeoo得，sinBcosC+sinBsinC=sinA．

因为A+B+C=π，

所以sinBcosC+sinBsinC=sin（B+C）．

即sinBcosC+sinBsinC=sinBcosC+cosBsinC．

因为sinC≠0，

所以sinB=cosB．

因为cosB≠0，所以tanB=1．

因为B∈（0，π），所以菁优网-jyeoo．

（Ⅱ）设BC边上的高线为AD，则菁优网-jyeoo．

因为菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

所以菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

由余弦定理得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

所以cosA=菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查正弦定理和余弦定理的运用，考查两角和的正弦公式的运用，考查运算能力，属于中档题．

18．（12分）（2017•广州二模）某中学为了解高中入学新生的身高情况，从高一年级学生中按分层抽样共抽取了50名学生的身高数据，分组统计后得到了这50名学生身高的频数分布表：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 身高（cm）分组 | [145，155） | [155，165） | [165，175） | [175，185] |
| 男生频数 | 1 | 5 | 12 | 4 |
| 女生频数 | 7 | 15 | 4 | 2 |

（Ⅰ）在答题卡上作出这50名学生身高的频率分布直方图；

（Ⅱ）估计这50名学生身高的方差（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）；

（Ⅲ）现从身高在[175，185]这6名学生中随机抽取3名，求至少抽到1名女生的概率．

【考点】CC：列举法计算基本事件数及事件发生的概率；B8：频率分布直方图．菁优网版权所有

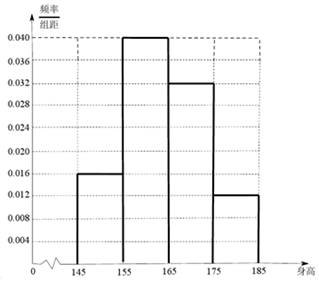
【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；44 ：数形结合法；5I ：概率与统计．

【分析】（Ⅰ）由频率分布表能作出这50名学生身高的频率分布直方图．

（Ⅱ）由频率分布直方图能估计这50名学生的平均身高，并能估计这50名学生身高的方差．

（Ⅲ）记身高在[175，185]的4名男生为a，b，c，d，2名女生为A，B．利用列举法能求出从这6名学生中随机抽取3名学生，至少抽到1名女生的概率．

【解答】解：（Ⅰ）这50名学生身高的频率分布直方图如下图所示：



（Ⅱ）由题意可估计这50名学生的平均身高为菁优网-jyeoo=164．

所以估计这50名学生身高的方差为s2=菁优网-jyeoo=80．

所以估计这50名学生身高的方差为80．

（Ⅲ）记身高在[175，185]的4名男生为a，b，c，d，2名女生为A，B．

从这6名学生中随机抽取3名学生的情况有：

{a，b，c}，{a，b，d}，{a，c，d}，{b，c，d}，{a，b，A}，{a，b，B}，

{a，c，A}，{a，c，B}，{a，d，A}，{a，d，B}，{b，c，A}，{b，c，B}，

{b，d，A}，{b，d，B}，{c，d，A}，{c，d，B}，{a，A，B}，{b，A，B}，

{c，A，B}，{d，A，B}共20个基本事件．

其中至少抽到1名女生的情况有：

{a，b，A}，{a，b，B}，{a，c，A}，{a，c，B}，{a，d，A}，{a，d，B}，

{b，c，A}，{b，c，B}，{b，d，A}，{b，d，B}，{c，d，A}，{c，d，B}，

{a，A，B}，{b，A，B}，{c，A，B}，{d，A，B}共16个基本事件．

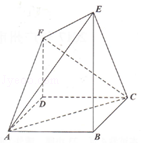
所以至少抽到1名女生的概率为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查频率分布直方图的应用，概率的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意列举法的合理运用．

19．（12分）（2017•广州二模）如图，ABCD是边长为a的正方形，EB⊥平面ABCD，FD⊥平面ABCD，菁优网-jyeoo．

（Ⅰ）求证：EF⊥AC；

（Ⅱ）求三棱锥E﹣FAC的体积．



【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积．菁优网版权所有

【专题】14 ：证明题；31 ：数形结合；35 ：转化思想；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】（Ⅰ）连接BD，推导出AC⊥BD，AC⊥FD，从而AC⊥平面BDF．推导出EB∥FD，从而B，D，F，E四点共面，由此能证明EF⊥AC．

（Ⅱ）设AC∩BD=O，连接EO，FO，由VE﹣FAC=VA﹣FEO+VC﹣FEO，能求出三棱锥E﹣FAC的体积．

【解答】证明：：（Ⅰ）连接BD，因为ABCD是正方形，所以AC⊥BD．

因为FD⊥平面ABCD，AC⊂平面ABCD，所以AC⊥FD．

因为BD∩FD=D，所以AC⊥平面BDF．

因为EB⊥平面ABCD，FD⊥平面ABCD，所以EB∥FD．

所以B，D，F，E四点共面．

因为EF⊂平面BDFE，所以EF⊥AC．

解：（Ⅱ）设AC∩BD=O，连接EO，FO．

由（Ⅰ）知，AC⊥平面BDFE，

所以AC⊥平面FEO．

因为平面FEO将三棱锥E﹣FAC分为两个三棱锥A﹣FEO和C﹣FEO，

所以VE﹣FAC=VA﹣FEO+VC﹣FEO．

因为正方形ABCD的边长为a，菁优网-jyeoo，

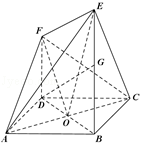
所以菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

取BE的中点G，连接DG，则FE=DG=菁优网-jyeoo．

所以等腰三角形FEO的面积为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

所以VE﹣FAC=VA﹣FEO+VC﹣FEO=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

所以三棱锥E﹣FAC的体积为菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查线线垂直的证明，考查三棱锥的体积的求法，考查空间中线线、线面、面面间的关系等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力、空间想象能力，考查化归与转化思想、数形结合思想，是中档题．

20．（12分）（2017•广州二模）已知定点F（0，1），定直线l：y=﹣1，动圆M过点F，且与直线l相切．

（Ⅰ）求动圆M的圆心轨迹C的方程；

（Ⅱ）过点F的直线与曲线C相交于A，B两点，分别过点A，B作曲线C的切线l1，l2，两条切线相交于点P，求△PAB外接圆面积的最小值．

【考点】KN：直线与抛物线的位置关系；J3：轨迹方程．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（Ⅰ）利用直接法，即可求动圆M的圆心轨迹C的方程；

（Ⅱ）证明△PAB的外接圆的圆心为线段AB的中点，线段AB是直径．得到当k=0时线段AB最短，最短长度为4，此时圆的面积最小，最小面积为4π．

【解答】解：（Ⅰ）设点M到直线l的距离为d，依题意|MF|=d．

设M（x，y），则有菁优网-jyeoo=|y+1|．

化简得x2=4y．

所以点M的轨迹C的方程为x2=4y．

（Ⅱ）设lAB：y=kx+1，

代入x2=4y中，得x2﹣4kx﹣4=0．

设A（x1，y1），B（x2，y2），

则x1+x2=4k，x1•x2=﹣4．

所以菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo．

因为C：x2=4y，即菁优网-jyeoo，所以菁优网-jyeoo．

所以直线l1的斜率为菁优网-jyeoo，直线l2的斜率为菁优网-jyeoo．

因为菁优网-jyeoo，

所以PA⊥PB，即△PAB为直角三角形．

所以△PAB的外接圆的圆心为线段AB的中点，线段AB是直径．

因为|AB|=4（k2+1），

所以当k=0时线段AB最短，最短长度为4，此时圆的面积最小，最小面积为4π．

【点评】本题考查轨迹方程，考查直线与抛物线位置关系的运用，考查学生的计算能力，属于中档题．

21．（12分）（2017•广州二模）已知函数菁优网-jyeoo．

（Ⅰ）求函数f（x）的单调区间；

（Ⅱ）若函数g（x）=f（x）+4x存在极小值点x0，且菁优网-jyeoo，求实数a的取值范围．

【考点】6D：利用导数研究函数的极值；6B：利用导数研究函数的单调性．菁优网版权所有

【专题】33 ：函数思想；49 ：综合法；53 ：导数的综合应用．

【分析】（I）计算f′（x），讨论a判断f′（x）的符号得出f（x）的单调区间；

（II）由导数和二次函数的性质得g′（x）=0在（0，+∞）上有两解列不等式组得出a的范围，根据菁优网-jyeoo得出a的范围，再取交集即可．

【解答】解：（Ⅰ）因为函数菁优网-jyeoo，所以其定义域为（0，+∞）．

所以菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

当a≤0时，f'（x）＜0，函数f（x）在区间（0，+∞）上单调递减．

当a＞0时，f'（x）=菁优网-jyeoo．

当菁优网-jyeoo时，f'（x）＜0，函数f（x）在区间菁优网-jyeoo上单调递减．

当菁优网-jyeoo时，f'（x）＞0，函数f（x）在区间菁优网-jyeoo上单调递增．

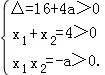
综上可知，当a≤0时，函数f（x）的单调递减区间为（0，+∞）；当a＞0时，函数f（x）的单调递增区间为菁优网-jyeoo，单调递减区间为菁优网-jyeoo．

（Ⅱ）因为g（x）=f（x）+4x=菁优网-jyeoo，

所以菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（x＞0）．

因为函数g（x）存在极小值点，所以g'（x）在（0，+∞）上存在两个零点x1，x2，且0＜x1＜x2．

即方程x2﹣4x﹣a=0的两个根为x1，x2，且0＜x1＜x2，

所以，解得﹣4＜a＜0．

则菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

当0＜x＜x1或x＞x2时，g'（x）＜0，当x1＜x＜x2时，g'（x）＞0，

所以函数g（x）的单调递减区间为（0，x1）与（x2，+∞），单调递增区间为（x1，x2）．

所以x=x1为函数g（x）的极小值点x0．

由菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo．

由于菁优网-jyeoo等价于菁优网-jyeoo．

由菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo，所以alnx0+a＞0．

因为﹣4＜a＜0，所以有lnx0+1＜0，即菁优网-jyeoo．

因为菁优网-jyeoo，所以菁优网-jyeoo．

解得菁优网-jyeoo．

所以实数a的取值范围为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了导数与函数单调性、极值的关系，函数最值得计算，属于中档题．

**请考生在22、23两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分．[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22．（10分）（2017•广州二模）在平面直角坐标系xOy中．已知直线l的普通方程为x﹣y﹣2=0，曲线C的参数方程为菁优网-jyeoo（θ为参数），设直线l与曲线C交于A，B两点．

（1）求线段AB的长

（2）已知点P在曲线C上运动．当△PAB的面积最大时，求点P的坐标及△PAB的最大面积．

【考点】KL：直线与椭圆的位置关系；QL：椭圆的参数方程．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程；5S ：坐标系和参数方程．

【分析】（1）根据题意，将曲线C的参数方程变形为普通方程，将直线x﹣y﹣2=0代入其中，可得x2﹣3x=0，解可得x的值，由弦长公式计算可得答案；

（2）分析可得要使△PAB的面积最大，则必须使P到直线直线l的距离最大，设P的坐标为（2菁优网-jyeoocosθ，2sinθ），其中θ∈[0，2π），由点到直线l的距离公式可得d=菁优网-jyeoo，由余弦函数的性质分析可得当θ+菁优网-jyeoo=π，即θ=菁优网-jyeoo时，d取得最大值，代入点的坐标（2菁优网-jyeoocosθ，2sinθ）中可得P的坐标，进而计算可得△PAB的最大面积，即可得答案．

【解答】解：（1）根据题意，曲线C的参数方程为菁优网-jyeoo，则其普通方程为：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1，

将直线x﹣y﹣2=0代入菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1可得：x2﹣3x=0，

解可得x=0或3，

故|AB|=菁优网-jyeoo|x1﹣x2|=3菁优网-jyeoo；

（2）要求在椭圆菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1上求一点P，使△PAB的面积最大，则P到直线直线l的距离最大；

设P的坐标为（2菁优网-jyeoocosθ，2sinθ），其中θ∈[0，2π），

则P到直线l的距离d=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

又由θ∈[0，2π），则菁优网-jyeoo≤θ+菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo，

所以当θ+菁优网-jyeoo=π，即θ=菁优网-jyeoo时，d取得最大值，且dmax=3菁优网-jyeoo，

此时P（﹣3，1），

△PAB的最大面积S=菁优网-jyeoo×|AB|×d=9．

【点评】本题考查椭圆与直线的位置关系，涉及椭圆的参数方程，关键是正确将参数方程化为普通方程．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•广州二模）（I）已知a+b+c=1，证明（a+1）2+（b+1）2+（c+1）2≥菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）若对任总实数x，不等式|x﹣a|+|2x﹣1|≥2恒成立，求实数a的取值范围．

【考点】R4：绝对值三角不等式；R6：不等式的证明．菁优网版权所有

【专题】17 ：选作题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5T ：不等式．

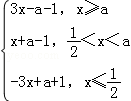
【分析】（I）利用柯西不等式，即可证明；

（Ⅱ）分：①a=菁优网-jyeoo、②a＞菁优网-jyeoo、③a＜菁优网-jyeoo三种情况，分别化简不等式，根据函数y=|2x﹣1|+|x﹣a|的最小值大于或等于2，求得a的范围．

【解答】（I）证明：由柯西不等式可得（1+1+1）[（a+1）2+（b+1）2+（c+1）2]≥（a+1+b+1+c+1）2，

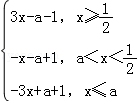
∵a+b+c=1，∴（a+1）2+（b+1）2+（c+1）2≥菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）解：①当a=菁优网-jyeoo时，不等式即|x﹣菁优网-jyeoo|≥菁优网-jyeoo，显然不能任意实数x均成立．

②当a＞菁优网-jyeoo时，|2x﹣1|+|x﹣a|=，此时，根据函数y=|2x﹣1|+|x﹣a|的单调性可得y的最小值为﹣3×菁优网-jyeoo+a+1．

∵不等式|2x﹣1|+|x﹣a|≥2对任意实数x均成立，

∴﹣3×菁优网-jyeoo+a+1≥2，解得 a≥菁优网-jyeoo．

③当a＜菁优网-jyeoo时，|2x﹣1|+|x﹣a|=，

此时，根据函数y=|2x﹣1|+|x﹣a|的单调性可得y的最小值为﹣菁优网-jyeoo﹣a+1．

∵不等式|2x﹣1|+|x﹣a|≥2对任意实数x均成立，

∴﹣菁优网-jyeoo﹣a+1≥2，解得 a≤﹣菁优网-jyeoo．

综上可得，实数a的取值范围是（﹣∞，﹣菁优网-jyeoo]∪[菁优网-jyeoo，+∞）．

【点评】本题主要考查绝对值不等式的解法，体现了转化以及分类讨论的数学思想，属于中档题．