**2017年福建省福州市高考数学理科一模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）**

1．（5分）（2017•福州一模）已知集合A={x||x|≤4}，B={y|y2+4y﹣21＜0}，则A∩B=（　　）

A．∅ B．（﹣7，﹣4] C．（﹣7，4] D．[﹣4，3）

【考点】1E：交集及其运算．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；37 ：集合思想；5J ：集合．

【分析】由一元二次不等式的解法求出B，由交集的运算求出A∩B．

【解答】解：由题意得，B={y|y2+4y﹣21＜0}={y|﹣7＜y＜3}=（﹣7，3），

又集合A={x||x|≤4}=[﹣4，4]，则A∩B=[﹣4，3），

故选D．

【点评】本题考查交集及其运算，以及一元二次不等式的解法，属于基础题．

2．（5分）（2017•福州一模）设复数z1，z2在复平面内对应的点关于实轴对称，z1=2+i，则菁优网-jyeoo（　　）

A．1+i B．菁优网-jyeoo+菁优网-jyeooi C．1+菁优网-jyeooi D．1+菁优网-jyeooi

【考点】A5：复数代数形式的乘除运算．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的运算法则、共轭复数的定义即可得出．

【解答】解：∵复数z1，z2在复平面内对应的点关于实轴对称，z1=2+i，

∴z2=菁优网-jyeoo=2﹣i，

则菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选：B．

【点评】本题考查了复数的运算法则、共轭复数的定义，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

3．（5分）（2017•福州一模）要得到函数f（x）=cos2x的图象，只需将函数g（x）=sin2x的图象（　　）

A．向左平移菁优网-jyeoo个周期 B．向右平移菁优网-jyeoo个周期

C．向左平移菁优网-jyeoo个周期 D．向右平移菁优网-jyeoo个周期

【考点】HJ：函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；57 ：三角函数的图像与性质．

【分析】利用函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换规律，三角函数的周期性，得出结论．

【解答】解：将函数g（x）=sin2x的图象向左平移菁优网-jyeoo个单位，可得y=sin2（x+菁优网-jyeoo）=cos2x=f（x）的图象，

而菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo•T，

故选：C．

【点评】本题主要考查函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换规律，三角函数的周期性，属于基础题．

4．（5分）（2017•福州一模）设等差数列{an}的公差d≠0，且a2=﹣d，若ak是a6与ak+6的等比中项，则k=（　　）

A．5 B．6 C．9 D．11

【考点】8M：等差数列与等比数列的综合．菁优网版权所有

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；4R：转化法；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】运用等差数列的通项公式，以及等比数列的中项的性质，化简整理解方程即可得到k的值．

【解答】解：等差数列{an}的公差d≠0，且a2=﹣d，

可得a1=a2﹣d=﹣2d，则an=a1+（n﹣1）d=（n﹣3）d，

若ak是a6与ak+6的等比中项，

即有ak2=a6ak+6，

即为（k﹣3）2d2=3d•（k+3）d，

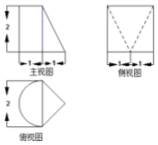
由d不为0，可得k2﹣9k=0，

解得k=9（0舍去）．

故选：C．

【点评】本题考查等差数列的通项公式和等比数列中项的性质，考查化简整理的运算能力，属于基础题．

5．（5分）（2017•福州一模）如图为某几何体的三视图，则其体积为（　　）



A．π+菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo+4 C．菁优网-jyeooπ+菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeooπ+4

【考点】L!：由三视图求面积、体积．菁优网版权所有

【专题】31 ：数形结合；35 ：转化思想；5F ：空间位置关系与距离．

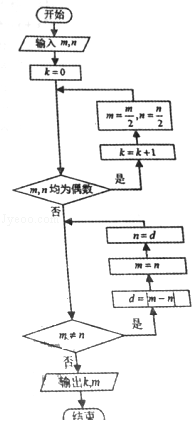
【分析】由三视图可知：该几何体为一个圆柱的一半与一个四棱锥．

【解答】解：由三视图可知：该几何体为一个圆柱的一半与一个四棱锥．

则体积V=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：A．

【点评】本题考查了四棱锥与圆柱的三视图、体积计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

6．（5分）（2017•福州一模）执行如图所示的程序框图，如果输入的m=168，n=112，则输出的k，m的值分别为（　　）

A．4，7 B．4，56 C．3，7 D．3，56

【考点】EF：程序框图．菁优网版权所有

【专题】38 ：对应思想；4B ：试验法；5K ：算法和程序框图．

【分析】模拟执行程序框图的运行过程，即可得出程序运行后输出的结果．

【解答】解：执行如图所示的程序框图，

输入m=168，n=112，

满足m、n都是偶数，k=1，m=84，n=56，

满足m、n都是偶数，k=2，m=42，n=28，

满足m、n都是偶数，k=3，m=21，n=14，

不满足m、n都是偶数，

满足m≠n，d=|m﹣n|=7，m=14，n=7，

满足m≠n，d=|m﹣n|=7，m=7，n=7，

不满足m≠n，退出循环，输出k=3，m=7．

故选：C．

【点评】本题考查了程序框图的运行问题，是基础题目．

7．（5分）（2017•福州一模）已知函数f（x）=x2﹣πx，α，β，γ∈（0，π），且sinα=菁优网-jyeoo，tanβ=菁优网-jyeoo，cosγ=﹣菁优网-jyeoo，则（　　）

A．f（α）＞f（β）＞f（γ） B．f（α）＞f（γ）＞f（β） C．f（β）＞f（α）＞f（γ） D．f（β）＞f（γ）＞f（α）

【考点】GI：三角函数的化简求值；3W：二次函数的性质．菁优网版权所有

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；57 ：三角函数的图像与性质．

【分析】根据函数f（x）是二次函数，开口向上，对称轴是x=菁优网-jyeoo；再由题意求出α，β，γ的范围，即可得出f（α）、f（β）与f（γ）的大小关系．

【解答】解：∵函数f（x）=x2﹣πx是二次函数，开口向上，且对称轴是x=菁优网-jyeoo；

∴f（x）在（0，菁优网-jyeoo）上单调递减，在（菁优网-jyeoo，π）单调递增；

又α，β，γ∈（0，π），且sinα=菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo，tanβ=菁优网-jyeoo＞1，cosγ=﹣菁优网-jyeoo＞﹣菁优网-jyeoo，

∴α＜菁优网-jyeoo或α＞菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo＜β＜菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo＜γ＜菁优网-jyeoo，

∴f（α）＞f（β）＞f（γ）．

故选：A．

【点评】本题考查了二次函数与三角函数的单调性问题，是基础题目．

8．（5分）（2017•福州一模）三棱锥A﹣BCD中，△ABC为等边三角形，AB=2菁优网-jyeoo，∠BDC=90°，二面角A﹣BC﹣D的大小为150°，则三棱锥A﹣BCD的外接球的表面积为（　　）

A．7π B．12π C．16π D．28π

【考点】LG：球的体积和表面积．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；44 ：数形结合法；5Q ：立体几何．

【分析】由题意画出图形，通过求解直角三角形可得三棱锥A﹣BCD的外接球的半径，代入球的表面积公式得答案．

【解答】解：设球心为M，BC的中点为P，

∵三角形BDC满足∠BDC=90°，∴P为三角形BDC的外心，

设△ABC的外心为O，∵△ABC为等边三角形，

∴MO⊥平面ABC，MP⊥平面BDC，

∵二面角A﹣BC﹣D的大小为150°，∴∠OPM=60°，

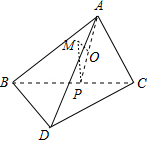
在等边三角形ABC中，由AB=2菁优网-jyeoo，得AP=3，

∴OP=1，在Rt△MOP中，可得MO=菁优网-jyeoo，

在Rt△MOA中，得MA=菁优网-jyeoo．

∴三棱锥A﹣BCD的外接球的表面积为菁优网-jyeoo．

故选：D．



【点评】本题考查球的表面积与体积，考查空间想象能力和思维能力，属中档题．

9．（5分）（2017•福州一模）已知数列{an}中，a1=1，且对任意的m，n∈N\*，都有am+n=am+an+mn，则菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】8H：数列递推式．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】令m=1，可得an+1﹣an=n+1，再利用累加法可求得an=（an﹣an﹣1）+（an﹣1﹣an﹣2）+…+（a2﹣a1）+a1=n+（n﹣1）+（n﹣2）+…+3+2+1=菁优网-jyeoo，再利用裂项法得到菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=2（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo），从而可求得菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo的值．

【解答】解：∵a1=1，且对任意的m，n∈N\*，都有am+n=am+an+mn，

∴令m=1，则an+1=a1+an+n=an+n+1，

即an+1﹣an=n+1，

∴an﹣an﹣1=n（n≥2），

…，

a2﹣a1=2，

∴an=（an﹣an﹣1）+（an﹣1﹣an﹣2）+…+（a2﹣a1）+a1=n+（n﹣1）+（n﹣2）+…+3+2+1=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=2（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo），

∴菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=2[（1﹣菁优网-jyeoo）+（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）+…+（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）+（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）]=2（1﹣菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，

故选：D．

【点评】本题考查数列递推式，利用累加法求得an=菁优网-jyeoo是关键，考查推理运算能力，属于中档题．

10．（5分）（2017•福州一模）不等式组菁优网-jyeoo的解集记作D，实数x，y满足如下两个条件：①∀（x，y）∈D，y≥ax；②∃（x，y）∈D，x﹣y≤a．则实数a的取值范围为（　　）

A．[﹣2，1] B．[0，1] C．[﹣2，3] D．[0，3]

【考点】7C：简单线性规划．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；44 ：数形结合法；5T ：不等式．

【分析】作出不等式组对应的平面区域，利用线性规划的知识进行求解即可．

【解答】解：作出不等式组对应的平面区域如图，即D，

由图象可得A（2，2），B（1，3）

∵①∀（x，y）∈D，y≥ax，

∴a≤1，

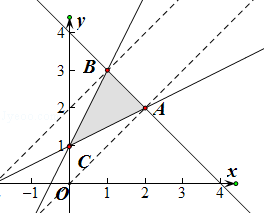
∵②∃（x，y）∈D，x﹣y≤a，

由于B（1，3），

∴a≥1﹣3=﹣2，

∴﹣2≤a≤1，

故选：A



【点评】本题主要考查线性规划的基本应用，利用数形结合是解决问题的基本方法．

11．（5分）（2017•福州一模）已知双曲线E：菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=1（a＞0，b＞0）的左、右焦点分别为F1、F2，|F1F2|=6，P是E右支上一点，PF1与y轴交于点A，△PAF2的内切圆在边AF2上的切点为Q，若|AQ|=菁优网-jyeoo，则E的离心率是（　　）

A．2菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】KC：双曲线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；4O：定义法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】由双曲线的定义和内切圆的切线性质：圆外一点向圆引切线，则切线长相等，结合离心率公式即可得到所求值．

【解答】解：设△PAF2的内切圆在边PF2上的切点为M，在AP上的切点为N，

则|PM|=|PN|，|AQ|=|AN|=菁优网-jyeoo，|QF2|=|MF2|，

由双曲线的对称性可得|AF1|=|AF2|=|AQ|+|QF2|=菁优网-jyeoo+|QF2|，

由双曲线的定义可得|PF1|﹣|PF2|=|PA|+|AF1|﹣|PM|﹣|MF2|

=菁优网-jyeoo+|QF2|+|AN|+|NP|﹣|PM|﹣|MF2|

=2菁优网-jyeoo=2a，解得a=菁优网-jyeoo，

又|F1F2|=6，即有c=3，

离心率e=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：C．

【点评】本题考查双曲线的离心率的求法，考查内切圆的切线性质，注意运用双曲线的定义是解题的关键，属于中档题．

12．（5分）（2017•福州一模）已知函数f（x）=若m＜n，且f（m）=f（n），则n﹣m的取值范围是（　　）

A．[ln2，ln菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo] B．（ln2，ln菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo） C．（菁优网-jyeoo，ln2] D．（菁优网-jyeoo，ln菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo]

【考点】5B：分段函数的应用．菁优网版权所有

【专题】31 ：数形结合；4R：转化法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】作出函数f（x）=的图象，由题意可得﹣菁优网-jyeoo＜m≤0，求得n=ln（2+菁优网-jyeoom），可得g（m）=n﹣m=ln（2+菁优网-jyeoom）﹣m，﹣菁优网-jyeoo＜m≤0，求出导数和单调区间，可得极大值，且为最大值，考虑g（0），g（﹣菁优网-jyeoo）的大小，即可得到所求范围．

【解答】解：作出函数f（x）=的图象如右，

m＜n，且f（m）=f（n），可得﹣菁优网-jyeoo＜m≤0，

菁优网-jyeoom+1=en﹣1，即为n=ln（2+菁优网-jyeoom），

可得g（m）=n﹣m=ln（2+菁优网-jyeoom）﹣m，﹣菁优网-jyeoo＜m≤0，

g′（m）=菁优网-jyeoo﹣1=菁优网-jyeoo，

当﹣菁优网-jyeoo＜m＜﹣菁优网-jyeoo时，g′（m）＞0，g（m）递增；

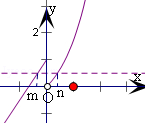
当﹣菁优网-jyeoo＜m≤0时，g′（m）＜0，g（m）递减．

则g（m）在m=﹣菁优网-jyeoo处取得极大值，也为最大值ln菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，

g（0）=ln2，g（﹣菁优网-jyeoo）→菁优网-jyeoo，由菁优网-jyeoo＜ln2，

可得n﹣m的范围是（菁优网-jyeoo，ln菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo]．

故选：D．



【点评】本题考查分段函数及应用，注意运用转化思想和数形结合思想，运用导数求单调区间和极值、最值，考查化简整理的运算能力，属于中档题．

**二、填空题（本小题共4小题，每小题5分，共20分）**

13．（5分）（2017•福州一模）已知向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo夹角为60°，且|菁优网-jyeoo|=2，|菁优网-jyeoo﹣2菁优网-jyeoo|=2菁优网-jyeoo，则|菁优网-jyeoo|=　3　．

【考点】9R：平面向量数量积的运算．菁优网版权所有

【专题】34 ：方程思想；4O：定义法；5A ：平面向量及应用．

【分析】根据平面向量数量积运算与模长公式，列出方程解方程即可．

【解答】解：向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo夹角为60°，且|菁优网-jyeoo|=2，|菁优网-jyeoo﹣2菁优网-jyeoo|=2菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo﹣4菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo+4菁优网-jyeoo=22﹣4×2×|菁优网-jyeoo|×cos60°+4菁优网-jyeoo=28；

菁优网-jyeoo﹣|菁优网-jyeoo|﹣6=0，

解得|菁优网-jyeoo|=3或|菁优网-jyeoo|=﹣2（不合题意，舍去）；

∴|菁优网-jyeoo|=3．

故答案为：3．

【点评】本题考查了平面向量数量积运算与模长公式的应用问题，是基础题．

14．（5分）（2017•福州一模）（1+x+x2）（1﹣x）10的展开式中，x10的系数为　36　．

【考点】DB：二项式系数的性质．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；5P ：二项式定理．

【分析】利用二项式定理的展开式即可得出．

【解答】解：（1+x+x2）（1﹣x）10=（1﹣x3）（1﹣x）9=（1﹣x3）（1﹣9x+…+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+（﹣x）9）．

∴x10的系数=菁优网-jyeoo=36．

故答案为：36．

【点评】本题考查了二项式定理的应用，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

15．（5分）（2017•福州一模）在距离塔底分别为80m，160m，240m的同一水平面上的A，B，C处，依次测得塔顶的仰角分别为α，β，γ，若α+β+γ=90°，则塔高为　80　m．

【考点】HU：解三角形的实际应用．菁优网版权所有

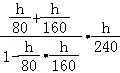
【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；58 ：解三角形．

【分析】设塔高为hm，则tanα=菁优网-jyeoo，tanβ=菁优网-jyeoo，tanγ=菁优网-jyeoo，利用α+β+γ=90°，可得tan（α+β）tanγ=1，结合和角的正切公式，即可得出结论．

【解答】解：设塔高为hm，则tanα=菁优网-jyeoo，tanβ=菁优网-jyeoo，tanγ=菁优网-jyeoo，

∵α+β+γ=90°，

∴tan（α+β）tanγ=1，

∴=1，

∴h=80．

故答案为：80．

【点评】本题考查解三角形的实际应用，考查三角函数知识，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．

16．（5分）（2017•福州一模）从集合M={（x，y）|（|x|﹣1）2+（|y|﹣1）2＜4，x，y∈Z}中随机取一个点P（x，y），若xy≥k（k＞0）的斜率为菁优网-jyeoo，则k的最大值是　2　．

【考点】CF：几何概型．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5I ：概率与统计．

【分析】从集合M={（x，y）|（|x|﹣1）2+（|y|﹣1）2＜4，x，y∈Z}中随机取一个点P（x，y），共有25种情况，xy≥k（k＞0）的概率为菁优网-jyeoo，即xy≥k（k＞0）的情况有6种，即可得出结论．

【解答】解：从集合M={（x，y）|（|x|﹣1）2+（|y|﹣1）2＜4，x，y∈Z}中随机取一个点P（x，y），共有25种情况，即x=0，y=±1，±2，x=1，y=±1，±2，x=2，y=±1，±2，x=﹣1，y=±1，±2，x=﹣2，y=±1，±2，

xy≥k（k＞0）的概率为菁优网-jyeoo，即xy≥k（k＞0）的情况有6种，即（2，2），（1，2），（2，1），（﹣2，﹣2），（﹣1，﹣2），（﹣2，﹣1），

则k的最大值是2，

故答案为：2．

【点评】本题考查几何概型，考查概率的计算，考查学生的计算能力，属于中档题．

**三、解答题（本题共70分）**

17．（12分）（2017•蚌埠三模）已知△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，且ctanC=菁优网-jyeoo（acosB+bcosA）．

（1）求角C；

（2）若c=2菁优网-jyeoo，求△ABC面积的最大值．

【考点】HR：余弦定理；HP：正弦定理．菁优网版权所有

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；56 ：三角函数的求值；58 ：解三角形．

【分析】（1）利用正弦定理与和差公式即可得出．

（2）利用余弦定理、基本不等式的性质、三角形面积计算公式即可得出．

【解答】解：（1）ctanC=菁优网-jyeoo（acosB+bcosA），

由正弦定理可得：sinCtanC=菁优网-jyeoo（sinAcosB+sinBcosA）=菁优网-jyeoosin（A+B）=菁优网-jyeoosinC．

∴tanC=菁优网-jyeoo，C∈（0，π）．

∴C=菁优网-jyeoo．

（2）由余弦定理可得：12=c2=a2+b2﹣2abcosC≥2ab﹣ab=ab，

可得ab≤12，当且仅当a=2菁优网-jyeoo时取等号．

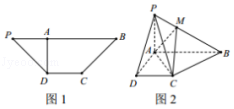
∴△ABC面积的最大值=菁优网-jyeoo=3菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了正弦定理余弦定理、三角形面积计算公式、和差公式、基本不等式的性质，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

18．（12分）（2017•福州一模）如图1，在等腰梯形PDCB中，PB∥DC，PB=3，DC=1，∠DPB=45°，DA⊥PB于点A，将△PAD沿AD折起，构成如图2所示的四棱锥P﹣ABCD，点M的棱PB上，且PM=菁优网-jyeooMB．

（1）求证：PD||平面MAC；

（2）若平面PAD⊥平面ABCD，求二面角M﹣AC﹣B的余弦值．



【考点】MT：二面角的平面角及求法；LW：直线与平面垂直的判定．菁优网版权所有

【专题】14 ：证明题；31 ：数形结合；41 ：向量法；5F ：空间位置关系与距离；5G ：空间角．

【分析】（1）连结BD，交AC于N，连结MN，推导出MN∥PD，由此能证明PD∥平面MAC．

（2）以A为原点，分别以AD，AB，AP为x，y，z轴，建立空间直角坐标系，利用向量法能求出二面角M﹣AC﹣B的余弦值．

【解答】证明：（1）连结BD，交AC于N，连结MN，

依题意知AB∥CD，∴△ABN～△CDN，∴菁优网-jyeoo，

∵PM=菁优网-jyeooMB，∴菁优网-jyeoo，

∴在△BPD中，MN∥PD，

又∵PD⊄平面MAC，MN⊂平面MAC，

∴PD∥平面MAC．

解：（2）∵平面PAD⊥平面ABCD，平面PAD∩平面ABCD=AD，

PA⊥AD，PA⊂平面PAD，∴PA⊥平面PAD，

又AD⊥AB，从而PA，AD，AB两两垂直，

以A为原点，分别以AD，AB，AP为x，y，z轴，建立空间直角坐标系，

依题意AP=AD=1，AB=2，又PM=菁优网-jyeooMB，

∴A（0，0，0），B（0，2，0），P（0，0，1），M（0，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），C（1，1，0），

∴菁优网-jyeoo=（0，0，1），菁优网-jyeoo=（0，菁优网-jyeoo），菁优网-jyeoo=（1，1，0），

∵PA⊥平面ABCD，∴菁优网-jyeoo=（0，0，1）是平面BAC的一个法向量，

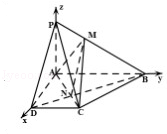
设菁优网-jyeoo=（x，y，z）是平面MAC的一个法向量，

则菁优网-jyeoo，取x=1，得菁优网-jyeoo=（1，﹣1，1），

设二面角M﹣AC﹣B的平面角为θ，

则cosθ=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴二面角M﹣AC﹣B的余弦值为菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查空间直线与直线、直线与平面的位置关系及二面角等基础知识，考查空间想象能力、推理论证能力、运算求解能力，考查化归与转化思想、数形结合思想，是中档题．

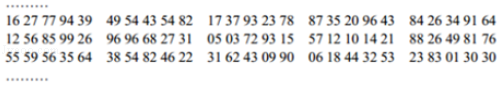
19．（12分）（2017•福州一模）质检过后，某校为了解理科班学生的数学、物理学习情况，利用随机数表法从全年级600名理科生抽取100名学生的成绩进行统计分析，已知学生考号的后三位分别为000，001，002，…，599．

（1）若从随机数表的第5行第7列的数开始向右读，请依次写出抽取的前7人的后三位考号；

（2）如果题（1）中随机抽取到的7名同学的数学、物理成绩（单位：分）对应如表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 数学成绩 | 90 | 97 | 105 | 113 | 127 | 130 | 135 |
| 物理成绩 | 105 | 116 | 120 | 127 | 135 | 130 | 140 |

从这7名同学中随机抽取3名同学，记这3名同学中数学和物理成绩均为优秀的人数为ζ，求ζ的分布列和数学期望（规定成绩不低于120分的为优秀）．附：（下面是摘自随机数表的第4行到第6行）



【考点】CH：离散型随机变量的期望与方差；CG：离散型随机变量及其分布列．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；5I ：概率与统计．

【分析】（1）从随机数表的第5行第7列的数开始向右读，依次写出抽取的前7人的后三位考号为：310，503，315，571，210，142，188．

（2）这7名同学中数学和物理成绩均为优秀的人数为3人，因此ζ取值为0，1，2，3．ξ～B菁优网-jyeoo．根据P（ξ=k）=菁优网-jyeoo，即可得出．

【解答】解：（1）从随机数表的第5行第7列的数开始向右读，依次写出抽取的前7人的后三位考号为：310，503，315，571，210，142，188．

（2）这7名同学中数学和物理成绩均为优秀的人数为3人，因此ζ取值为0，1，2，3．

ξ～B菁优网-jyeoo．

∴P（ξ=k）=菁优网-jyeoo，

可得P（ξ=0）=菁优网-jyeoo，P（ξ=1）=菁优网-jyeoo，P（ξ=2）=菁优网-jyeoo，P（ξ=3）=菁优网-jyeoo．

ξ的分布列为：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ξ | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |

∴Eξ=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了二项分布列的概率计算及其数学期望、随机数表的应用，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

20．（12分）（2017•福州一模）已知曲线C上的点到点F（0，1）的距离比它到直线y=﹣3的距离小2．

（1）求曲线C的方程；

（2）过点F且斜率为k的直线l交曲线C于A，B两点，交圆F：x2+（y﹣1）2=1于M，N两点（A，M两点相邻）．

①若菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo，当λ∈[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]时，求k的取值范围；

②过A，B两点分别作曲线C的切线l1，l2，两切线交于点P，求△AMP与△BNP面积之积的最小值．

【考点】KH：直线与圆锥曲线的综合问题．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）由动点P（x，y）到F（0，1）的距离比到直线y=﹣3的距离小2，可得动点P（x，y）到F（0，1）的距离等于它到直线y=﹣3的距离，利用抛物线的定义，即可求动点P的轨迹W的方程；

（2）①由题意知，直线l方程为y=kx+1，代入抛物线得x2﹣4kx﹣4=0，利用条件，结合韦达定理，可得4k2+2=菁优网-jyeoo，利用函数的单调性，即可求k的取值范围；

②求出直线PA，PB的方程，表示出面积，即可得出结论．

【解答】解：（1）由题意，动点P（x，y）到F（0，1）的距离比到直线y=﹣3的距离小2，

∴动点P（x，y）到F（0，1）的距离等于它到直线y=﹣1的距离，

∴动点P的轨迹是以F（0，1）为焦点的抛物线，标准方程为x2=4y；

（2）①依题意设直线l的方程为y=kx+1，代入x2=4y，得x2﹣4kx﹣4=0，

△=（﹣4k）2+16＞0，

设A（x1，y1），B（x2，y2），则x1+x2=4k，x1x2=﹣4，

∵菁优网-jyeoo，∴（﹣x2，y2）=λ（x1﹣x2，y1﹣y2），菁优网-jyeoo，

菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=1﹣菁优网-jyeoo，

即4k2+2=菁优网-jyeoo，

∵λ∈[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]，∴菁优网-jyeoo，

∵函数f（x）=x+菁优网-jyeoo在[菁优网-jyeoo]单调单调递减，

∴4k2+2∈[2，菁优网-jyeoo]，﹣菁优网-jyeoo，

∴k的取值范围是[﹣菁优网-jyeoo]．

②y=菁优网-jyeoox2，y′=菁优网-jyeoox，

∴直线PA：y﹣菁优网-jyeoox12=菁优网-jyeoox1（x﹣x1），PB：y﹣菁优网-jyeoox22=菁优网-jyeoox2（x﹣x2），

两式相减整理可得x=菁优网-jyeoo（x1+x2）=2k，

将x=菁优网-jyeoo（x1+x2）=2k，代入直线PA的方程求得y=﹣1，

∴P（2k，﹣1），P到直线AB的距离d=菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo，

∵|AM|=|AF|﹣1=y1，|BN|=|BF|﹣1=y2，

∴|AM|•|BN|=y1y2=菁优网-jyeoo=1，

∴△AMP与△BNP面积之积S△AMP•S△BNP

=菁优网-jyeoo|AM|•d×菁优网-jyeoo|BN|•d=菁优网-jyeood2=菁优网-jyeoo（2菁优网-jyeoo）2=1+k2，

当且仅当k=0时，△AMP与△BNP面积之积的最小值为1．

【点评】本题考查抛物线的定义与方程，考查直线与抛物线的位置关系，考查向量知识的运用，考查三角形面积的计算，属于中档题．

21．（12分）（2017•福州一模）已知函数f（x）=ex﹣ax+b（a，b∈R）．

（1）若f（x）在x=0处的极小值为2，求a，b的值；

（2）设g（x）=f（x）+ln（x+1），当x≥0时，g（x）≥1+b，试求a的取值范围．

【考点】6D：利用导数研究函数的极值．菁优网版权所有

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；53 ：导数的综合应用．

【分析】（1）求出函数的导数，根据f（x）在x=0处的极小值为2，得到关于a，b的方程组，解出即可；

（2）问题转化为ex﹣ax+ln（x+1）≥1在x∈[0，+∞）恒成立，令h（x）=ex﹣ax+ln（x+1），（x≥0），根据函数的单调性求出a的范围即可．

【解答】解：（1）f′（x）=ex﹣a，

若f（x）在x=0处的极小值为2，

则菁优网-jyeoo，解得：菁优网-jyeoo；

（2）g（x）=f（x）+ln（x+1）=ex﹣ax+b+ln（x+1），

当x≥0时，g（x）≥1+b，即ex﹣ax+ln（x+1）≥1在x∈[0，+∞）恒成立，

令h（x）=ex﹣ax+ln（x+1），（x≥0），

则h′（x）=ex+菁优网-jyeoo﹣a

记m（x）=ex+菁优网-jyeoo﹣a，则m′（x）=ex﹣菁优网-jyeoo，

当x≥0时，ex＞1，菁优网-jyeoo≤1，此时m'（x）≥0，

h'（x）在（0，+∞）上递增，

h'（x）≥h'（0）=2﹣a，

a≤2时，h′（x）≥0，

所以h（x）在[0，+∞）上递增，

故h（x）≥h（0）=1成立；

a＞2时，∃x0∈（0，+∞），使得h（x）在[0，x0）递减，在（x0，+∞）递增，

故h（x）min=h（x0）＜h（0）=1，不合题意，

故a≤2．

【点评】本题考查函数恒成立问题，考查导数知识的运用，考查分类讨论的数学思想，考查学生分析解决问题的能力，难度大．

**[选修4-4：坐标系与参数方程选讲]**

22．（10分）（2017•福州一模）已知直线l的参数方程为（t为参数），以坐标原点为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系，椭圆C的极坐标方程为ρ2cos2θ+3ρ2sin2θ=12，其左焦点F在直线l上．

（1）若直线l与椭圆C交于A，B两点，求|FA|•|FB|的值；

（2）求椭圆C的内接矩形周长的最大值．

【考点】QH：参数方程化成普通方程；Q4：简单曲线的极坐标方程；QL：椭圆的参数方程．菁优网版权所有

【专题】4Q：参数法；4R：转化法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程；5S ：坐标系和参数方程．

【分析】（1）将直线l和椭圆C的转化为普通方程，左焦点F在直线l上，求解出直线1方程与椭圆C联立方程组，求解A，B坐标，利用两点之间的距离公式求解|FA|•|FB|的值．（也可以利用参数的几何意义做）．

（2）设椭圆在第一象限上一点P（acosθ，bsinθ），内接矩形周长为：L=4（acosθ+bsinθ）=4菁优网-jyeoosin（θ+φ），可得答案．

【解答】解：（1）由椭圆C的极坐标方程为ρ2cos2θ+3ρ2sin2θ=12，

可得x2+3y2=12，即菁优网-jyeoo．其左焦点为（﹣2菁优网-jyeoo，0）．直线l消去参数t可得：x﹣y=m，

∵左焦点F在直线l上，

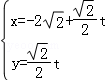
∴直线l方程为：x﹣y=﹣2菁优网-jyeoo．

联立，解得A（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），B（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）

那么|FA|•|FB|=2．

法二：几何法：

∵左焦点为（﹣2菁优网-jyeoo，0）．

左焦点F在直线l上，带入参数方程可得：，

将直线参数方程带入椭圆x2+3y2=12，可得：t2﹣2t﹣2=0．

那么|FA|•|FB|=|t1t2|=2

（2）设椭圆在第一象限上一点P（2菁优网-jyeoocosθ，2sinθ），（菁优网-jyeoo）

内接矩形周长为：L=8菁优网-jyeoocosθ+8sinθ）=16sin（θ+菁优网-jyeoo），

∴当菁优网-jyeoo时，周长取得最大值为为16．

∴椭圆C的内接矩形周长的最大值为16．

【点评】本题考查点的极坐标和直角坐标的互化，以及利用平面几何知识解决最值问题．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•福州一模）已知∃x0∈R使不等式|x﹣1|﹣|x﹣2|≥t成立．

（1）求满足条件的实数t的集合T；

（2）若m＞1，n＞1，对∀t∈T，不等式log3m•log3n≥t恒成立，求mn的最小值．

【考点】R4：绝对值三角不等式；R5：绝对值不等式的解法．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；59 ：不等式的解法及应用．

【分析】（1）由题意可得，|x﹣1|﹣|x﹣2|的最大小于或等于t，利用绝对值三角不等式求得|x﹣1|﹣|x﹣2|的最大值为1，可得t的范围，从而求得T．

（2）由题意可得log3m•log3n≥1，利用基本不等式log3m•n≥2菁优网-jyeoo≥2=log39，从而求得mn的最小值．

【解答】解：（1）∵∃x0∈R使不等式|x﹣1|﹣|x﹣2|≥t成立，∴|x﹣1|﹣|x﹣2|的最大值大于或等于t，

∵|x﹣1|﹣|x﹣2|≤|x﹣1﹣（x﹣2）|=2，当且仅当1≤x≤2时，取等号，

故|x﹣1|﹣|x﹣2|的最大值为1，∴t≤1，故T={t|t≤1}．

（2）∵m＞1，n＞1，对∀t∈T，不等式log3m•log3n≥t恒成立，∴log3m•log3n≥1．

又log3m+log3n=log3m•n≥2菁优网-jyeoo≥2=log39，∴mn≥9，故mn的最小值为9．

【点评】本题主要考查绝对值不等式的解法，绝对值三角不等式、基本不等式的应用，属于中档题．