**2017年河北省衡水中学高考数学理科一模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题（本题共12小题，每小题5分）**

1．（5分）（2017•衡水金卷一模）已知集合A={x|y=菁优网-jyeoo}，B={x|3x﹣x2≥0}，则集合A∩B=（　　）

A．[0，2] B．[0，3] C．[0，2） D．（﹣∞，0]

【考点】交集及其运算．菁优网版权所有

【专题】集合思想；定义法；集合．

【分析】求出A中x的范围确定出A，求出B中不等式的解集确定出B，找出A与B的交集即可．

【解答】解：由A中y=菁优网-jyeoo，得到2﹣x≥0，

解得：x≤2，即A=（﹣∞，2]，

由B中不等式变形得：x（x﹣3）≤0，

解得：0≤x≤3，即B=[0，3]，

则A∩B=[0，2]，

故选：A．

【点评】此题考查了交集及其运算，熟练掌握交集的定义是解本题的关键．

2．（5分）（2017•衡水金卷一模）已知复数z=菁优网-jyeoo（其中i为虚数单位），则|z|=（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】复数求模．菁优网版权所有

【专题】对应思想；转化法；数系的扩充和复数．

【分析】化简复数z，求出z的模即可．

【解答】解：z=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeooi，

故|z|=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选：B．

【点评】本题考查了复数的运算，考查复数求模问题，是一道基础题．

　3．（5分）（2017•衡水金卷一模）若a∈[1，6]，则函数y=x+菁优网-jyeoo在区间[2，+∞）内单调递增的概率是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】几何概型．菁优网版权所有

【专题】综合题；方程思想；演绎法；概率与统计．

【分析】求出函数y=x+菁优网-jyeoo在区间[2，+∞）内单调递增时，a的范围，以长度为测度，即可求出概率．

【解答】解：∵函数y=x+菁优网-jyeoo在区间[2，+∞）内单调递增，

∴菁优网-jyeoo≤2，

∵a∈[1，6]，

∴a∈[1，4]，

∴函数y=x+菁优网-jyeoo在区间[2，+∞）内单调递增的概率是菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选C．

【点评】本题考查函数的单调性，考查概率的计算，正确运用函数的单调性是关键．

4．（5分）（2017•衡水金卷一模）中国古代数学名著《九章算术》中记载：今有大夫、不更、簪襃、上造、公士凡五人，共猜得五鹿，欲以爵次分之，问各得几何？意思是：今有大夫、不更、簪襃、上造、公士凡五人，他们共猎获5只鹿，欲按其爵级高低依次递减相同的量来分配，问各得多少，若五只鹿的鹿肉共500斤，则不更、簪襃、上造这三人共分得鹿肉斤数为（　　）

A．200 B．300 C．菁优网-jyeoo D．400

【考点】数列的应用．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；定义法；等差数列与等比数列．

【分析】由题意可得该数列以公差为d的等差数列，设簪襃得a，则大夫、不更、簪襃、上造、公士凡以此为a﹣2d，a﹣d，a，a+d，a+2d，问题得以解决

【解答】解：按其爵级高低依次递减相同的量来分配，故该数列以公差为d的等差数列，设簪襃得a，

则大夫、不更、簪襃、上造、公士凡以此为a﹣2d，a﹣d，a，a+d，a+2d，

故a﹣2d+a﹣d+a+a+d+a+2d=500，

解得a=100

则不更、簪襃、上造可得a﹣d+a++a+d=3a=300，

故选：B

【点评】本题考查了等差数列的在实际问题中的应用，属于基础题．

5．（5分）（2017•衡水金卷一模）已知双曲线M的实轴长为2，且它的一条渐近线方程为y=2x，则双曲线M的标准方程可能是（　　）

A．x2﹣4y2=1 B．菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=1 C．菁优网-jyeoo﹣x2=1 D．y2﹣4x2=1

【考点】双曲线的简单性质；双曲线的标准方程．菁优网版权所有

【专题】计算题；分类讨论；转化思想；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】利用已知条件求出双曲线的实半轴的长，虚半轴的长，即可写出方程．

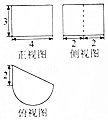
【解答】解：双曲线M的实轴长为2，可知a=1，它的一条渐近线方程为y=2x，双曲线的焦点坐标在x轴时可得b=2，双曲线的焦点坐标在y轴时b=菁优网-jyeoo．

所求双曲线方程为：x2﹣菁优网-jyeooy2=1或y2﹣4x2=1．

故选：D．

【点评】本题考查双曲线的简单性质以及双曲线方程的求法，考查计算能力．

6．（5分）（2017•衡水金卷一模）已知一几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为（　　）



A．14+6菁优网-jyeoo+10π B．14+6菁优网-jyeoo+20π C．12+12π D．26+6菁优网-jyeoo+10π

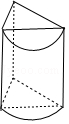
【考点】由三视图求面积、体积．菁优网版权所有

【专题】数形结合；转化法；空间位置关系与距离．

【分析】根据几何体的三视图知该几何体是半圆柱体与三棱柱的组合体，

结合图中数据求出它的表面积．

【解答】解：根据几何体的三视图知，该几何体是半圆柱体与三棱柱的组合体，

如图所示，

则该几何体的表面积为

S=S三棱柱+S半圆柱

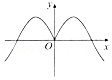
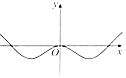
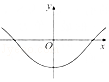
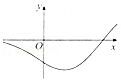
=（2×3+菁优网-jyeoo×3+2×菁优网-jyeoo×2×4）+（π•22+π•2•3）

=14+6菁优网-jyeoo+10π．

故选：A．

【点评】本题主要考查了利用三视图求几何体表面积的应用问题，是基础题．

7．（5分）（2017•衡水金卷一模）函数f（x）=（菁优网-jyeoo﹣1）sinx的图象的大致形状是（　　）

A． B． C． D．

【考点】函数的图象．菁优网版权所有

【专题】计算题；数形结合；数形结合法；函数的性质及应用．

【分析】先判断函数的奇偶性，再根据特殊值，判断即可．

【解答】解：∵f（x）的函数的定义域为R，

∴f（﹣x）=（菁优网-jyeoo﹣1）sin（﹣x）=﹣（菁优网-jyeoo﹣1）sinx=﹣（2﹣菁优网-jyeoo﹣1）sinx=（菁优网-jyeoo﹣1）sinx=f（x），

∴f（x）为偶函数，

∴f（x）关于y轴对称，

当x=0时，f（0）=0，

当x=1时，f（1）=（菁优网-jyeoo﹣1）sin1＜0，

故选：B．

【点评】本题考查了函数图象的识别，关键是掌握函数的奇偶性和函数值得变化趋势，属于中档题．

8．（5分）（2017•衡水金卷一模）设a=0.30.1，b=log菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，c=log425，则a，b，c的大小关系是（　　）

A．a＞b＞c B．a＞c＞b C．b＞c＞a D．c＞b＞a

【考点】对数值大小的比较．菁优网版权所有

【专题】转化思想；函数的性质及应用．

【分析】利用对数函数与指数函数的单调性即可得出．

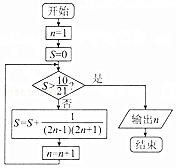
【解答】解：a=0.30.1∈（0，1），b=log菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=log35∈（1，2），c=log425＞菁优网-jyeoo=2，

∴c＞b＞a．

故选：D．

【点评】本题考查了对数函数与指数函数的单调性，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

9．（5分）（2017•衡水金卷一模）执行如图所示的程序框图，输出的n的值为（　　）



A．10 B．11 C．12 D．13

【考点】程序框图．菁优网版权所有

【专题】转化思想；转化法；算法和程序框图．

【分析】模拟执行程序框图，求出s=菁优网-jyeoo时n的值是11，得到n=12时，s＞菁优网-jyeoo，输出n的值为12．

【解答】解：第一次循环，s=菁优网-jyeoo，n=2，

第二次循环，s=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，n=3，

第三次循环，s=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，n=4，

…，

第m次循环，s=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（1﹣菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，

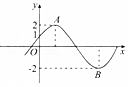
解得：m=10，n=m+1=11，

第m+1次循环，s＞菁优网-jyeoo，n=12，输出n=12；

故选：C．

【点评】本题主要考查了程序框图和算法，依次写出每次循环得到的S，n的值，得到第m次循环，s=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（1﹣菁优网-jyeoo）是解题的关键，属于基本知识的考查．

10．（5分）（2017•衡水金卷一模）如图所示为函数f（x）=2sin（ωx+φ）（ω＞0，|φ|≤菁优网-jyeoo）的部分图象，其中A，B两点之间的距离为5，则函数g（x）=2cos（φx+ω）图象的对称轴为（　　）



A．x=12k﹣8（k∈Z） B．x=6k﹣2（k∈Z） C．x=6k﹣4（k∈Z） D．x=12k﹣2（k∈Z）

【考点】正弦函数的对称性．菁优网版权所有

【专题】转化思想；数形结合法；三角函数的图像与性质．

【分析】由函数的图象的顶点坐标求出A，由周期求出ω，由特殊法的坐标作图求出φ的值，可得g（x）的解析式，再利用余弦函数的图象的对称性，求得函数g（x）=2cos（φx+ω）图象的对称轴．

【解答】解：根据函数f（x）=2sin（ωx+φ）（ω＞0，|φ|≤菁优网-jyeoo）的部分图象，可得A=2，

且2sinφ=1，∴sinφ=菁优网-jyeoo，∴φ=菁优网-jyeoo．

再根据AB2=25=42+菁优网-jyeoo，∴ω=菁优网-jyeoo，∴f（x）=2sin（菁优网-jyeoox+菁优网-jyeoo），

故函数g（x）=2cos（φx+ω）=2cos（菁优网-jyeoox+菁优网-jyeoo）．

令菁优网-jyeoox+菁优网-jyeoo=kπ，k∈Z，求得x=6k﹣2，

故选：B．

【点评】本题主要考查由函数y=Asin（ωx+φ）的部分图象求解析式，由函数的图象的顶点坐标求出A，由周期求出ω，由特殊法的坐标作图求出φ的值，属于基础题．

11．（5分）（2017•衡水金卷一模）已知O为坐标原点，F为抛物线y2=2px（p＞0）的焦点，若抛物线与直线l：x﹣菁优网-jyeooy﹣菁优网-jyeoo=0在第一、四象限分别交于A，B两点．则菁优网-jyeoo的值等于（　　）

A．97+56菁优网-jyeoo B．144 C．73+40菁优网-jyeoo D．4p2

【考点】抛物线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】设出A、B坐标，利用焦半径公式求出|AB|，结合x1x2=菁优网-jyeoo，求出A、B的坐标，然后求其比值．

【解答】解：由题意，直线过焦点，设A（x1，y1），B（x2，y2），则|AB|=x1+x2+p=菁优网-jyeoo=8p，

∴x1+x2=7p，

∵x1x2=菁优网-jyeoo，∴x1=菁优网-jyeoop，x2=菁优网-jyeoop

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=97+56菁优网-jyeoo，

故选A．

【点评】本题考查直线的倾斜角，抛物线的简单性质，考查学生分析问题解决问题的能力，是中档题．

12．（5分）（2017•衡水金卷一模）不超过实数x的最大整数称为x的整数部分，记作[x]，已知f（x）=cos（[x]﹣x），给出下列结论：

①f（x）是偶函数；

②f（x）是周期函数，且最小正周期为π；

③f（x）的单调递减区间为[k，k+1）（k∈Z）；

④f（x）的值域为[cos1，1]．

其中正确的结论是（　　）

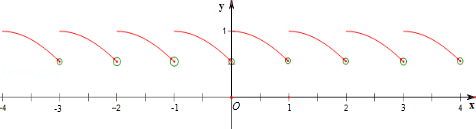
A．③ B．①③ C．③④ D．②③

【考点】命题的真假判断与应用．菁优网版权所有

【专题】作图题；函数思想；数形结合法；函数的性质及应用；简易逻辑．

【分析】作函数f（x）=cos（[x]﹣x）的图象，结合图象逐一核对四个命题得答案．

【解答】解：作函数f（x）=cos（x﹣[x]）的图象如下，



①y=f（x）不是偶函数，故①不正确；

②y=f（x）为周期函数，周期为1，故②不正确；

③当x∈[k，k+1）时，f（x）是单调递减函数，故③正确；

④y=f（x）的最小值不存在，最大值为1，故④不正确；

∴正确结论的序号是③，

故选：A．

【点评】本题考查命题的真假判断与应用，考查函数的图象，是中档题．

**二、填空题（本题共4小题，每小题5分）**

13．（5分）（2017•衡水金卷一模）已知向量菁优网-jyeoo=（sinθ，1），菁优网-jyeoo=（﹣sinθ，0），菁优网-jyeoo=（cosθ，﹣1），且（2菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）∥菁优网-jyeoo，则tanθ等于　﹣菁优网-jyeoo　．

【考点】平行向量与共线向量．菁优网版权所有

【专题】方程思想；三角函数的求值；平面向量及应用．

【分析】2菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=（3sinθ，2），利用向量共线定理即可得出．

【解答】解：2菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=（3sinθ，2），

∵（2菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）∥菁优网-jyeoo，∴﹣3sinθ﹣2cosθ=0，

解得tanθ=﹣菁优网-jyeoo．

故答案为：﹣菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了向量共线定理、三角函数求值，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

14．（5分）（2017•衡水金卷一模）若菁优网-jyeoo（2x﹣1）dx=6（其中m＞1），则二项式（x﹣菁优网-jyeoo）m展开式中含x项的系数为　﹣3　．

【考点】二项式系数的性质．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；定义法；二项式定理．

【分析】根据微积分基本定理首先求出m的值，然后再根据二项式的通项公式求出m的值，问题得以解决．

【解答】解：由于菁优网-jyeoo（2x﹣1）dx=（x2﹣x）|菁优网-jyeoo=m2﹣m﹣（1﹣1）=6，解得m=3或m=﹣2（舍去）

∴（x﹣菁优网-jyeoo）3 的通项公式为 Tr+1=（﹣1）rC3r•x3﹣2r，

令3﹣2r=1，求得r=1，故含x项的系数为﹣C31=﹣3．

故答案为：﹣3

【点评】本题主要考查了微积分基本定理和二项式的通项公式，培养了学生的计算能力．

15．（5分）（2017•衡水金卷一模）已知正项等比数列{an}的前n项和为Sn，且a1a2a3=216，a4=24，若不等式λ≤1+Sn对一切n∈N\*恒成立，则实数λ的最大值为　4　．

【考点】数列的应用；数列与不等式的综合．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；综合法；等差数列与等比数列．

【分析】求出数列的公比，求出前n项和，利用不等式求解最值即可．

【解答】解：正项等比数列{an}的前n项和为Sn，且a1a2a3=216，a4=24，

可得a23=216．可得a2=6．q=2．a1=3．

Sn=菁优网-jyeoo=3×2n﹣3．

不等式λ≤1+Sn=3×2n﹣2对一切n∈N\*恒成立，

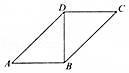
可得λ≤4．

则实数λ的最大值为：4．

故答案为：4．

【点评】本题考查数列的应用，数列求和，以及不等式的应用，最值的求法．

16．（5分）（2017•衡水金卷一模）如图是两个腰长均为10cm的等腰直角三角形拼成的一个四边形ABCD，现将四边形ABCD沿BD折成直二面角A﹣BD﹣C，则三棱锥A﹣BCD的外接球的体积为　500菁优网-jyeoo　cm3．



【考点】球的体积和表面积．菁优网版权所有

【专题】数形结合；转化法；空间位置关系与距离．

【分析】先确定三棱锥A﹣BCD的外接球直径为AC，再根据图中数据求出外接球的半径R，从而求得体积．

【解答】解：四边形ABCD中，∠ABD=∠BDC=90°，

∴AB⊥BD，CD⊥BD；

∵沿BD折成直二面角A﹣BD﹣C，如图所示；

∴AB⊥平面BCD，CD⊥平面ABD，

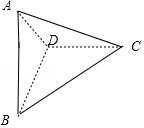
∴AB⊥BC，CD⊥DA；

∴三棱锥A﹣BCD的外接球的直径为AC，

且|AC|2=|AB|2+|BD|2+|CD|2=102+102+102=300

∴外接球的半径为R=5菁优网-jyeoo，它的体积为菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=500菁优网-jyeooπ．

故答案为：500菁优网-jyeooπ．



【点评】本题考查了几何体外接球的体积计算问题，解题的关键是确定外接球的直径．

**三、解答题**

17．（12分）（2017•衡水金卷一模）已知△ABC的三个内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且满足菁优网-jyeooccos（2016π﹣B）﹣bsin（2017π+C）=0．

（Ⅰ）求角B的大小；

（Ⅱ）若点D在△ABC的外接圆上，且CD=5，△ACD的面积为5菁优网-jyeoo，求AC的长．

【考点】余弦定理；正弦定理．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；综合法；解三角形．

【分析】（Ⅰ）利用诱导公式，正弦定理化简已知等式可得菁优网-jyeoosinCcosB+sinBsinC=0，由于sinC≠0，可求tanB=﹣菁优网-jyeoo，结合范围0＜B＜π，可求B的值．

（Ⅱ）由点D在△ABC的外接圆上，可得D=π﹣B=菁优网-jyeoo，或B=D=菁优网-jyeoo，利用三角形面积公式可求AD，进而利用余弦定理即可解得AC的值．

【解答】（本题满分为12分）

解：（Ⅰ）∵菁优网-jyeooccos（2016π﹣B）﹣bsin（2017π+C）=0，

∴菁优网-jyeooccosB+bsinC=0，由正弦定理可得：菁优网-jyeoosinCcosB+sinBsinC=0，…3分

∵0＜C＜π，sinC≠0，

∴菁优网-jyeoocosB+sinB=0，可得：tanB=﹣菁优网-jyeoo，

∵0＜B＜π，

∴B=菁优网-jyeoo…6分

（Ⅱ）∵由点D在△ABC的外接圆上，可得：D=π﹣B=菁优网-jyeoo，或B=D=菁优网-jyeoo，…7分

∴S△ACD=菁优网-jyeooCD•AD•sinD=菁优网-jyeoo=5菁优网-jyeoo，解得：AD=4，

∵在△ACD中，由余弦定理，可得：AC2=AD2+CD2﹣2AD•CD•cosD=21或61，

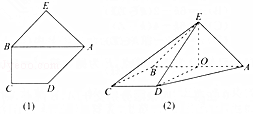
∴AC=菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo…12分

【点评】本题主要考查了诱导公式，正弦定理，三角形面积公式，余弦定理在解三角形中的综合应用，考查了计算能力和转化思想，属于基础题．

18．（12分）（2017•衡水金卷一模）如图（1），在五边形BCDAE中，CD∥AB，∠BCD=90°，CD=BC=1，AB=2，△ABE是以AB为斜边的等腰直角三角形，现将△ABE沿AB折起，使平面ABE⊥平面ABCD，如图（2），记线段AB的中点为O．

（Ⅰ）求证：平面ABE⊥平面EOD；

（Ⅱ）求平面ECD与平面ABE所成的锐二面角的大小．



【考点】二面角的平面角及求法；平面与平面垂直的判定．菁优网版权所有

【专题】证明题；数形结合；向量法；空间位置关系与距离．

【分析】（Ⅰ）推导出四边形OBCD为平行四边形，AB⊥OD，EO⊥AB，从而AB⊥平面EOD，由此能证明平面ABE⊥平面EOD．

（Ⅱ）以O 为坐标原点，以OB，OD，OE所在直线分别为x轴，y轴，z轴，建立空间直角坐标系，利用向量法能求出平面ECD与平面ABE所成的锐二面角的大小．

【解答】证明：（Ⅰ）∵AB=2CD，O是线段AB的中点，∴OB=CD，

又∵OB∥CD，∴四边形OBCD为平行四边形，

又∠BCD=90°，∴AB⊥OD，

又∵O是等腰直角△EAB斜边上的中点，

∴EO⊥AB，

∵EO∩DO=O，∴AB⊥平面EOD，

∵AB⊂平面ABE，

∴平面ABE⊥平面EOD．

解：（Ⅱ）∵平面ABE⊥平面ABCD，且EO⊥AB，

∴EO⊥平面ABCD，∴EO⊥OD，

∴OB，OD，OE两两垂直，

以O 为坐标原点，以OB，OD，OE所在直线分别为x轴，y轴，z轴，建立空间直角坐标系，

∵△EAB为等腰直角三角形，且CD=BC=1，

∴OA=OB=OD=OE=1，

∴O（0，0，0），A（﹣1，0，0），B（1，0，0），

C（1，1，0），D（0，1，0），E（0，0，1），

∴菁优网-jyeoo=（﹣1，0，0），菁优网-jyeoo=（0，﹣1，1），

设平面ECD的一个法向量菁优网-jyeoo=（x，y，z），

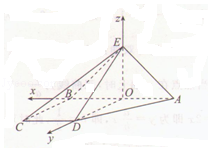
则菁优网-jyeoo，取y=1，得菁优网-jyeoo=（0，1，1），

∵OD⊥平面ABE，∴菁优网-jyeoo是平面ABE的一个法向量，

设平面ECD与平面ABE所成的锐二面角为θ，

则cosθ=|cos＜菁优网-jyeoo＞|=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴平面ECD与平面ABE所成的锐二面角的大小为45°．



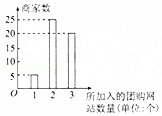
【点评】本题考查面面垂直的证明，考查二面角的求法，考查推理论证能力、运算求解能力、空间思维能力，考查转化化归思想、数形结合思想，是中档题．

19．（12分）（2017•衡水金卷一模）团购已成为时下商家和顾客均非常青睐的一种省钱、高效的消费方式，不少商家同时加入多家团购网，现恰有三个团购网站在A市开展了团购业务，A市某调查公司为调查这三家团购网站在本市的开展情况，从本市已加入了团购网站的商家中随机地抽取了50家进行调查，他们加入这三家团购网站的情况如下图所示．

（Ⅰ）从所调查的50家商家中任选两家，求他们加入团购网站的数量不相等的概率；

（Ⅱ）从所调查的50家商家中任选两家，用ξ表示这两家商家参加的团购网站数量之差的绝对值，求随机变量ξ的分布列和数学期望；

（Ⅲ）将频率视为概率，现从A市随机抽取3家已加入团购网站的商家，记其中恰好加入了两个团购网站的商家数为η，试求事件“η≥2”的概率．



【考点】离散型随机变量的期望与方差；离散型随机变量及其分布列．菁优网版权所有

【专题】方程思想；转化思想；概率与统计．

【分析】（I）设“从所调查的50家商家中任选两家，他们加入团购网站的数量不相等”为事件A，则菁优网-jyeoo表示事件“从所调查的50家商家中任选两家，他们加入团购网站的数量相等”，则P（A）=1﹣P菁优网-jyeoo．

（II）ξ的取值为0，1，2．P（ξ=0）=菁优网-jyeoo，P（X=1）=菁优网-jyeoo，P（X=2）=菁优网-jyeoo．即可得出ξ的分布列与数学期望．

（III）所调查的50家商家中加入两个团购网站的商家有25家，将频率视为概率，则从A市任取一家加入团购网站的商家，他同时加入了两个团购网站的概率P=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，可得η～B菁优网-jyeoo，事件“η≥2”的概率P（η≥2）=P（η=2）+P（η=3），即可得出．

【解答】解：（I）设“从所调查的50家商家中任选两家，他们加入团购网站的数量不相等”为事件A，则菁优网-jyeoo表示事件“从所调查的50家商家中任选两家，他们加入团购网站的数量相等”，则P（A）=1﹣P菁优网-jyeoo=1﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

（II）ξ的取值为0，1，2．P（ξ=0）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，P（X=1）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，P（X=2）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

ξ的分布列为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ξ | 0 | 1 | 2 |
| P | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |

E（X）=0×菁优网-jyeoo+1×菁优网-jyeoo+2×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

（III）所调查的50家商家中加入两个团购网站的商家有25家，将频率视为概率，则从A市任取一家加入团购网站的商家，他同时加入了两个团购网站的概率P=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，可得η～B菁优网-jyeoo，事件“η≥2”的概率

P（η≥2）=P（η=2）+P（η=3）=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了对立与互相独立事件概率计算公式、二项分布列与数学期望、组合计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

20．（12分）（2017•衡水金卷一模）已知点M是圆心为E的圆（x+菁优网-jyeoo）2+y2=16上的动点，点F（菁优网-jyeoo，0），线段MF的垂直平分线交EM于点P．

（Ⅰ）求动点P的轨迹C的方程；

（Ⅱ）过原点O作直线l交（Ⅰ）中的轨迹C于点A，B，点D满足菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，试求四边形AFBD的面积的取值范围．

【考点】轨迹方程．菁优网版权所有

【专题】对应思想；转化法；直线与圆．

【分析】（Ⅰ）得到|PM|=|PF|，求出点P的轨迹是椭圆，其中2a=4，c=菁优网-jyeoo，求出椭圆方程即可；

（Ⅱ）求出SAFBD=2S△AFB，通过讨论AB是短轴、AB是长轴的情况，求出四边形的面积即可．

【解答】解：（Ⅰ）由于点P为线段MF的垂直平分线，

故|PM|=|PF|，

故|PE|+|PF|=|PE|+|PM|=|ME|=4＞2菁优网-jyeoo，

故点P的轨迹是椭圆，其中2a=4，c=菁优网-jyeoo，

因此P点的轨迹C的方程是：菁优网-jyeoo+y2=1；

（Ⅱ）由菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，知四边形AFBD是平行四边形，

故SAFBD=2S△AFB，

（1）AB是短轴时，

S△AFB=菁优网-jyeoo|AB|•|OF|=菁优网-jyeoo×2×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

即SAFBD=2菁优网-jyeoo；

（2）AB是长轴时，易知AFBD不是四边形，故AB斜率不是0；

（3）直线AB的斜率存在且不是0时，设其斜率为k，

则直线AB的方程是：y=kx（k≠0），

设A（x1，y1），B（x2，y2），

联立方程组，消去x得：

（1+4k2）y2﹣4k2=0，

故y1+y2=0，y1y2=菁优网-jyeoo，

SAFBD=2S△ABF=2×菁优网-jyeoo|OF|•|y1﹣y2|=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

而菁优网-jyeoo+4＞4，故0＜菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo，

综上，四边形AFBD的面积的取值范围是（0，2菁优网-jyeoo]．

【点评】本题考查了椭圆的轨迹方程，考查分类讨论思想以及转化思想，是一道中档题．

21．（12分）（2017•衡水金卷一模）已知函数f（x）=xlnx+a（a∈R），g（x）=菁优网-jyeoo﹣e（e为自然对数的底数）．

（Ⅰ）讨论函数f（x）的零点个数；

（Ⅱ）求证：当x＞0时，f（x）＞g（x）+a．

【考点】根的存在性及根的个数判断．菁优网版权所有

【专题】函数思想；综合法；函数的性质及应用．

【分析】（I）求出y=﹣xlnx的单调性和极值，得出y=﹣xlnx的值域，根据单调性和极值讨论a的范围得出f（x）零点的个数；

（II）求出f（x）的最小值和g（x）的最大值，使用作差法即可得出结论．

【解答】解：（I）令f（x）=0得a=﹣xlnx，

令h（x）=﹣xlnx，则h′（x）=﹣lnx﹣1，

∴当0＜x＜菁优网-jyeoo时，h′（x）＞0，当x＞菁优网-jyeoo时，h′（x）＜0，

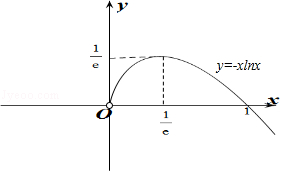
∴h（x）在（0，菁优网-jyeoo）上单调递增，在（菁优网-jyeoo，+∞）上单调递减，

∴hmax（x）=h（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，

又x→0时，h（x）＞0，当x→+∞时，h（x）→﹣∞，

∴h（x）在（菁优网-jyeoo，+∞）上存在唯一一个零点x=1，

作出h（x）的大致函数图象如图所示：



∴当a≤0或a=菁优网-jyeoo时，f（x）有1个零点，

当0＜a＜菁优网-jyeoo时，f（x）有2个零点，

当a＞菁优网-jyeoo时，f（x）没有零点．

（II）证明：∵f（x）＞g（x）+a⇔xlnx＞g（x），

g′（x）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴当0＜x＜1时，g′（x）＞0，当x＞1时，g′（x）＜0，

∴g（x）在（0，1）上单调递增，在（1，+∞）单调递减，

∴gmax（x）=g（1）=2﹣e，

由（I）可知y=xlnx的最小值为﹣菁优网-jyeoo，

∵﹣菁优网-jyeoo﹣（2﹣e）=e﹣2﹣菁优网-jyeoo＞0，

∴xlnx﹣g（x）＞0．即xlnx＞g（x），

∴当x＞0时，f（x）＞g（x）+a．

【点评】本题考查了函数单调性的判断与极值计算，函数最值的意义，属于中档题．

**选修4-4：坐标系与参数方程**

22．（10分）（2017•衡水金卷一模）已知直线l的参数方程为菁优网-jyeoo（t为参数），圆C的参数方程为菁优网-jyeoo（a为参数）．

（Ⅰ）若直线l与圆C的相交弦长不小于菁优网-jyeoo，求实数m的取值范围；

（Ⅱ）若点A的坐标为（2，0），动点P在圆C上，试求线段PA的中点Q的轨迹方程．

【考点】参数方程化成普通方程．菁优网版权所有

【专题】选作题；方程思想；演绎法；坐标系和参数方程．

【分析】（Ⅰ）求出直线、圆的普通方程，利用直线l与圆C的相交弦长不小于菁优网-jyeoo，求实数m的取值范围；

（Ⅱ）P（cosα，1+sinα），Q（x，y），则x=菁优网-jyeoo（cosα+2），y=菁优网-jyeoo（1+sinα），消去α，整理可得线段PA的中点Q的轨迹方程

【解答】解：（Ⅰ）直线l的参数方程为菁优网-jyeoo（t为参数），普通方程为y=mx，

圆C的参数方程为菁优网-jyeoo（a为参数），普通方程为x2+（y﹣1）2=1．

圆心到直线l的距离d=菁优网-jyeoo，相交弦长=2菁优网-jyeoo，

∴2菁优网-jyeoo≥菁优网-jyeoo，∴m≤﹣1或m≥1；

（Ⅱ）设P（cosα，1+sinα），Q（x，y），则x=菁优网-jyeoo（cosα+2），y=菁优网-jyeoo（1+sinα），

消去α，整理可得线段PA的中点Q的轨迹方程（x﹣1）2+（y﹣菁优网-jyeoo）2=菁优网-jyeoo．

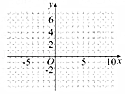
【点评】本题考查参数方程与普通方程的转化，考查直线与圆位置关系的运用，考查轨迹方程，属于中档题．

**选修4-5：不等式选讲**

23．（2017•衡水金卷一模）已知函数f（x）=|x+1|﹣|x﹣3|．

（Ⅰ）画出函数f（x）的图象；

（Ⅱ）若不等式f（x）≥菁优网-jyeoo对任意实数m≠﹣1，求实数x的取值范围．

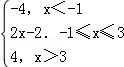


【考点】函数的图象．菁优网版权所有

【专题】综合题；函数思想；数形结合法；函数的性质及应用．

【分析】（Ⅰ）运用绝对值的含义，对x讨论，分x＞3，﹣1≤x≤3，x＜﹣1，去掉绝对值，画出图象即可；

（Ⅱ）运用绝对值不等式的性质，可得不等式右边的最大值为2，再由不等式恒成立思想可得f（x）≥2，再由去绝对值的方法，即可解得x的范围．

【解答】解：（Ⅰ）由零点分段法，得f（x）=，

函数f（x）的图象如图所示：

（Ⅱ）菁优网-jyeoo≤菁优网-jyeoo=2，

当且仅当（3m+1）（1﹣m）≤0，

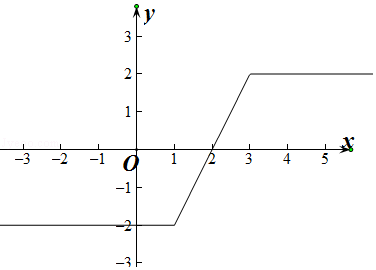
且|3m+1|≥|1﹣m|，m≠﹣1，

即m≥1或m＜﹣1时，取等号，

由不等式f（x）≥菁优网-jyeoo对任意实数m≠=﹣1恒成立，得|x+1|﹣|x﹣3|≥2，

由（Ⅰ）中图象，可知x≥2，

所以实数x的取值范围是{x|x≥2}



【点评】本题考查绝对值不等式的解法，同时考查不等式恒成立问题的求法，运用分类讨论的思想方法和绝对值不等式的性质是解题的关键．