**2017年广东省广州市高考数学理科二模试卷（Word版含解析）**

**选择题：本题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的**

1．（5分）（2017•广州二模）已知集合A={x||x﹣1|＜1}，B={x|1﹣菁优网-jyeoo≥0}，则A∩B=（　　）

A．{x|1≤x＜2} B．{x|0＜x＜2} C．{x|0＜x≤1} D．{x|0＜x＜1}

【考点】1E：交集及其运算．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；37 ：集合思想；4O：定义法；5J ：集合．

【分析】求出A，B中不等式的解集，找出A与B的交集即可．

【解答】解：由|x﹣1|＜1，即﹣1＜x﹣1＜1，即0＜x＜2，即A={x|0＜x＜2}，

由1﹣菁优网-jyeoo≥0，即菁优网-jyeoo≥0，解得x≥1或x＜0，即B={x|x≥1或x＜0}

则A∩B={x|1≤x＜2}，

故选：A

【点评】此题考查了交集及其运算，熟练掌握交集的定义是解本题的关键．

2．（5分）（2017•广州二模）若复数z满足（3﹣4i+z）i=2+i，则复数z所对应的点位于（　　）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

【考点】A3：复数相等的充要条件．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；38 ：对应思想；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】把已知等式变形，利用复数代数形式的乘除运算化简求得z，得到z的坐标得答案．

【解答】解：由（3﹣4i+z）i=2+i，得

3﹣4i+z=菁优网-jyeoo，

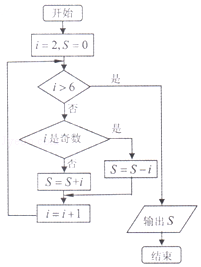
∴z=﹣2+2i．

∴复数z所对应的点的坐标为（﹣2，2），位于第二象限．

故选：B．

【点评】本题考查复数代数形式的乘除运算，考查了复数的代数表示法及其几何意义，是基础题．

3．（5分）（2017•广州二模）执行如图所示的程序图，则输出的S值为（　　）



A．4 B．3 C．﹣2 D．﹣3

【考点】EF：程序框图．菁优网版权所有

【专题】38 ：对应思想；4R：转化法；5K ：算法和程序框图．

【分析】由已知中的程序语句可知该框图的功能是利用循环结构计算并输出变量S的值，模拟程序的运行过程，分析循环中各变量值的变化情况，可得答案．

【解答】解：s=0，i=2，

s=2，i=3，

s=﹣1．i=4，

s=3，i=5，

s=﹣2，i=6，

s=4，i=7＞6，

结束循环，输出s=4，

故选：A．

【点评】本题考查了程序框图的应用问题，解题时应模拟程序框图的运行过程，以便得出正确的结论，属于基础题．

4．（5分）（2017•广州二模）从1，2，3，4，5这5个数字中任取3个数字组成没有重复数字的三位数，则这个三位数是偶数的概率为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】CB：古典概型及其概率计算公式．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；4O：定义法；5I ：概率与统计．

【分析】先求出基本事件总数n=菁优网-jyeoo=60，再求出这个三位数是偶数包含的基本事件个数，由此能求出这个三位数是偶数的概率．

【解答】解：从1，2，3，4，5这5个数字中任取3个数字组成没有重复数字的三位数，

基本事件总数n=菁优网-jyeoo=60，

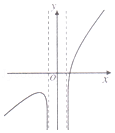
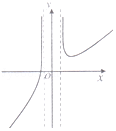
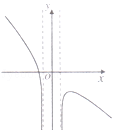
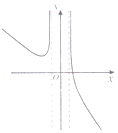
这个三位数是偶数包含的基本事件个数m=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=24，

∴这个三位数是偶数的概率为p=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：B．

【点评】本题考查概率的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意等可能事件概率计算公式的合理运用．

5．（5分）（2017•广州二模）函数f（x）=ln（|x|﹣1）+x的大致图象是（　　）

A． B． C． D．

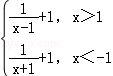
【考点】3O：函数的图象．菁优网版权所有

【专题】31 ：数形结合；48 ：分析法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】化简f（x），利用导数判断f（x）的单调性即可得出正确答案．

【解答】解：f（x）的定义域为{x|x＜﹣1或x＞1}．

f（x）=菁优网-jyeoo，

∴f′（x）=，

∴当x＞1时，f′（x）＞0，当x＜﹣2时，f′（x）＞0，当﹣2＜x＜﹣1时，f′（x）＜0，

∴f（x）在（﹣∞，﹣2）上单调递增，在（﹣2，﹣1）上单调递减，在（1，+∞）上单调递增．

故选A．

【点评】本题考查了函数图象的判断，函数单调性的判断，属于中档题．

6．（5分）（2017•葫芦岛二模）已知cos（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，则sinθ=（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．﹣菁优网-jyeoo D．﹣菁优网-jyeoo

【考点】GO：运用诱导公式化简求值．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；56 ：三角函数的求值．

【分析】利用二倍角的余弦公式、诱导公式，求得sinθ的值．

【解答】解：∵cos（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，∴cos（菁优网-jyeoo﹣θ）=2菁优网-jyeoo﹣1=﹣菁优网-jyeoo=sinθ，

即sinθ=﹣菁优网-jyeoo，

故选：C．

【点评】本题主要考查二倍角的余弦公式、诱导公式的应用，属于基础题．

7．（5分）（2017•广州二模）已知点A（4，4）在抛物线y2=2px （p＞0）上，该抛物线的焦点为F，过点A作该抛物线准线的垂线，垂足为E，则∠EAF的平分线所在的直线方程为（　　）

A．2x+y﹣12=0 B．x+2y﹣12=0 C．2x﹣y﹣4=0 D．x﹣2y+4=0

【考点】K8：抛物线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】先求出抛物线方程，再抛物线的定义可得|AF|=|AE|，所以∠EAF的平分线所在直线就是线段EF的垂直平分线，从而可得结论．

【解答】解：∵点A（4，4）在抛物线y2=2px（p＞0）上，∴16=8p，∴p=2

∴抛物线的焦点为F（1，0），准线方程为x=﹣1，E（﹣1，4）

由抛物线的定义可得|AF|=|AE|，所以∠EAF的平分线所在直线就是线段EF的垂直平分线

∵kEF=﹣2，

∴∠EAF的平分线所在直线的方程为y﹣4=菁优网-jyeoo（x﹣4），即x﹣2y+4=0

故选D．

【点评】本题考查抛物线的标准方程，考查学生的计算能力，属于基础题．

8．（5分）（2017•广州二模）在棱长为2的正方体ABCD﹣A1B1C1D1中，M是棱A1D1的中点，过C1，B，M作正方体的截面，则这个截面的面积为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】LA：平行投影及平行投影作图法．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】由于截面被平行平面所截，所以截面为梯形，取AA1的中点N，可知截面为等腰梯形，利用题中数据可求．

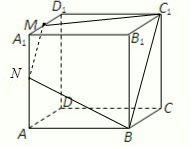
【解答】解：取AA1的中点N，连接MN，NB，MC1，BC1，

由于截面被平行平面所截，所以截面为梯形，且MN=菁优网-jyeooBC1=菁优网-jyeoo，MC1=BN，

=菁优网-jyeoo，∴梯形的高为菁优网-jyeoo，

∴梯形的面积为菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo）×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选C．



【点评】本题的考点是棱柱的结构特征，主要考查几何体的截面问题，关键利用正方体图形特征，从而确定截面为梯形．

9．（5分）（2017•广州二模）已知k∈R，点P（a，b）是直线x+y=2k与圆x2+y2=k2﹣2k+3的公共点，则ab的最大值为（　　）

A．15 B．9 C．1 D．﹣菁优网-jyeoo

【考点】J9：直线与圆的位置关系．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5B ：直线与圆．

【分析】先根据直线与圆相交，圆心到直线的距离小于等于半径，以及圆半径为正数，求出k的范围，再根据P（a，b）是直线x+y=2k与圆x2+y2=k2﹣2k+3的公共点，满足直线与圆方程，代入直线与圆方程，化简，求出用k表示的ab的式子，根据k的范围求ab的最大值．

【解答】解：由题意，圆心（0.0）到直线的距离d=菁优网-jyeoo≤菁优网-jyeoo

解得﹣3≤k≤1，

又∵k2﹣2k+3＞0恒成立

∴k的取值范围为﹣3≤k≤1，

由点P（a，b）是直线x+y=2k与圆x2+y2=k2﹣2k+3的公共点，

得（a+b）2﹣a2﹣b2=2ab=3k2+2k﹣3=3（k+菁优网-jyeoo）2﹣菁优网-jyeoo，

∴k=﹣3时，ab的最大值为9．

故选B．

【点评】本题主要考查了直线与圆相交位置关系的判断，做题时考虑要全面，不要丢情况．

10．（5分）（2017•广州二模）已知函数f（x）=2sin（ωx+菁优网-jyeoo）（ω＞0）的图象在区间[0，1]上恰有3个最高点，则ω的取值范围为（　　）

A．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo） B．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo） C．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo） D．[4π，6π）

【考点】H2：正弦函数的图象．菁优网版权所有

【专题】34 ：方程思想；4R：转化法．

【分析】根据区间[0，1]上，求出ωx+菁优网-jyeoo的范围，由于在区间[0，1]上恰有3个最高点，建立不等式关系，求解即可．

【解答】解：函数f（x）=2sin（ωx+菁优网-jyeoo）（ω＞0），

∵x∈[0，1]上，

∴ωx+菁优网-jyeoo∈[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]，

图象在区间[0，1]上恰有3个最高点，

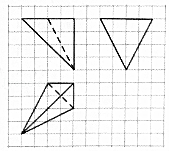
∴菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，

解得：菁优网-jyeoo．

故选C．

【点评】本题主要考查对三角函数的化简能力和三角函数的图象和性质的运用，利用三角函数公式将函数进行化简是解决本题的关键．属于中档题．

11．（5分）（2017•广州二模）如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗线画出的是某三棱锥的三视图，则该三棱锥的体积为（　　）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．16

【考点】L!：由三视图求面积、体积．菁优网版权所有

【专题】31 ：数形结合；44 ：数形结合法；5Q ：立体几何．

【分析】根据三视图可知三棱锥倒立放置，从而得出棱锥的高，根据俯视图找出三棱锥的底面，得出底面积，从而可求出棱锥的体积．

【解答】解：由主视图和侧视图可知三棱锥倒立放置，棱锥的底面水平放置，故三棱锥的高为h=4，

∵主视图为直角三角形，∴棱锥的一个侧面与底面垂直，

结合俯视图可知三棱锥的底面为俯视图中的左上三角形，∴S底=菁优网-jyeoo=4，

∴V=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：B．

【点评】本题考查了棱锥的三视图和体积计算，根据三视图的特征找出棱锥的底面是关键，属于中档题．

12．（5分）（2017•广州二模）定义在R上的奇函数y=f（x）为减函数，若m，n满足f（m2﹣2m）+f（2n﹣n2）≤0，则当1≤n≤菁优网-jyeoo时，菁优网-jyeoo的取值范围为（　　）

A．[﹣菁优网-jyeoo，1] B．[1，菁优网-jyeoo] C．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] D．[菁优网-jyeoo，1]

【考点】3N：奇偶性与单调性的综合．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】根据条件，确定函数的奇偶性，利用函数的奇偶性和单调性将不等式进行转化，利用线性规划的知识即可得到结论．

【解答】解：由题意，不等式f（m2﹣2m）+f（2n﹣n2）≤0等价为f（m2﹣2m）≤﹣f（2n﹣n2）=f（﹣2n+n2），

∵定义在R上的函数y=f（x）是减函数

∴m2﹣2m≥n2﹣2n，即（m﹣n）（m+n﹣2）≥0，且1≤n≤菁优网-jyeoo，

n=菁优网-jyeoo，m=菁优网-jyeoo，或m=菁优网-jyeoo设z=菁优网-jyeoo，则z的几何意义为区域内的动点P（n，m）与原点连线的斜率，

（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）与原点的连线斜率为1，（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）与原点的连线斜率为菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo的取值范围为[菁优网-jyeoo

故选：D．

【点评】本题主要考查函数奇偶性和单调性的应用，利用线性规划以及直线斜率的几何意义是解决本题的关键，综合性较强，有一定的难度．

**二、填空题（共4小题，每小题5分，满分20分）**

13．（5分）（2017•广州二模）已知点O（0，0），A（﹣1，3），B（2，﹣4），菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo+m菁优网-jyeoo，若点P在y袖上，则实数m=　菁优网-jyeoo　．

【考点】9H：平面向量的基本定理及其意义．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；41 ：向量法；5A ：平面向量及应用．

【分析】利用坐标来表示平面向量的运算，又因为点P在y轴上，所以它的横坐标为0，从而得到答案．

【解答】解：∵O（0，0），A（﹣1，3），B（2，﹣4），

∴菁优网-jyeoo=（﹣1，3），菁优网-jyeoo=（3，﹣7），

∵P在y袖上，

∴可设菁优网-jyeoo=（0，y），

∵菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo+m菁优网-jyeoo，

∴（0，y）=2（﹣1，3）+m（3，﹣7）=（3m﹣2，6﹣7m），

∴3m﹣2=0，

解得m=菁优网-jyeoo

【点评】本题考查了利用坐标来表示平面向量的运算，属于最基本的题目．

14．（5分）（2017•广州二模）《孙子算经》是我国古代重要的数学著作，约成书于四、五世纪，传本的《孙子算经》共三卷，其中下卷：“物不知数”中有如下问题：“今有物，不知其数，三三数之，剩二；五五数之，剩三；七七数之，剩二，问：物几何？”其意思为：“现有一堆物品，不知它的数目，3个3个数，剩2个，5个5个数，剩3个，7个7个数，剩2个，问这堆物品共有多少个？”试计算这堆物品至少有　23　个．

【考点】F4：进行简单的合情推理．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；5M ：推理和证明．

【分析】根据“三三数之剩二，五五数之剩三，七七数之剩二”找到三个数：第一个数能同时被3和5整除；第二个数能同时被3和7整除；第三个数能同时被5和7整除，将这三个数分别乘以被7、5、3除的余数再相加即可求出答案．

【解答】解：我们首先需要先求出三个数：

第一个数能同时被3和5整除，但除以7余1，即15；

第二个数能同时被3和7整除，但除以5余1，即21；

第三个数能同时被5和7整除，但除以3余1，即70；

然后将这三个数分别乘以被7、5、3除的余数再相加，即：15×2+21×3+70×2=233．

最后，再减去3、5、7最小公倍数的整数倍，可得：233﹣105×2=23，或者105k+23（k为正整数）．

∴这堆物品至少有23，

故答案为：23．

【点评】本题考查的是带余数的除法，简单的合情推理的应用，根据题意下求出15、21、70这三个数是解答此题的关键，属于中档题．

15．（5分）（2017•广州二模）设（x﹣2y）5（x+3y）4=a9x9+a8x8y+a7x7y2+…+a1xy8+a0y9，则a0+a8=　﹣2590　．

【考点】DB：二项式系数的性质．菁优网版权所有

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；5P ：二项式定理．

【分析】展开（x﹣2y）5（x+3y）4=菁优网-jyeoo+…+（﹣2y）5]•[x4+4x3•3y+6x2（3y）2+4x•（3y）3+（3y）4]=a9x9+a8x8y+a7x7y2+…+a1xy8+a0y9，比较系数即可的得出．

【解答】解：（x﹣2y）5（x+3y）4=菁优网-jyeoo+…+（﹣2y）5]•[x4+4x3•3y+6x2（3y）2+4x•（3y）3+（3y）4]=a9x9+a8x8y+a7x7y2+…+a1xy8+a0y9，

则a0+a8=（﹣2）5×34+12﹣10=﹣2590．

故答案为：﹣2590．

【点评】本题考查了二项式定理的应用，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

16．（5分）（2017•广州二模）在平面四边形ABCD中，连接对角线BD，已知CD=9，BD=16，∠BDC=90°，sinA=菁优网-jyeoo，则对角线AC的最大值为　27　．

【考点】HT：三角形中的几何计算．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；58 ：解三角形．

【分析】根据题意，建立坐标系，求出D、C、B的坐标，设ABD三点都在圆E上，其半径为R，由正弦定理计算可得R=10，进而分析可得E的坐标，由于sinA为定值，则点A在以点E（﹣6，8）为圆心，10为半径的圆上，当且仅当C、E、A三点共线时，AC取得最大值，计算即可得答案．

【解答】解：根据题意，建立如图的坐标系，则D（0，0），C（9，0），B（0，16），BD中点为G，则G（0，8），

设ABD三点都在圆E上，其半径为R，

在Rt△ADB中，由正弦定理可得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=2R=20，即R=10，

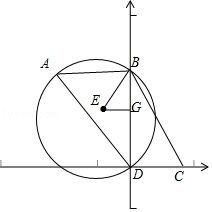
即EB=10，BG=8，则EG=6，

则E的坐标为（﹣6，8），

故点A在以点E（﹣6，8）为圆心，10为半径的圆上，

当且仅当C、E、A三点共线时，AC取得最大值，此时AC=10+EC=27；

故答案为：27．



【点评】本题考查正弦定理的应用，注意A为动点，需要先分析A所在的轨迹．

**三、解答题（共5小题，满分60分）解答须写出文字说明，证明过程或演算步骤**

17．（12分）（2017•广州二模）设等比数列{an}的前n项和为Sn，已知a1a2a3=8，S2n=3（a1+a3+a5+…+a2n﹣1）（n∈N\*）

（Ⅰ）求数列{an}的通项公式；

（Ⅱ）设bn=nSn，求数列{bn}的前n项和Tn．

【考点】8E：数列的求和；8H：数列递推式．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4R：转化法；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】（Ⅰ）先根据等比数列的性质可求出a2的值，然后根据S2n=3（a1+a3+…+a2n﹣1）中令n=1可求出首项a1，从而求出公比，即可求出an的通项公式，

（Ⅱ）先根据等比数列的求和公式求出Sn，再求出bn=nSn，根据分组求和和错位相减法求和即可．

【解答】解：（Ⅰ）利用等比数列的性质可得，a1a2a3=a23=8 即a2=2

∵S2n=3（a1+a3+…+a2n﹣1）

∴n=1时有，S2=a1+a2=3a1从而可得a1=1，q=2，

∴an=2n﹣1，

（Ⅱ）由（Ⅰ）可得Sn=菁优网-jyeoo=﹣1+2n，

∴bn=nSn=﹣n+n•2n，

∴Tn=﹣（1+2+3+…+n）+1×2+2×22+3×23+…+n•2n，

设An=1×2+2×22+3×23+…+n•2n，

∴2An=1×22+2×23+…+（n﹣1）•2n+n•2n+1，

两式相减可得﹣An=2+22+23+…+2n﹣n•2n+1=菁优网-jyeoo﹣n•2n+1=﹣2+2n+1﹣n•2n+1=﹣2+（1﹣n）2n+1，

∴An=2+（n﹣1）2n+1，

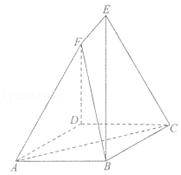
∴Tn=﹣菁优网-jyeoo+2+（n﹣1）2n+1．

【点评】本题主要考查了等比数列的前n项和以及错位相减法求和，以及等比数列的性质和通项公式，属于中档题．

18．（12分）（2017•广州二模）如图，ABCD是边长为a的菱形，∠BAD=60°，EB⊥平面ABCD，FD⊥平面ABCD，EB=2FD=菁优网-jyeooa

（Ⅰ）求证：EF丄AC；

（Ⅱ）求直线CE与平面ABF所成角的正弦值．



【考点】MI：直线与平面所成的角．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5F ：空间位置关系与距离；5G ：空间角．

【分析】（Ⅰ）证明AC⊥平面EFDB，即可证明EF丄AC；

（Ⅱ）建立坐标系，利用向量方法，即可求直线CE与平面ABF所成角的正弦值．

【解答】（Ⅰ）证明：∵EB⊥平面ABCD，AC⊂平面ABCD，

∴EB⊥AC，

∵ABCD是边长为a的菱形，

∴AC⊥BD，

∵EB∩BD=B，EB∥FD，

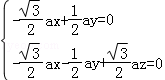
∴AC⊥平面EFDB，

∴EF丄AC；

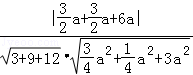
（Ⅱ）解：建立如图所示的坐标系，则A（菁优网-jyeooa，0，0），

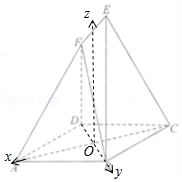
B（0，菁优网-jyeoo，0），F（0，﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeooa），C（﹣菁优网-jyeooa，0，0），E（0，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeooa），

∴菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeooa，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeooa），菁优网-jyeoo=（﹣菁优网-jyeooa，菁优网-jyeoo，0），菁优网-jyeoo=（﹣菁优网-jyeooa，﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeooa），

设平面ABF的法向量为菁优网-jyeoo=（x，y，z），则，

取菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo，3，2菁优网-jyeoo），

∴直线CE与平面ABF所成角的正弦值==菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查线面垂直的判定，考查线面角，考查向量方法的运用，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．

19．（12分）（2017•广州二模）某商场拟对商品进行促销，现有两种方案供选择．每种促销方案都需分两个月实施，且每种方案中第一个月与第二个月的销售相互独立．根据以往促销的统计数据，若实施方案1，顶计第一个月的销量是促销前的1.2倍和1.5倍的概率分别是0.6和0.4．第二个月销量是笫一个月的1.4倍和1.6倍的概率都是0.5；若实施方案2，预计第一个月的销量是促销前的1.4倍和1.5倍的概率分别是0.7和0.3，第二个月的销量是第一个月的1.2倍和1.6倍的概率分别是0.6和0.4．令ξi（i=1，2）表示实施方案i的第二个月的销量是促销前销量的倍数．

（Ⅰ）求ξ1，ξ2的分布列：

（Ⅱ）不管实施哪种方案，ξi与第二个月的利润之间的关系如表，试比较哪种方案第二个月的利润更大．

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 销量倍数 | ξi≤1.7 | 1.7＜ξi＜2.3 | ξi2.3 |
| 利润（万元） | 15 | 20 | 25 |

【考点】CG：离散型随机变量及其分布列；CH：离散型随机变量的期望与方差．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；49 ：综合法；5I ：概率与统计．

【分析】（Ⅰ）依题意，ξ1的所有取值为1.68，1.92，2.1，2.4，分别求出相应的概率，由此能求出ξ1的分布列；依题意，ξ2的所有可能取值为1.68，1.8，2.24，2.4，分别求出相应的概率，由此能求出ξ2的分布列．

（Ⅱ）Qi表示方案i所带来的利润，分别求出EQ1，EQ2，由EQ1＞EQ2，实施方案1，第二个月的利润更大．

【解答】解：（Ⅰ）依题意，ξ1的所有取值为1.68，1.92，2.1，2.4，

P（ξ1=1.68）=0.6×0.5=0.30，

P（ξ1=1.92）=0.6×0.5=0.30，

P（ξ1=2.1）=0.4×0.5=0.20，

P（ξ1=2.4）=0.4×0.5=0.20，

∴ξ1的分布列为：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ξ1 | 1.68 | 1.92 | 2.1 | 2.4 |
| P | 0.30 | 0.30 | 0.20 | 0.20 |

依题意，ξ2的所有可能取值为1.68，1.8，2.24，2.4，

P（ξ2=1.68）=0.7×0.6=0.42，

P（ξ2=1.8）=0.3×0.6=0.18，

P（ξ2=2.24）=0.7×0.4=0.28，

P（ξ2=2.4）=0.3×0.4=0.12，

∴ξ2的分布列为：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ξ2 | 1.68 | 1.8 | 2.24 | 2.4 |
| P | 0.42 | 0.18 | 0.28 | 0.12 |

（Ⅱ）Qi表示方案i所带来的利润，则：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Q1 | 15 | 20 | 25 |
| P | 0.30 | 0.50 | 0.20 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Q2 | 15 | 20 | 25 |
| P | 0.42 | 0.46 | 0.12 |

∴EQ1=15×0.30+20×0.50+25×0.20=19.5，

EQ2=15×0.42+20×0.46+25×0.12=18.5，

∵EQ1＞EQ2，

∴实施方案1，第二个月的利润更大．

【点评】本题考查离散型随机变量的分布列、数学期望的求法，是中档题，解题时要认真审题，在历年高考中都是必考题型之一．

20．（12分）（2017•广州二模）已知双曲线菁优网-jyeoo﹣y2=1的焦点是椭圆C：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1（a＞b＞0）的顶点，且椭圆与双曲线的离心率互为倒数．

（I）求椭圆C的方程；

（Ⅱ）设动点M在椭圆C上，且|MN|=菁优网-jyeoo，记直线MN在y轴上的截距为m，求m的最大值．

【考点】KL：直线与椭圆的位置关系．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（I）由题意求得椭圆的离心率，即可求得a和b的值，即可求得椭圆方程；

（Ⅱ）分类讨论，当斜率为0时，即可求得m的值，设直线l的方程，代入椭圆方程，利用韦达定理及弦长公式即可求得m的表达式，利用导数求得函数的单调性及最值，即可求得m的最大值．

【解答】解：（Ⅰ）∵双曲线菁优网-jyeoo﹣y2=1的焦点是椭圆C：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1（a＞b＞0）的顶点，

且椭圆与双曲线的离心率互为倒数，

∴a=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴c=菁优网-jyeoo，b=菁优网-jyeoo，

∴椭圆C的方程为菁优网-jyeoo=1．

（Ⅱ）当直线MN的斜率为0时，由|MN|=菁优网-jyeoo，

则M（菁优网-jyeoo，y），则y=菁优网-jyeoo，

则直线MN在y轴上的截距为菁优网-jyeoo，

当直线MN的斜率不存时，与y轴无焦点，

设MN为：y=kx+m，（k≠0）

联立，得（1+6k2）x2+12kmx+6m2﹣6=0，

菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

△=（12km）2﹣4（1+6k2）（6m2﹣6）＞0，△=144k2﹣24m2+24＞0，∴m2＜6k2+1，

|MN|=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

整理，得菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo＜6k2+1，

整理得：36k4+12k2+1＞0，即6k2+1＞0，k∈（﹣∞，0）∪（0，+∞），

则菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，令k2+1=t，t＞1，

则f（t）=﹣2t﹣菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，t＞1，求导f′（t）=﹣2+菁优网-jyeoo，

令f′（t）＞0，解得：1＜t＜菁优网-jyeoo，

令f′（t）＜0，解得：t＞菁优网-jyeoo，

则f（t）在（1，菁优网-jyeoo）单调递增，在（菁优网-jyeoo，+∞）单调递减，

∴当t=菁优网-jyeoo时，f（t）取最大值，最大值为菁优网-jyeoo，

∴m的最大值为菁优网-jyeoo，

综上可知：m的最大值为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查椭圆的标准方程及简单几何性质，直线与椭圆的位置关系，考查韦达定理，弦长公式，利用导数求函数的单调性及最值，考查计算能力，属于中档题．

21．（12分）（2017•广州二模）已知函数f（x）=菁优网-jyeoo﹣ax+b在点（e，f（e））处的切线方程为y=﹣ax+2e．

（Ⅰ）求实数b的值；

（Ⅱ）若存在x∈[e，e2]，满足f（x）≤菁优网-jyeoo+e，求实数a的取值范围．

【考点】6E：利用导数求闭区间上函数的最值；6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；53 ：导数的综合应用．

【分析】（Ⅰ）求导，利用导数的几何意义，直线的点斜式方程，即可求得实数b的值；

（Ⅱ）则a≥菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo在[e，e2]上有解，构造辅助函数，求导，利用导数与函数单调性的关系，求得h（x）的取值．

【解答】解：（Ⅰ）f（x）=菁优网-jyeoo﹣ax+b，x∈（0，1）∪（1，+∞），

求导，f′（x）=菁优网-jyeoo﹣a，

则函数f（x）在点（e，f（e））处切线方程y﹣（e﹣ex+b）=﹣a（x﹣e），

即y=﹣ax+e+b，

由函数f（x）在（e，f（e））处的切线方程为y=﹣ax+2e，比较可得b=e，

实数b的值e；

（Ⅱ）由f（x）≤菁优网-jyeoo+e，即菁优网-jyeoo﹣ax+e≤菁优网-jyeoo+e，

则a≥菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo在[e，e2]，上有解，

设h（x）=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，x∈[e，e2]，

求导h′（x）=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

令p（x）=lnx﹣2菁优网-jyeoo，

∴x在[e，e2]时，p′（x）=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo＜0，

则函数p（x）在[e，e2]上单调递减，

∴p（x）＜p（e）=lne﹣2菁优网-jyeoo＜0，

则h′（x）＜0，及h（x）在区间[e，e2]单调递减，

h（x）≥h（e2）=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，

∴实数a的取值范围[菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，+∞]．

【点评】本题考查导数的综合应用，导数的几何意义，利用导数求函数的切线方程，利用导数求函数的单调性及最值，考查计算能力，属于中档题．

**[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22．（10分）（2017•广州二模）在平面直角坐标系xOy中．已知直线l的普通方程为x﹣y﹣2=0，曲线C的参数方程为菁优网-jyeoo（θ为参数），设直线l与曲线C交于A，B两点．

（1）求线段AB的长

（2）已知点P在曲线C上运动．当△PAB的面积最大时，求点P的坐标及△PAB的最大面积．

【考点】KL：直线与椭圆的位置关系；QL：椭圆的参数方程．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程；5S ：坐标系和参数方程．

【分析】（1）根据题意，将曲线C的参数方程变形为普通方程，将直线x﹣y﹣2=0代入其中，可得x2﹣3x=0，解可得x的值，由弦长公式计算可得答案；

（2）分析可得要使△PAB的面积最大，则必须使P到直线直线l的距离最大，设P的坐标为（2菁优网-jyeoocosθ，2sinθ），其中θ∈[0，2π），由点到直线l的距离公式可得d=菁优网-jyeoo，由余弦函数的性质分析可得当θ+菁优网-jyeoo=π，即θ=菁优网-jyeoo时，d取得最大值，代入点的坐标（2菁优网-jyeoocosθ，2sinθ）中可得P的坐标，进而计算可得△PAB的最大面积，即可得答案．

【解答】解：（1）根据题意，曲线C的参数方程为菁优网-jyeoo，则其普通方程为：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1，

将直线x﹣y﹣2=0代入菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1可得：x2﹣3x=0，

解可得x=0或3，

故|AB|=菁优网-jyeoo|x1﹣x2|=3菁优网-jyeoo；

（2）要求在椭圆菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1上求一点P，使△PAB的面积最大，则P到直线直线l的距离最大；

设P的坐标为（2菁优网-jyeoocosθ，2sinθ），其中θ∈[0，2π），

则P到直线l的距离d=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

又由θ∈[0，2π），则菁优网-jyeoo≤θ+菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo，

所以当θ+菁优网-jyeoo=π，即θ=菁优网-jyeoo时，d取得最大值，且dmax=3菁优网-jyeoo，

此时P（﹣3，1），

△PAB的最大面积S=菁优网-jyeoo×|AB|×d=9．

【点评】本题考查椭圆与直线的位置关系，涉及椭圆的参数方程，关键是正确将参数方程化为普通方程．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•广州二模）（I）已知a+b+c=1，证明（a+1）2+（b+1）2+（c+1）2≥菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）若对任总实数x，不等式|x﹣a|+|2x﹣1|≥2恒成立，求实数a的取值范围．

【考点】R4：绝对值三角不等式；R6：不等式的证明．菁优网版权所有

【专题】17 ：选作题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5T ：不等式．

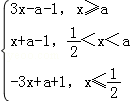
【分析】（I）利用柯西不等式，即可证明；

（Ⅱ）分：①a=菁优网-jyeoo、②a＞菁优网-jyeoo、③a＜菁优网-jyeoo三种情况，分别化简不等式，根据函数y=|2x﹣1|+|x﹣a|的最小值大于或等于2，求得a的范围．

【解答】（I）证明：由柯西不等式可得（1+1+1）[（a+1）2+（b+1）2+（c+1）2]≥（a+1+b+1+c+1）2，

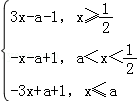
∵a+b+c=1，∴（a+1）2+（b+1）2+（c+1）2≥菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）解：①当a=菁优网-jyeoo时，不等式即|x﹣菁优网-jyeoo|≥菁优网-jyeoo，显然不能任意实数x均成立．

②当a＞菁优网-jyeoo时，|2x﹣1|+|x﹣a|=，此时，根据函数y=|2x﹣1|+|x﹣a|的单调性可得y的最小值为﹣3×菁优网-jyeoo+a+1．

∵不等式|2x﹣1|+|x﹣a|≥2对任意实数x均成立，

∴﹣3×菁优网-jyeoo+a+1≥2，解得 a≥菁优网-jyeoo．

③当a＜菁优网-jyeoo时，|2x﹣1|+|x﹣a|=，

此时，根据函数y=|2x﹣1|+|x﹣a|的单调性可得y的最小值为﹣菁优网-jyeoo﹣a+1．

∵不等式|2x﹣1|+|x﹣a|≥2对任意实数x均成立，

∴﹣菁优网-jyeoo﹣a+1≥2，解得 a≤﹣菁优网-jyeoo．

综上可得，实数a的取值范围是（﹣∞，﹣菁优网-jyeoo]∪[菁优网-jyeoo，+∞）．

【点评】本题主要考查绝对值不等式的解法，体现了转化以及分类讨论的数学思想，属于中档题．