**2017年福建省厦门市高考数学理科一模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．（5分）（2017•厦门一模）已知集合A={x|x2﹣5x﹣6≤0}，菁优网-jyeoo，则A∩B等于（　　）

A．[﹣1，6] B．（1，6] C．[﹣1，+∞） D．[2，3]

【考点】1E：交集及其运算．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；37 ：集合思想；5J ：集合．

【分析】由一元二次不等式的解法求出集合A，由分式不等式的解法求出集合B，由交集的运算求出A∩B．

【解答】解：由题意知，集合A={x|x2﹣5x﹣6≤0}={x|﹣1≤x≤6}=[﹣1，6]，

菁优网-jyeoo={x|x＞1}=（1，∞），

则A∩B=（1，6]，

故选B．

【点评】本题考查交集及其运算，以及一元二次不等式、分式不等式的解法，属于基础题．

2．（5分）（2017•厦门一模）已知复数菁优网-jyeoo（其中i为虚数单位），若z为纯虚数，则实数a等于（　　）

A．﹣1 B．0 C．1 D．菁优网-jyeoo

【考点】A5：复数代数形式的乘除运算．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】利用复数代数形式的乘除运算化简，再由实部为0且虚部不为0列式求解．

【解答】解：∵菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo是纯虚数，

∴菁优网-jyeoo，得a=1．

故选：C．

【点评】本题考查复数代数形式的乘除运算，考查了复数的基本概念，是基础题．

3．（5分）（2017•厦门一模）△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，若菁优网-jyeoo，则B等于（　　）

A．30° B．60° C．30°或150° D．60°或120°

【考点】HP：正弦定理．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；49 ：综合法；58 ：解三角形．

【分析】由已知利用正弦定理可求sinB的值，结合B的范围，由特殊角的三角函数值即可得解．

【解答】解：∵菁优网-jyeoo，

∴由正弦定理可得：sinB=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∵B∈（0°，180°），

∴B=60°，或120°．

故选：D．

【点评】本题主要考查了正弦定理，特殊角的三角函数值在解三角形中的应用，考查了转化思想，属于基础题．

4．（5分）（2017•厦门一模）若实数x，y满足条件菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo的最小值为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．1

【考点】7C：简单线性规划．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；34 ：方程思想；35 ：转化思想；5T ：不等式．

【分析】作出约束条件的平面区域，易知菁优网-jyeoo的几何意义是点A（x，y）与点D（﹣1，0）连线的直线的斜率，从而解得．

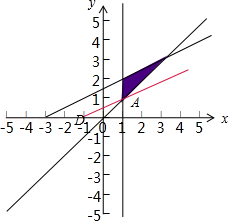
【解答】解：由题意作平面区域如下，

菁优网-jyeoo的几何意义是点A（x，y）与点D（﹣1，0），连线的直线的斜率，

故当A（1，1）时，z=菁优网-jyeoo有最小值，

z=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo；

故选：B．



【点评】本题考查了平面向量的应用及数形结合的思想应用，同时考查了斜率公式的应用．

5．（5分）（2017•厦门一模）已知平面α⊥平面β，α∩β=l，直线m⊂α，直线n⊂β，且m⊥n，有以下四个结论：

①若n∥l，则m⊥β

②若m⊥β，则n∥l

③m⊥β和n⊥α同时成立

④m⊥β和n⊥α中至少有一个成立

其中正确的是（　　）

A．①③ B．①④ C．②③ D．②④

【考点】LP：空间中直线与平面之间的位置关系．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】对4个选项，分别进行判断，即可得出结论．

【解答】解：①若n∥l，m⊥n，则m⊥l，∵平面α⊥平面β，α∩β=l，直线m⊂α，∴m⊥β，正确；

②若m⊥β，则m⊥l，∵m⊥n，∴n，l位置关系不确定，不正确；

③m⊥β，n⊥α可以同时成立，此时m⊥l，n⊥l，不正确；

④由③可知，m⊥β和n⊥α中至少有一个成立，正确，

故选B．

【点评】本题考查空间线面、面面位置关系，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．

6．（5分）（2017•厦门一模）已知Rt△ABC，点D为斜边BC的中点，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo等于（　　）

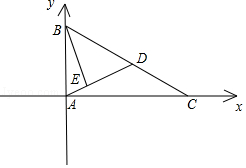
A．﹣14 B．﹣9 C．9 D．14

【考点】9R：平面向量数量积的运算．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；41 ：向量法；5A ：平面向量及应用．

【分析】可分别以直线AC，AB为x，y轴，建立平面直角坐标系，根据条件便可求出点A，B，C，D的坐标，进而求出点E的坐标，从而得出向量菁优网-jyeoo的坐标，这样进行数量积的坐标运算即可求出菁优网-jyeoo的值．

【解答】解：如图，分别以边AC，AB所在直线为x，y轴，建立平面直角坐标系，则：



菁优网-jyeoo；

菁优网-jyeoo；

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo；

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo；

∴菁优网-jyeoo．

故选：D．

【点评】考查建立平面直角坐标系，通过坐标解决向量问题的方法，能求平面上点的坐标，以及向量数乘的几何意义，数量积的坐标运算．

7．（5分）（2017•厦门一模）抛物线y2=4x的焦点为F，点A（3，2），P为抛物线上一点，且P不在直线AF上，则△PAF周长的最小值为（　　）

A．4 B．5 C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】K8：抛物线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】求△PAF周长的最小值，即求|PA|+|PF|的最小值．设点P在准线上的射影为D，则根据抛物线的定义，可知|PF|=|PD|．因此问题转化为求|PA|+|PD|的最小值，根据平面几何知识，当D、P、A三点共线时|PA|+|PD|最小，由此即可求出|PA|+|PF|的最小值．

【解答】解：求△PAF周长的最小值，即求|PA|+|PF|的最小值，

设点P在准线上的射影为D，则

根据抛物线的定义，可知|PF|=|PD|

因此，|PA|+|PF|的最小值，即|PA|+|PD|的最小值

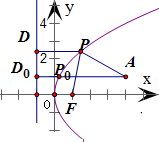
根据平面几何知识，可得当D，P，A三点共线时|PA|+|PD|最小，

因此的最小值为xA﹣（﹣1）=3+1=4，

∵|AF|=菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo，

∴△PAF周长的最小值为4+2菁优网-jyeoo，

故选C．



【点评】考查椭圆的定义、标准方程，以及简单性质的应用，判断当D，P，A三点共线时|PA|+|PD|最小，是解题的关键．

8．（5分）（2017•厦门一模）某校高三年级有男生220人，学籍编号1，2，…，220；女生380人，学籍编号221，222，…，600．为了解学生学习的心理状态，按学籍编号采用系统抽样的方法从这600名学生中抽取10人进行问卷调查（第一组采用简单随机抽样，抽到的号码为10），然后再从这10位学生中随机抽取3人座谈，则3人中既有男生又有女生的概率是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】CB：古典概型及其概率计算公式；B4：系统抽样方法．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；4R：转化法；5I ：概率与统计．

【分析】由题意，得到抽到的10人中，有男生4人，女生6人，再从这10位学生中随机抽取3人座谈，基本事件总数n=C菁优网-jyeoo，3人中既有男生又有女生包含的基本事件个数m=菁优网-jyeoo，由此能求出3人中既有男生又有女生的概率．

【解答】解：由题意，得到抽到的10人中，有男生4人，女生6人，

再从这10位学生中随机抽取3人座谈，

基本事件总数n=C菁优网-jyeoo=120，

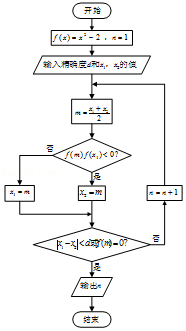
3人中既有男生又有女生包含的基本事件个数m=菁优网-jyeoo=120﹣4﹣20=96，

3人中既有男生又有女生的概率p=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：D．

【点评】本题考查概率的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意等可能事件概率计算公式的合理运用．

9．（5分）（2017•厦门一模）二分法是求方程近似解的一种方法，其原理是“一分为二，无限逼近”．执行如图所示的程序框图，若输入x1=1，x2=2，d=0.1，则输出n的值为（　　）



A．2 B．3 C．4 D．5

【考点】EF：程序框图．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；27 ：图表型；4B ：试验法；5K ：算法和程序框图．

【分析】按照用二分法求函数零点近似值得步骤求解即可．注意验证精确度的要求．

【解答】解：模拟程序的运行，可得

n=1，x1=1，x2=2，d=0.1，

令f（x）=x2﹣2，则f（1）=﹣1＜0，f（2）=2＞0，

m=1.5，f（1.5）=0.25＞0，满足条件f（m）f（x1）＜0，x2=1.5，此时|1.5﹣1|=0.5＞0.1，不合精确度要求．

n=2，m=1.25，f（1.25）=﹣0.4375＜0．不满足条件f（m）f（x1）＜0，x1=1.25，此时|1.5﹣1.25|=0.25＞0.1，不合精确度要求．

n=3，m=1.375，f（1.375）=﹣0.109＜0．不满足条件f（m）f（x1）＜0，x1=1.375，此时|1.5﹣1.375|=0.125＞0.1，不合精确度要求．

n=4，m=1.375，f（1.4375）=0.066＞0．满足条件f（m）f（x1）＜0，x2=1.4375，此时|1.5﹣1.4375|=0.062＜0.1，符合精确度要求．

退出循环，输出n的值为4．

故选：C．

【点评】本题主要考查用二分法求区间根的问题，属于基础题型．二分法是把函数的零点所在区间一分为二，使区间的两个端点逐步逼近零点，进而求零点近似值的方法．

10．（5分）（2017•厦门一模）已知定义在（0，+∞）上连续可导的函数f（x）满足xf'（x）+f（x）=x，且f（1）=1，则（　　）

A．f（x）是增函数 B．f（x）是减函数 C．f（x）有最大值1 D．f（x）有最小值1

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；53 ：导数的综合应用．

【分析】由题意可知：两边积分，及f（1）=1，即可求得f（x）的解析式，利用导数，即可求得函数的单调性及最值．

【解答】解：由题意可知：xf'（x）+f（x）=x，则[xf（x）]′=x，两边积分可知：∫[xf（x）]′dx=∫xdx，则xf（x）=菁优网-jyeoox2+C，

则f（x）=菁优网-jyeoox+菁优网-jyeoo，（x＞0），

由f（1）=1，

则C=菁优网-jyeoo，则f（x）=菁优网-jyeoox+菁优网-jyeoo，

则f′（x）=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

令f′（x）=0解得：x=1，

当f′（x）＞0，解得：x＞1，

当f′（x）＜0，解得：0＜x＜1，

∴f（x）在（0，1）单调递减，（1，+∞）单调递增，

∴当x=1时，f（x）取最小值，最小值为1，

故选：D．

【点评】本题考查导数的综合应用，考查利用导数求函数的单调性及最值，利用积分法求函数的解析式，考查转化思想，属于中档题．

11．（5分）（2017•厦门一模）已知双曲线菁优网-jyeoo，过x轴上点P的直线l与双曲线的右支交于M，N两点（M在第一象限），直线MO交双曲线左支于点Q（O为坐标原点），连接QN．若∠MPO=60°，∠MNQ=30°，则该双曲线的离心率为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．2 D．4

【考点】KC：双曲线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；4R：转化法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】由题意可得M，Q关于原点对称，即可得到kMN•kQN=菁优网-jyeoo，分别求出相对应的斜率，再根据离心率公式即可求出．

【解答】解：∵M，Q关于原点对称，

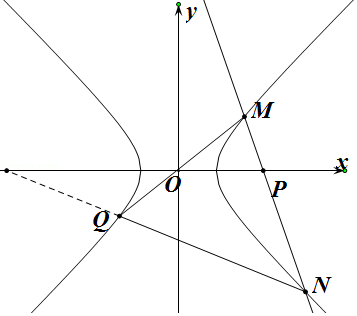
∴kMN•kQN=菁优网-jyeoo，

∵kMN=﹣菁优网-jyeoo，kQN=﹣菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo=1，

∴e=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选：A



【点评】本题考查了双曲线的简单性质以及离心率的计算，属于中档题．

12．（5分）（2017•厦门一模）已知P，Q为动直线y=m（0＜m＜菁优网-jyeoo）与y=sinx和y=cosx在区间菁优网-jyeoo上的左，右两个交点，P，Q在x轴上的投影分别为S，R．当矩形PQRS面积取得最大值时，点P的横坐标为x0，则（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】H7：余弦函数的图象；H2：正弦函数的图象．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；57 ：三角函数的图像与性质．

【分析】由题意知，P与Q关于直线菁优网-jyeoo对称，设P（x，sinx），则矩形PQRS的面积为S（x）=（菁优网-jyeoo﹣2x）•sinx，（0＜x＜菁优网-jyeoo），再利用导数求得矩形面积S（x）的最大值．

【解答】解：由题意知，P与Q关于直线菁优网-jyeoo对称，设P（x，sinx），则菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo，∴S″=﹣4cosx﹣（菁优网-jyeoo﹣2x）sinx，

∵菁优网-jyeoo，∴S''（x）＜0，∴S′（x）在区间菁优网-jyeoo上单调递减，

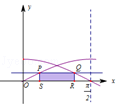
且菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

∴S′（x）在区间菁优网-jyeoo存在唯一零点，即为x0．

令S′（x0）=0得：菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo．

由不等式菁优网-jyeoo得：菁优网-jyeoo，解得：菁优网-jyeoo，

故选：A．



【点评】考查三角函数的图象与性质、导数、零点、不等式等，考查数形结合思想、转化与化归思想，考查逻辑推理能力，属于中档题．

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．**

13．（5分）（2017•厦门一模）菁优网-jyeoo的展开式中，菁优网-jyeoo的系数为　40　．

【考点】DB：二项式系数的性质．菁优网版权所有

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；5P ：二项式定理．

【分析】利用通项公式即可得出．

【解答】解：通项公式Tr+1=菁优网-jyeoo（2x）5﹣r菁优网-jyeoo=25﹣r菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，

令5﹣菁优网-jyeoor=菁优网-jyeoo，解得r=3．

∴菁优网-jyeoo的系数=菁优网-jyeoo=40．

故答案为：40．

【点评】本题考查了二项式定理的应用，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

14．（5分）（2017•厦门一模）化简：菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=　4　．

【考点】GI：三角函数的化简求值．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法．

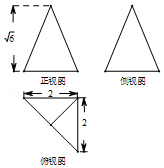
【分析】通分，根据二倍角公式，利用两角和与差的公式求解即可．

【解答】解：由菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故答案为4．

【点评】本题主要考察了二倍角公式，两角和与差的公式的应用，属于基本知识的考查．

15．（5分）（2017•厦门一模）某三棱锥的三视图如图所示，则其外接球的表面积为　菁优网-jyeoo



【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；5F ：空间位置关系与距离；5Q ：立体几何．

【分析】由已知可得该几何体的是一个以俯视图为底面的三棱锥，球心在棱锥的高上，且R2=（h﹣R）2+r2，进而可得答案．

【解答】解：由已知可得该几何体的是一个以俯视图为底面的三棱锥，

其底面是一个边长为2的等腰直角三角形，

故底面半径r=菁优网-jyeoo，

棱锥的高h=菁优网-jyeoo，球心在棱锥的高上，

且R2=（h﹣R）2+r2，

即R=菁优网-jyeoo，

故外接球的表面积S=4πR2=菁优网-jyeoo，

故答案为：菁优网-jyeoo

【点评】本题考查的知识点是球内接多面体，球的体积和表面积，简单几何体的三视图，难度中档．

16．（5分）（2017•厦门一模）若实数a，b，c满足（a﹣2b﹣1）2+（a﹣c﹣lnc）2=0，则|b﹣c|的最小值是　1　．

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性．菁优网版权所有

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；51 ：函数的性质及应用；53 ：导数的综合应用．

【分析】（a﹣2b﹣1）2+（a﹣c﹣lnc）2=0，可得a=2b+1，a=c+lnc.2b+1=c+lnc，|b﹣c|=菁优网-jyeoo，令f（c）=1+c﹣lnc（c＞0），利用导数研究函数的单调性极值与最值即可得出．

【解答】解：∵（a﹣2b﹣1）2+（a﹣c﹣lnc）2=0，∴a=2b+1，a=c+lnc．

∴2b+1=c+lnc，

b=菁优网-jyeoo．

∴|b﹣c|=菁优网-jyeoo，

令f（c）=1+c﹣lnc（c＞0），

f′（c）=1﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

可得：c=1时，函数f（c）取得极小值即最小值，f（1）=2＞0．

∴|b﹣c|=菁优网-jyeoo≥1，

故答案为：1．

【点评】本题考查了利用导数研究函数的单调性极值与最值、函数的性质、方程的解法，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

**三、解答题：本大题共5小题，共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17．（12分）（2017•厦门一模）已知数列{an}，满足a1=1，菁优网-jyeoo，n∈N\*．

（Ⅰ）求证：数列菁优网-jyeoo为等差数列；

（Ⅱ）设菁优网-jyeoo，求T2n．

【考点】8E：数列的求和；8C：等差关系的确定．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4R：转化法；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】（Ⅰ）方法一：根据数列的递推公式得到菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，即可得到菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，问题得以解决，

方法二：根据数列的递推公式得菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，问题得以解决，

（Ⅱ）设bn=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）菁优网-jyeoo，得到{bn}是首项b1=﹣菁优网-jyeoo，公差为﹣菁优网-jyeoo的等差数列，再根据等差数列的求和公式计算即可．

【解答】证明（Ⅰ）：法一：由菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴数列{菁优网-jyeoo}是首项为1，公差为菁优网-jyeoo的等差数列，

法二：由菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

∴数列{菁优网-jyeoo}是首项为1，公差为菁优网-jyeoo的等差数列，

（Ⅱ）解：设bn=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）菁优网-jyeoo，

由（Ⅰ）得，数列{菁优网-jyeoo}是首项为1，公差为菁优网-jyeoo的等差数列，

∴菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，

即bn=（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，

∴bn+1﹣bn=﹣菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）=﹣菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，

且b1=﹣菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）=﹣菁优网-jyeoo

∴{bn}是首项b1=﹣菁优网-jyeoo，公差为﹣菁优网-jyeoo的等差数列，

∴T2n=b1+b2+…+bn=﹣菁优网-jyeoon+菁优网-jyeoo×（﹣菁优网-jyeoo）=﹣菁优网-jyeoo（2n2+3n）

【点评】本题以递推数列为背景考查等差数列的判定以及利用基本量的求和运算，（Ⅰ）重点考查利用数列递推形式构造等差或等比数列以及等差数列的判定方法；（Ⅱ）主要考查数列求和应首先探寻通项公式，通过分析通项公式的特征发现求和的方法．

18．（12分）（2017•厦门一模）为了响应厦门市政府“低碳生活，绿色出行”的号召，思明区委文明办率先全市发起“少开一天车，呵护厦门蓝”绿色出行活动，“从今天开始，从我做起，力争每周至少一天不开车，上下班或公务活动带头选择步行、骑车或乘坐公交车，鼓励拼车…”铿锵有力的话语，传递了低碳生活、绿色出行的理念．某机构随机调查了本市500名成年市民某月的骑车次数，统计如下：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 菁优网：http://www.jyeoo.com | [0，10） | [10，20） | [20，30） | [30，40） | [40，50） | [50，60] |
| 18岁至30岁 | 6 | 14 | 20 | 32 | 40 | 48 |
| 31岁至44岁 | 4 | 6 | 20 | 28 | 40 | 42 |
| 45岁至59岁 | 22 | 18 | 33 | 37 | 19 | 11 |
| 60岁及以上 | 15 | 13 | 10 | 12 | 5 | 5 |

联合国世界卫生组织于2013年确定新的年龄分段：44岁及以下为青年人，45岁至59岁为中年人，60岁及以上为老年人．记本市一个年满18岁的青年人月骑车的平均次数为μ．以样本估计总体．

（Ⅰ）估计μ的值；

（Ⅱ）在本市老年人或中年人中随机访问3位，其中月骑车次数超过μ的人数记为ξ，求ξ的分布列与数学期望．

【考点】CH：离散型随机变量的期望与方差；CG：离散型随机变量及其分布列．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；5I ：概率与统计．

【分析】（Ⅰ）由已知可得表格，即可得出本市一个青年人月骑车的平均次数．

（Ⅱ）本市老年人或中年人中月骑车时间超过40次的概率为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．ξ=0，1，2，3，ξ～B菁优网-jyeoo，故P（ξ=k）=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo（k=0，1，2，3）．

【解答】解：（Ⅰ）由已知可得下表

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 人数 次数  年龄 | [0，10） | [10，20） | [20，30） | [30，40） | [40，50） | [50，60] | 合计 |
| 青年人 | 10 | 20 | 40 | 60 | 80 | 90 | 300 |
| 中年人 | 22 | 18 | 33 | 37 | 19 | 11 | 140 |
| 老年人 | 15 | 13 | 10 | 12 | 5 | 5 | 60 |

本市一个青年人月骑车的平均次数：

μ=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+35×菁优网-jyeoo+45×菁优网-jyeoo+55×菁优网-jyeoo=40．（5分）

（Ⅱ）本市老年人或中年人中月骑车时间超过40次的概率为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．（7分）

ξ=0，1，2，3，ξ～B菁优网-jyeoo，故P（ξ=k）=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo（k=0，1，2，3）．．（9分）

所以ξ的分布列如下：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ξ | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |

（11分）

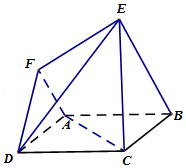
E（ξ）=菁优网-jyeoo=0.6．（12分）

【点评】本小题主要考查对频数分布表的理解与应用，古典概型、随机变量的数学期望等基础知识，考查运算求解能力、数据处理能力、应用意识，考查必然与或然思想、化归与转化思想，属于中档题．

19．（12分）（2017•厦门一模）在如图所示的六面体中，面ABCD是边长为2的正方形，面ABEF是直角梯形，∠FAB=90°，AF∥BE，BE=2AF=4．

（Ⅰ）求证：AC∥平面DEF；

（Ⅱ）若二面角E﹣AB﹣D为60°，求直线CE和平面DEF所成角的正弦值．



【考点】MT：二面角的平面角及求法；LS：直线与平面平行的判定．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；5F ：空间位置关系与距离；5G ：空间角．

【分析】（1）、连接AC，BD相交于点O，取DE的中点为G，连接FG，OG．只证AC∥FG，即可‘

（2）先证EC⊥平面ABCD，再以C为坐标原点，CB为x轴、CD为y轴、CE为z轴建立空间直角坐标系即可

【解答】证明：（1）连接AC，BD相交于点O，取DE的中点为G，连接FG，OG．

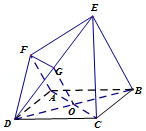
∵ABCD是正方形，∴O是DB的中点，∴OG∥BE，OG=菁优网-jyeoo，

又因为AF∥BE，AF=菁优网-jyeoo，所以OG∥AF且OG=AF，

所以四边形AOGF是平行四边形，（3分）

∴AC∥FG，又因为FG⊂平面DEF，AC⊄平面EDF

∴AC∥平面DEF（5分）



（2）∵ABCD是正方形，ABEF是直角梯形，∠FAB=90°，∴DA⊥AB，FA⊥AB

∵AD∩AF=A，∴AB⊥平面AFD，同理可得AB⊥平面EBC．

又∵AB⊂平面ABCD，所以平面AFD⊥平面ABCD，

又因为二面角E﹣AB﹣D为600，

所以∠FAD=∠EBC=60°，BE=2AF=4，BC=2，由余弦定理得EC=2菁优网-jyeoo，

所以EC⊥BC，又因为AB⊥平面EBC，∴EC⊥AB，所以EC⊥平面ABCD，（7分）

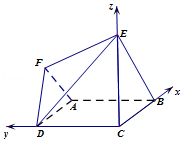
法一：以C为坐标原点，CB为x轴、CD为y轴、CE为z轴建立空间直角坐标系．则C（0，0，0），D（0，2，0），E（0，0，2菁优网-jyeoo），F（1，2，菁优网-jyeoo），（8分）

所以菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，设平面DEF的一个法向量为菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo即菁优网-jyeoo令z=菁优网-jyeoo，则x=﹣3，y=3，

所以菁优网-jyeoo（11分）

设直线CE和平面DEF所成角为θ，

则sinθ=|cos菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo|（12分）



【点评】本题考查立体几何中的线面关系，空间角，空间向量在立体几何中的应用等基础知识，考查运算求解能力、空间想象能力、等价转化能力，考查数形结合思想、化归与转化、或然与必然等数学思想，属于中档题．

20．（12分）（2017•厦门一模）已知函数f（x）=lnx﹣kx+1（k∈R）．

（Ⅰ）讨论函数f（x）的零点个数；

（Ⅱ）当k=1时，求证：2f（x）≤2﹣x﹣e1﹣x恒成立．

【考点】6E：利用导数求闭区间上函数的最值；6B：利用导数研究函数的单调性．菁优网版权所有

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；53 ：导数的综合应用．

【分析】（Ⅰ）法一：求出k=菁优网-jyeoo，令g（x）=菁优网-jyeoo，根据函数的单调性求出g（x）的最大值，通过讨论k的范围，判断函数的零点个数即可；

法二：求出f（x）的导数，通过讨论k的范围，求出f（x）的最大值，从而求出函数的零点个数即可；

（Ⅱ）法一：问题转化为e1﹣x+2f（x）﹣2﹣x=2lnx﹣x+e1﹣x≤0，令g（x）=2lnx﹣x+e1﹣x，令h（x）=2﹣x﹣xe1﹣x，根据函数的单调性证明即可；法二：同法一，判断函数单调性时略有区别．

【解答】解：（Ⅰ）法1：由已知∵x＞0，∴k=菁优网-jyeoo，

令g（x）=菁优网-jyeoo，g′（x）=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo=0，

x∈（0，1），g′（x）＞0，g（x）单调递增，

x∈（1，+∞），g′（x）＜0，g（x）单调递减，

∴g（x）max=g（1）=1，

x→+∞，g（x）→0，x→0，g（x）→﹣∞，

综上：k≤0或k=1时，有1个零点

0＜k＜1时，有2个零点，

k＞1时，有0个零点；

法2：f′（x）=菁优网-jyeoo，

k≤0时，f′（x）＞0，f（x）单调递增，

x→0，f（x）→﹣∞，x→+∞，f（x）→+∞，

所以，有1个零点，

k＞0时，f′（x）=菁优网-jyeoo=0，x=菁优网-jyeoo＞0，

x∈（0，菁优网-jyeoo），f（x）＞0，f（x）单调递增，

x∈（菁优网-jyeoo，+∞），f′（x）＜0，f（x）单调递减，

f（x）max=f（菁优网-jyeoo）=ln（菁优网-jyeoo），

k＞1时，f（x）max=ln（菁优网-jyeoo）＜0，0个零点，

k=1时，f（x）max=ln（菁优网-jyeoo）=0，1个零点，

0＜k＜1时，f（x）max=ln（菁优网-jyeoo）＞0，

x→0，f（x）→﹣∞，x→+∞，f（x）→﹣∞，

所以，此时有2个零点

综上：k≤0或k=1时，有1个零点

0＜k＜1时，有2个零点

k＞1时，有0个零点；

（Ⅱ）证明：法一：要证2f（x）≤2﹣x﹣e1﹣x，

即证e1﹣x+2f（x）﹣2﹣x=2lnx﹣x+e1﹣x≤0，

令g（x）=2lnx﹣x+e1﹣x，

g′（x）=菁优网-jyeoo，

令h（x）=2﹣x﹣xe1﹣x，h′（x）=﹣1+（x﹣1）e1﹣x，

x∈（0，1），h′（x）＜0，

x∈（1，+∞），h′（x）=菁优网-jyeoo，

令m（x）=x﹣1﹣ex﹣1，m′（x）=1﹣ex﹣1＜0，

即h′（x）＜0，∴h（x）单调递减，

h（1）=﹣e1﹣x+菁优网-jyeoo﹣1=0，x∈（0，1），h（x）＞0，g（x）单调递增，g（x）＜g（1）=0，

x∈（1，+∞），h（x）＜0，g（x）单调递减，g（x）＜g（1）=0，

综上：g（x）≤g（1）=0；

法二：要证2f（x）≤2﹣x﹣e1﹣x，

即证e1﹣x+2f（x）﹣2﹣x=2lnx﹣x+e1﹣x≤0，

令g（x）=2lnx﹣x+e1﹣x，g′（x）=﹣e1﹣x+菁优网-jyeoo﹣1，

令h（x）=﹣e1﹣x+菁优网-jyeoo﹣1，h′（x）=菁优网-jyeoo，

令m（x）=x2﹣2ex﹣1，m′（x）=2x﹣2ex﹣1，

令t（x）=2x﹣2ex﹣1，t′（x）=2﹣2ex﹣1=2（1﹣ex﹣1），

x∈（0，1），t′（x）＞0，m′（x）单调递增，x∈（1，+∞），t′（x）＜0，m′（x）单调递减，

m′（x）max=m′（1）=0，∴m′（x）≤0，

∴m（x）单调递减，m（0）=﹣1，

∴m（x）＜0，∴h′（x）＜0，∴h（x）单调递减，

h（1）=﹣e1﹣x+菁优网-jyeoo﹣1=0，x∈（0，1），h（x）＞0，g（x）单调递增，g（x）＜g（1）=0，

x∈（1，+∞），h（x）＜0，g（x）单调递减，g（x）＜g（1）=0，

综上：g（x）≤g（1）=0..

【点评】本题考查函数单调性、极值、零点的基础知识，考查学生运算求解与推理论证的能力，运用导数工具解决函数与方程、不等式综合问题的能力．考查数形结合，分类与整合，转化与化归的数学思想．

21．（12分）（2017•厦门一模）已知椭圆菁优网-jyeoo，动圆P：菁优网-jyeoo（圆心P为椭圆C上异于左右顶点的任意一点），过原点O作两条射线与圆P相切，分别交椭圆于M，N两点，且切线长的最小值为菁优网-jyeoo．

（Ⅰ）求椭圆C的方程；

（Ⅱ）求证：△MON的面积为定值．

【考点】KL：直线与椭圆的位置关系．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；44 ：数形结合法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（Ⅰ）将圆心坐标代入椭圆方程，根据两点之间的距离公式，丨OT丨=菁优网-jyeoo≥菁优网-jyeoo，由切线长的最小值为菁优网-jyeoo，即可求得b的值，求得椭圆C的方程；

（Ⅱ）当斜率不存在，此时M、N分别为长、短轴一个端点，则△MON的面积为菁优网-jyeoo，当斜率存在，分别设出切线方程，代入求得M和N的坐标，由三角形的面积S△MON=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，即可求得△MON的面积，方法二：设直线MN方程，代入椭圆方程，利用韦达定理及弦长公式，根据点到直线的距离公式及三角形的面积公式，即可求得△MON的面积为定值．

【解答】解：（Ⅰ）如图1，因为椭圆菁优网-jyeoo，焦点在x轴上，P（x0，y0）在椭圆方程上，

则y02=b2（1﹣菁优网-jyeoo），

由菁优网-jyeoo＜b＜2，得：x02+y02=（1﹣菁优网-jyeoo）x02+b2≥b2＞菁优网-jyeoo=r2，

故点O在圆P外，

不妨设OM与圆P相切于T，则有：

切线长丨OT丨=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，\_\_（1分）

代入得丨OT丨=菁优网-jyeoo≥菁优网-jyeoo，（3分）

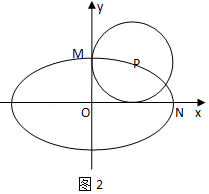
由已知得：菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，解得：b2=2，

所以椭圆的方程为：菁优网-jyeoo； （4分）

（Ⅱ）证明：1°当切线OM或ON斜率不存在即圆P与y轴相切时，易得丨x0丨=r=菁优网-jyeoo，

代入椭圆方程得：丨x0丨=菁优网-jyeoo，说明圆P同时也与x轴相切（图2），

此时M、N分别为长、短轴一个端点，则△MON的面积为菁优网-jyeoo．（5分）



2°当切线OM、ON斜率都存在时，设切线方程为：y=kx，

由d=r得：菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

整理得：（3x02﹣4）k2﹣6kx0y0+3y02﹣4=0（\*），（6分）

由1°知：y02﹣4≠0，即丨x0丨≠菁优网-jyeoo，此时丨y0丨≠菁优网-jyeoo，方程（\*）必有两个非零根，

记为k1，k2（k1＜k2），则k1k2分别对应直线OM，ON的斜率，

由韦达定理得：k1k2=菁优网-jyeoo，将x02=4﹣2y02，代入得：k1k2=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo （7分）

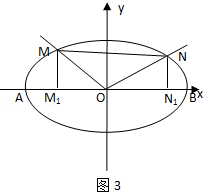
解法一：（求交点坐标）

由上知：k1＜0＜k2，

设点N位于第一、三象限，点M位于第二、四象限，

若点N位于第一象限，点M位于第二象限，

设OM：y=k1x与椭圆方程菁优网-jyeoo联立可得：M（﹣菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo）



设ON：y=k2x与椭圆方程菁优网-jyeoo联立可得：

N（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）（9分）

S△MON=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（xN﹣xM）（yN+yM）﹣菁优网-jyeoo（﹣xM）yM﹣菁优网-jyeoo（xNyN）=菁优网-jyeoo（xNyM﹣xMyN），（10分）

代入坐标有：

S△MON=2×菁优网-jyeoo=2×菁优网-jyeoo=2×菁优网-jyeoo，

=2×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

同理，当点M、N位于其它象限时，结论也成立

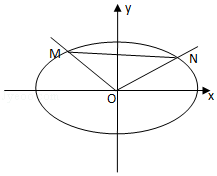
综上，△MON的面积为定值菁优网-jyeoo．（12分）

解法二：（探寻直线MN方程特征）

（接上）设M（x1，y1）（x2，y2），

由于点P不与点A、B重合时，直线MN的斜率存在，不妨设直线MN的方程为：y=kx+m，

将MN与椭圆方程联立可得：（1+2k2）x2+4kmx+2m2﹣4=0，



△=16k2m2﹣（1+2k2）（2m2﹣4）=32k2+16﹣8m2，

由△＞0得4k2+2＞m2，

由韦达定理可知：x1+x2=﹣菁优网-jyeoo，x1x2=菁优网-jyeoo，（8分）

kOM•kON=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，

则x1x2+2y1y2=x1x2+2（kx1+m）（kx2+m）=（1+2k2）x1x2+2km（x1+x2）+2m2=0，

代入有：（1+2k2）菁优网-jyeoo+2km（﹣菁优网-jyeoo）+2m2=0，

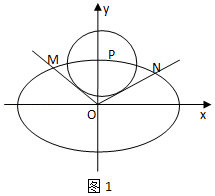
整理得：m2=2k2+1； （9分）

又丨MN丨=菁优网-jyeoo丨x1﹣x2丨=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo，

而原点O到直线MN的距离为d=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，（11分）

S△MON=菁优网-jyeoo丨MN丨•d=菁优网-jyeoo×2菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

所以△MON的面积为定值菁优网-jyeoo．（12分）



【点评】本题考查椭圆的标准方程的求法，直线与圆、直线与圆锥曲线的位置关系，考查推理运算和方程求解能力．运用化归转化手段．将切线长最短问题转化为椭圆上的动点到定点距离最短问题；考查圆锥曲线中的有关定值问题，从变化中寻找不变量，并通过必要的推理和运算化简求值．考查转化化归思想、分类整合思想，属于难题．

**[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22．（10分）（2017•厦门一模）在直角坐标系xOy中，曲线C1：菁优网-jyeoo（α为参数）．以O为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线C2的极坐标方程为ρ=8cosθ，直线l的极坐标方程为菁优网-jyeoo．

（Ⅰ）求曲线C1的极坐标方程与直线l的直角坐标方程；

（Ⅱ）若直线l与C1，C2在第一象限分别交于A，B两点，P为C2上的动点，求△PAB面积的最大值．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程；QH：参数方程化成普通方程．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；5S ：坐标系和参数方程．

【分析】（Ⅰ）利用参数方程与普通方程转化，求得C1的普通方程，将l的极坐标方程为菁优网-jyeoo转化成曲线C1的极坐标方程；

（Ⅱ）由C2的直角坐标方程为（x﹣4）2+y2=16，求得ρ12﹣2ρ1﹣3=0，代入求得ρ1，ρ2，求得丨AB丨，AB为底边的△PAB的高的最大值为4+2菁优网-jyeoo．利用三角形的面积公式，即可求得△PAB面积的最大值．

【解答】解：（Ⅰ）依题意得，曲线C1的普通方程为（x﹣2）2+y2=7，

曲线C1的极坐标方程为ρ2﹣4ρcosθ﹣3=0，（3分）

直线l的直角坐标方程为y=菁优网-jyeoox．（5分）

（Ⅱ）曲线C2的直角坐标方程为（x﹣4）2+y2=16，由题意设A（ρ1，菁优网-jyeoo），B（ρ2，菁优网-jyeoo），

则ρ12﹣4ρ1cosθ﹣3=0，即ρ12﹣2ρ1﹣3=0，得ρ1=3或ρ1=﹣1（舍），

ρ2=8cos菁优网-jyeoo=4，则丨AB丨=丨ρ1﹣ρ2丨=1，（7分）

C2（4，0）到l的距离为d=菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo．

以AB为底边的△PAB的高的最大值为4+2菁优网-jyeoo．

则△PAB的面积的最大值为菁优网-jyeoo×1×（4+2菁优网-jyeoo）=2+菁优网-jyeoo．（10分）

【点评】本题考查学生对直角坐标方程、参数方程、极坐标方程之间的相互转化，利用极坐标方程求解弦长问题，三角形最值问题，通过直角坐标方程、参数方程、极坐标方程之间的互化考查化归与转化、数形结合的思想．

**选修4-5：不等式选讲**

23．（2017•厦门一模）已知函数f（x）=|x﹣1|+|x﹣m|（m＞1），若f（x）＞4的解集是{x|x＜0或x＞4}．

（Ⅰ）求m的值；

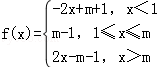
（Ⅱ）若关于x的不等式f（x）＜a2+a﹣4有解，求实数a的取值范围．

【考点】R4：绝对值三角不等式；R5：绝对值不等式的解法．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；44 ：数形结合法；59 ：不等式的解法及应用．

【分析】（Ⅰ）作出f（x）的图象，结合题意可得菁优网-jyeoo，由此求得m的值．

（Ⅱ）求得f（x）的最小值为2，可得2＜a2+a﹣4，由此求得a的范围．

【解答】解：（Ⅰ）∵m＞1，∴，

作出函数f（x）的图象，如图所示：

由f（x）＞4的解集为{x|x＜0或x＞4}及函数图象，

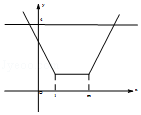
可得菁优网-jyeoo，得m=3．

（Ⅱ）由（Ⅰ）得f（x）=，∴f（x）的最小值为2．

关于x的不等式f（x）＜a2+a﹣4有解，则2＜a2+a﹣4，即a2+a﹣6＞0，

即（a+3）（a﹣2）＞0，∴a＜﹣3，或a＞2，

实数a的取值范围{a|a＜﹣3，或a＞2 }．



【点评】本题考查学生对绝对值不等式的理解与运用，考查学生对绝对值函数的运算求解能力，考查分类与整合、函数与方程思想和数形结合等思想．本题以绝对值函数为背景，设置学生熟悉的绝对值函数化为分段函数以及不等式求解问题，属于中档题．