**2017年河北省五个一联盟高考数学文科二模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，有且只有一项符合题目要求．**

1．（5分）（2017•四川模拟）已知i是虚数单位，若z（1+i）=1+3i，则z=（　　）

A．2+i B．2﹣i C．﹣1+i D．﹣1﹣i

【考点】复数代数形式的乘除运算．菁优网版权所有

【专题】计算题；对应思想；数学模型法；数系的扩充和复数．

【分析】直接利用复数代数形式的乘除运算化简得答案．

【解答】解：由z（1+i）=1+3i，得菁优网-jyeoo，

故选：A．

【点评】本题考查复数代数形式的乘除运算，是基础的计算题．

2．（5分）（2017•河北二模）已知全集U=R，集合菁优网-jyeoo，则A∩（∁UB）=（　　）

A．（﹣1，+∞） B．[3，+∞） C．（﹣1，0）∪（3，+∞） D．（﹣1，0]∪[3，+∞）

【考点】交、并、补集的混合运算．菁优网版权所有

【专题】转化法；集合．

【分析】求解A，B中的不等式的定义域可得集合A，集合B，根据集合的基本运算即可求．

【解答】解：由菁优网-jyeoo可得，x＞﹣1，∴集合A={x|x＞﹣1}，

由log3x＜1可得0＜x＜3，∴集合A={x|0＜x＜3}，则（∁UB）={x|x≥3或x≤0}

那么：A∩（∁UB）={x|0≥x＞﹣1或x≥3}，

故选D

【点评】本题主要考查集合的基本运算，比较基础．

3．（5分）（2017•河北二模）已知命题p，q是简单命题，则“￢p是假命题”是“p∨q是真命题”的（　　）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分又不必要条件

【考点】必要条件、充分条件与充要条件的判断．菁优网版权所有

【专题】对应思想；转化法；简易逻辑．

【分析】根据复合命题的真假结合充分必要条件，判断即可．

【解答】解：￢p是假命题，则p是真命题，推出p∨q是真命题，是充分条件，

反之，不成立，

故选：A．

【点评】本题考查了复合命题的真假，考查充分必要条件的定义，是一道基础题．

4．（5分）（2017•河北二模）已知角θ的顶点与原点重合，始边与x轴正半轴重合，终边在直线y=3x上，则sin（2θ+菁优网-jyeoo）=（　　）

A．菁优网-jyeoo B．﹣菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．﹣菁优网-jyeoo

【考点】两角和与差的正弦函数．菁优网版权所有

【专题】转化思想；定义法．

【分析】根据定义求解sinθ和cosθ的值，利用两角和与差的公式以及二倍角公式即可化简并求解出答案．

【解答】解：由题意，已知角θ的顶点与原点重合，始边与x轴正半轴重合，终边在直线y=3x上，

可知θ在第一或第三象限．

根据正余弦函数的定义：可得sinθ=菁优网-jyeoo，cosθ=±菁优网-jyeoo，

则sin（2θ+菁优网-jyeoo）=sin2θcos菁优网-jyeoo+cos2θsin菁优网-jyeoo=sinθcosθ+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

故选：A．

【点评】本题主要考查了正余弦函数的定义的运用和两角和与差的公式以及二倍角公式的化简和计算能力，属于中档题．

5．（5分）（2017•河北二模）设变量x，y满足约束条件菁优网-jyeoo，则z=x﹣2y的最大值为（　　）

A．﹣12 B．﹣1 C．0 D．菁优网-jyeoo

【考点】简单线性规划．菁优网版权所有

【专题】计算题；方程思想；转化思想；不等式．

【分析】先画出满足约束条件的可行域，并求出各角点的坐标，然后代入目标函数，即可求出目标函数z=x﹣2y的最大值．

【解答】解：满足约束条件菁优网-jyeoo的可行域如下图所示：

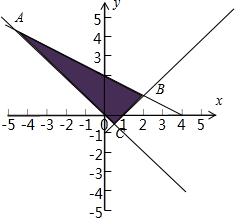
由图可知，由菁优网-jyeoo可得C（菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo），

由：菁优网-jyeoo，可得A（﹣4，4），

由菁优网-jyeoo可得B（2，1），

当x=菁优网-jyeoo，y=﹣菁优网-jyeoo时，z=x﹣2y取最大值：菁优网-jyeoo．

故选：D．



【点评】本题考查的知识点是简单的线性规划，其中根据约束条件画出可行域，进而求出角点坐标，利用“角点法”解题是解答本题的关键．

6．（5分）（2017•河北二模）设函数f（x）是定义在R上的奇函数，且f（x）=菁优网-jyeoo，则g（﹣8）=（　　）

A．﹣2 B．﹣3 C．2 D．3

【考点】函数奇偶性的性质．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；函数的性质及应用．

【分析】根据题意，设x＜0，则有﹣x＞0，由函数的解析式可得f（x）=g（x），f（﹣x）=log（﹣x+1），又由函数f（x）的奇偶性，结合函数奇偶性的性质可得g（x）=﹣log（﹣x+1），计算g（﹣8）计算可得答案．

【解答】解：根据题意，设x＜0，则有﹣x＞0，

又由f（x）=菁优网-jyeoo，

则有f（x）=g（x），f（﹣x）=log（﹣x+1），

又由函数f（x）为奇函数，

则有g（x）=﹣log（﹣x+1），

故g（﹣8）=﹣log[﹣（﹣8）+1]=﹣2；

故选：A．

【点评】本题考查函数奇偶性的应用，关键是利用奇偶性，求出g（x）的解析式．

7．（5分）（2017•河北二模）在区间[﹣2，3]中任取一个数m，则使“双曲线菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=1的离心率大于菁优网-jyeoo的概率是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】双曲线的简单性质；几何概型．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；圆锥曲线的定义、性质与方程；概率与统计．

【分析】双曲线菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=1的离心率大于菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo＞3，解得﹣2＜m＜﹣1，﹣1＜m＜1，1＜m＜菁优网-jyeoo，可得区间长度，求出在区间[﹣2，3]上随机取一个实数m的区间长度，即可得出结论．

【解答】解：因为双曲线菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=1的离心率大于菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo＞3，解得﹣2＜m＜﹣1，﹣1＜m＜1，1＜m＜菁优网-jyeoo，所求概率为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选B．

【点评】本题考查了椭圆的方程以及几何概型的公式；属于基础题．

8．（5分）（2017•河北二模）函数f（x）=sinωx（ϖ＞0）的图象向右平移菁优网-jyeoo个单位得到函数y=g（x）的图象，并且函数g（x）在区间[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]上单调递增，在区间[菁优网-jyeoo]上单调递减，则实数ω的值为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．2 D．菁优网-jyeoo

【考点】函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换．菁优网版权所有

【专题】函数思想；转化法．

【分析】根据平移变换的规律求解出g（x），根据函数g（x）在区间[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]上单调递增，在区间[菁优网-jyeoo]上单调递减可得x=菁优网-jyeoo时，g（x）取得最大值，求解可得实数ω的值．

【解答】解：由函数f（x）=sinωx（ϖ＞0）的图象向右平移菁优网-jyeoo个单位得到g（x）=sin[ω（x菁优网-jyeoo）]=sin（ωx﹣菁优网-jyeoo），

函数g（x）在区间[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]上单调递增，在区间[菁优网-jyeoo]上单调递减，可得x=菁优网-jyeoo时，g（x）取得最大值，

即（ω×菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，k∈Z，ϖ＞0．

当k=0时，解得：ω=2．

故选：C．

【点评】本题主要考查了三角函数图象的平移变换和性质的灵活运用．属于基础题．

9．（5分）（2017•河北二模）已知圆C：（x﹣1）2+（y﹣2）2=2与y轴在第二象限所围区域的面积为S，直线y=3x+b分圆C的内部为两部分，其中一部分的面积也为S，则b=（　　）

A．﹣1±菁优网-jyeoo B．1菁优网-jyeoo C．﹣1﹣菁优网-jyeoo D．1﹣菁优网-jyeoo

【考点】直线与圆相交的性质．菁优网版权所有

【专题】综合题；方程思想；演绎法；直线与圆．

【分析】由题意，圆心到直线y=2x+b的距离为1，建立方程，即可得出结论．

【解答】解：由题意，圆心到直线y=3x+b的距离为1，

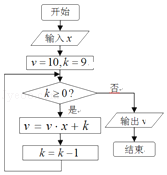
∴菁优网-jyeoo=1，

∴b=﹣1±菁优网-jyeoo，

故选：A．

【点评】本题考查点到直线的距离公式，考查直线与圆的位置关系，考查学生的计算能力，属于中档题．

10．（5分）（2017•河北二模）秦九韶是我国南宋时期的数学家，普州（现四川省安岳县）人，他在所著的《数书九章》中提出的多项式求值的秦九韶算法，至今仍是比较先进的算法．如图的程序框图给出了利用秦九韶算法求某多项式值的一个实例，若输入x的值为2，则输出的v值为（　　）



A．9×210﹣2 B．9×210+2 C．9×211+2 D．9×211﹣2

【考点】程序框图．菁优网版权所有

【专题】计算题；方程思想；演绎法；算法和程序框图．

【分析】由题意，模拟程序的运行，依次写出每次循环得到的k，v的值，当k=﹣1时，不满足条件k≥0，跳出循环，输出v的值．

【解答】解：初始值v=10，x=2，程序运行过程如下表所示：

k=9，v=10×2+9，

k=8，v=10×22+9×2+8，

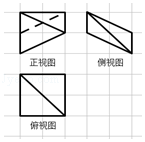
…

k=0，v=9×211+2，跳出循环，输出v的值为9×211+2．

故选：C．

【点评】本题主要考查了循环结构的程序框图的应用，正确依次写出每次循环得到k，v的值是解题的关键，属于基础题．

11．（5分）（2017•商丘二模）如图，网格纸上正方形小格的边长为1，图中粗线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的体积为（　　）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．4

【考点】由三视图求面积、体积．菁优网版权所有

【专题】数形结合；转化思想；空间位置关系与距离．

【分析】如图所示，由三视图可知该几何体为：四棱锥P﹣ABCD．

【解答】解：如图所示，由三视图可知该几何体为：四棱锥P﹣ABCD．

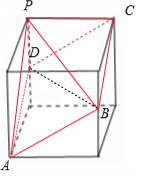
连接BD．

其体积V=VB﹣PAD+VB﹣PCD

=菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo．

故选：B．



【点评】本题考查了正方体与四棱锥的三视图、体积计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

12．（5分）（2017•河北二模）若函数f（x）=a（x2+菁优网-jyeoo）﹣lnx（a＞0）有唯一零点x0，且m＜x0＜n（m，n为相邻整数），其中自然对数e=2.71828…，则m+n的值为（　　）

A．1 B．3 C．5 D．7

【考点】利用导数研究函数的极值．菁优网版权所有

【专题】函数思想；转化法；导数的综合应用．

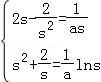
【分析】由题，可将函数有零点的问题转化为方程x2+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoolnx有一个根，进而再转化为g（x）=x2+菁优网-jyeoo与r（x）=菁优网-jyeoolnx有一个公共点，然后研究两个函数的单调性，再结合代入整数值比较函数值的大小，确定出两函数公共点的横坐标的取值范围，从而得出m，n的值，问题得解．

【解答】解：∵函数f（x）=a（x2+菁优网-jyeoo）﹣lnx（a＞0）有唯一零点x0∴方程x2+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoolnx有一个根，

即g（x）=x2+菁优网-jyeoo与h（x）=菁优网-jyeoolnx有一个公共点，

g′（x）=菁优网-jyeoo∴g（x）=x2+菁优网-jyeoo在（0，1）减，在（1，+∞）上增，而由题意知，h（x）=菁优网-jyeoolnx是一个增函数，

故两函数在（1，+∞）上有一个公共点，且过该点存在一条为两函数的公共切线，不妨令该点坐标（s，t），

则必有两式联立，消去a可得，菁优网-jyeoo，

令s=1可得等号左式的值为3，右侧为0；

令s=2可得等号左式的值为5，右侧为7ln2≈4.85＜5；

令s=3可得等号左式的值为9+菁优网-jyeoo，右侧为（18﹣菁优网-jyeoo）ln3＞10．

综上得s∈（2，3），即2＜x0＜3，所以m=2，n=3．

∴m+n的值为5．

故选：C．

【点评】本题考查了问题的转化意识，转化的思想，综合性较强，且解答的最后，要根据求的是整数的问题，用试验性代入整数值进行验证，以确定函数零点的取值范围，这是高中生解答问题中的易忽略点，属于难题．

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分，把答案填写在题中横线上．**

13．（5分）（2008•浙江）已知F1、F2为椭圆菁优网-jyeoo=1的两个焦点，过F1的直线交椭圆于A、B两点，若|F2A|+|F2B|=12，则|AB|=　8　．

【考点】椭圆的简单性质．菁优网版权所有

【专题】计算题；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】运用椭圆的定义，可得三角形ABF2的周长为4a=20，再由周长，即可得到AB的长．

【解答】解：椭圆菁优网-jyeoo=1的a=5，

由题意的定义，可得，|AF1|+|AF2|=|BF1|+|BF2|=2a，

则三角形ABF2的周长为4a=20，

若|F2A|+|F2B|=12，

则|AB|=20﹣12=8．

故答案为：8

【点评】本题考查椭圆的方程和定义，考查运算能力，属于基础题．

14．（5分）（2017•河北二模）已知点A（1，0），B（1，菁优网-jyeoo），点C在第二象限，且∠AOC=150°，菁优网-jyeoo=﹣4菁优网-jyeoo+λ菁优网-jyeoo，则λ=　1　．

【考点】平面向量的基本定理及其意义．菁优网版权所有

【专题】计算题；整体思想；定义法；平面向量及应用．

【分析】根据向量的基本运算表示出C的坐标，利用三角函数的定义进行求解即可．

【解答】解：∵点A（1，0），B（1，菁优网-jyeoo），

点C在第二象限，菁优网-jyeoo=﹣4菁优网-jyeoo+λ菁优网-jyeoo，

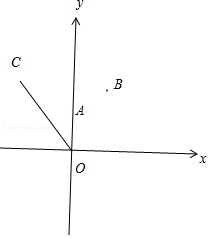
∴C（λ﹣4，菁优网-jyeoo），

∵∠AOC=150°，

∴tan150°=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，

解得λ=1．

故答案为：1．



【点评】本题主要考查向量坐标的应用以及三角函数的定义，根据向量的基本运算求出C的坐标是解决本题的关键．

15．（5分）（2017•河北二模）若f（x）+f（1﹣x）=4，an=f（0）+f（菁优网-jyeoo）+…+f（菁优网-jyeoo）+f（1）（n∈N+），则数列{an}的通项公式为　an=2（n+1）　．

【考点】数列与函数的综合．菁优网版权所有

【专题】转化思想；分析法；函数的性质及应用；等差数列与等比数列．

【分析】由题意可得自变量的和为1时函数值的和为4，运用数列的求和方法：倒序相加求和，计算即可得到所求和．

【解答】解：由f（x）+f（1﹣x）=4，

可得自变量的和为1，则函数值的和为4，

由an=f（0）+f（菁优网-jyeoo）+f（菁优网-jyeoo）…+f（菁优网-jyeoo）+f（1），

an=f（1）+f（菁优网-jyeoo）+f（菁优网-jyeoo）+…+f（菁优网-jyeoo）+f（0），

相加可得2an=[f（0）+f（1）]+[f（菁优网-jyeoo）+f（菁优网-jyeoo）]+…+[f（1）+f（0）]

=4+4+…+4=4（n+1），

解得an=2（n+1）．

故答案为：an=2（n+1）．

【点评】本题是数列与函数结合的好题，考查数列的求和方法：倒序相加求和，考查推理能力和运算能力，属于中档题．

16．（5分）（2017•河北二模）已知矩形ABEF所在的平面与矩形ABCD所在的平面互相垂直，AD=2，AB=3，AF=菁优网-jyeoo，M为EF的中点，则多面体M﹣ABCD的外接球的表面积为　16π　．

【考点】球的体积和表面积．菁优网版权所有

【专题】综合题；方程思想；演绎法；空间位置关系与距离．

【分析】设球心到平面ABCD的距离为d，利用矩形ABEF所在的平面与矩形ABCD所在的平面互相垂直，AF=菁优网-jyeoo，M为EF的中点，可得M到平面ABCD的距离为菁优网-jyeoo，从而R2=（菁优网-jyeoo）2+d2=12+（菁优网-jyeoo﹣d）2，求出R2=4，即可求出多面体E﹣ABCD的外接球的表面积．

【解答】解：设球心到平面ABCD的距离为d，

∵矩形ABEF所在的平面与矩形ABCD所在的平面互相垂直，AF=菁优网-jyeoo，M为EF的中点，

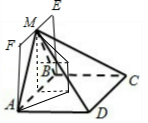
∴M到平面ABCD的距离为菁优网-jyeoo，

∴R2=（菁优网-jyeoo）2+d2=12+（菁优网-jyeoo﹣d）2，

∴d=菁优网-jyeoo，R2=4，

∴多面体E﹣ABCD的外接球的表面积为4πR2=16π．

故答案为：16π．



【点评】本题考查多面体E﹣ABCD的外接球的表面积，考查学生的计算能力，正确求出多面体E﹣ABCD的外接球的半径是关键．

**三、解答题：本大题共70分，其中（17）-（21）题为必考题，（22），（23）题为选考题．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17．（12分）（2017•银川二模）在△ABC中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且2acosC﹣c=2b．

（Ⅰ）求角A的大小；

（Ⅱ）若c=菁优网-jyeoo，角B的平分线BD=菁优网-jyeoo，求a．

【考点】正弦定理．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；综合法；解三角形．

【分析】（Ⅰ）由正弦定理、两角和的正弦公式化简已知的条件，求出cosA的值，由A的范围和特殊角的三角函数值求出角A的值；

（Ⅱ）由条件和正弦定理求出sin∠ADB，由条件求出∠ADB，由内角和定理分别求出∠ABC、∠ACB，结合条件和余弦定理求出边a的值．

【解答】解：（Ⅰ）由2acosC﹣c=2b及正弦定理得，

2sinAcosC﹣sinC=2sinB，…（2分）

2sinAcosC﹣sinC=2sin（A+C）=2sinAcosC+2cosAsinC，

∴﹣sinC=2cosAsinC，

∵sinC≠0，∴cosA=菁优网-jyeoo，

又A∈（0，π），∴A=菁优网-jyeoo；…（6分）

（Ⅱ）在△ABD中，c=菁优网-jyeoo，角B的平分线BD=菁优网-jyeoo，

由正弦定理得菁优网-jyeoo，

∴sin∠ADB=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，…（8分）

由A=菁优网-jyeoo得∠ADB=菁优网-jyeoo，∴∠ABC=2（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，

∴∠ACB=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，AC=AB=菁优网-jyeoo

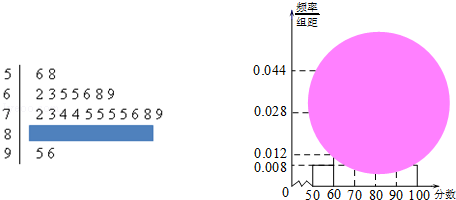
由余弦定理得，a2=BC2═AB2+AC2﹣2AB•AC•cosA

=2+2﹣2×菁优网-jyeoo=6，

∴a=菁优网-jyeoo…（12分）

【点评】本题考查正弦定理、余弦定理，内角和定理，以及两角和的正弦公式等应用，考查转化思想，化简、变形能力．

18．（12分）（2017•河北二模）某校高一（1）班的一次数学测试成绩的茎叶图和频率分布直方图都受到不同程度的污损，可见部分如图．



（Ⅰ）求分数在[50，60）的频率及全班人数；

（Ⅱ）求分数在[80，90）之间的频数，并计算频率分布直方图中[80，90）间矩形的高；

（Ⅲ）若要从分数在[80，100）之间的试卷中任取两份分析学生失分情况，求在抽取的试卷中，至少有一份分数在[90，100）之间的概率．

【考点】古典概型及其概率计算公式；频率分布直方图；茎叶图．菁优网版权所有

【专题】概率与统计．

【分析】（Ⅰ）先由频率分布直方图求出[50，60）的频率，结合茎叶图中得分在[50，60）的人数即可求得本次考试的总人数；

（Ⅱ）根据茎叶图的数据，利用（Ⅰ）中的总人数减去[50，80）外的人数，即可得到[50，80）内的人数，从而可计算频率分布直方图中[80，90）间矩形的高；

（Ⅲ）用列举法列举出所有的基本事件，找出符合题意得基本事件个数，利用古典概型概率计算公式即可求出结果．

【解答】解：（Ⅰ）分数在[50，60）的频率为0.008×10=0.08，

由茎叶图知：

分数在[50，60）之间的频数为2，

∴全班人数为菁优网-jyeoo．

（Ⅱ）分数在[80，90）之间的频数为25﹣22=3；

频率分布直方图中[80，90）间的矩形的高为菁优网-jyeoo．

（Ⅲ）将[80，90）之间的3个分数编号为a1，a2，a3，[90，100）之间的2个分数编号为b1，b2，

在[80，100）之间的试卷中任取两份的基本事件为：

（a1，a2），（a1，a3），（a1，b1），（a1，b2），（a2，a3），（a2，b1），（a2，b2），（a3，b1），（a3，b2），（b1，b2）共10个，

其中，至少有一个在[90，100）之间的基本事件有7个，

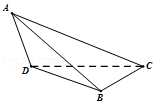
故至少有一份分数在[90，100）之间的概率是菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了茎叶图和频率分布直方图的性质，以及古典概型概率计算公式的应用，此题是基础题．

19．（12分）（2017•河北二模）如图，在三棱锥A﹣BCD中，△ABD为边长等于菁优网-jyeoo正三角形，CD=CB=1．△ADC与△ABC是有公共斜边AC的全等的直角三角形．

（Ⅰ）求证：AC⊥BD；

（Ⅱ）求D点到平面ABC的距离．



【考点】点、线、面间的距离计算；直线与平面垂直的性质．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；空间位置关系与距离．

【分析】（Ⅰ）取BD中点M，连AM、CM，证明BD⊥面ACM，即可证明AC⊥BD；

（Ⅱ）证明面ABCE⊥面DEC，过D作DF⊥EC，交EC于F，DF即为D点到平面ABC的距离．

【解答】（Ⅰ）证明：取BD中点M，连AM、CM

∵AD=AB

∴AM⊥BD，

又∵DC=CB，

∴CM⊥BD，CM∩AM=M，

∴BD⊥面ACM，AC⊂面ACM，

∴BD⊥AC …（6分）

（Ⅱ）过A作AE∥BC，AE=BC，连接EC、ED，

则AB∥EC，AB=EC

∵BC⊥AB，

∴BC⊥EC，

又∵BC⊥DC，EC∩DC=C，

∴BC⊥面DEC

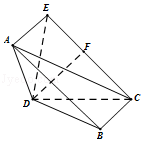
∵BC⊂面ABCE，

∴面ABCE⊥面DEC

过D作DF⊥EC，交EC于F，DF即为所求，

在△DEC中，DE=DC=1，EC=菁优网-jyeoo，

∴DF=菁优网-jyeoo …（12分）



【点评】本题考查线面垂直，面面垂直的证明，考查点到平面距离的计算，属于中档题．

20．（12分）（2017•河北二模）已知抛物线C：y2=4x的焦点为F，过F的直线l交C于A，B两点，M为线段AB的中点，O为坐标原点．AO、BO的延长线与直线x=﹣4分别交于P、Q两点．

（Ⅰ）求动点M的轨迹方程；

（Ⅱ）连接OM，求△OPQ与△BOM的面积比．

【考点】轨迹方程．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）先根据抛物线方程求得焦点坐标，进而设出过焦点弦的直线方程，与抛物线方程联立消去y，根据韦达定理表示出x1+x2，进而根据直线方程求得y1+y2，进而求得焦点弦的中点的坐标的表达式，消去参数k，则焦点弦的中点轨迹方程可得．

（2）求出P，Q的坐标，可得面积，即可求△OPQ与△BOM的面积比．

【解答】解：（Ⅰ）设A （x1，y1），B（x2，y2），由题知抛物线焦点为（1，0）

设焦点弦方程为y=k（x﹣1）

代入抛物线方程得所以k2x2﹣（2k2+4）x+k2=0

由韦达定理：x1+x2=2+菁优网-jyeoo

所以中点M横坐标：x=1+菁优网-jyeoo

代入直线方程，中点M纵坐标：y=k（x﹣1）=菁优网-jyeoo．即中点M为（1+菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）

消参数k，得其方程为：y2=2x﹣2，

当线段PQ的斜率不存在时，线段PQ中点为焦点F（1，0），满足此式，

故动点M的轨迹方程为：y2=2x﹣2…（6分）

（Ⅱ）设AB：ky=x﹣1，代入y2=4x，得y2﹣4ky﹣4=0，

y1+y2=4k，y1•y2=﹣4，

联立，得P（﹣4，﹣菁优网-jyeoo），同理Q（﹣4，﹣菁优网-jyeoo），…（9分）

|PQ|=4|y1﹣y2|，

∴S△OPQ=8|y1﹣y2|，

又∵S△OMB=菁优网-jyeoo|y1﹣y2|，故△OPQ与△BOM的面积比为32．…（12分）

【点评】本题主要考查了抛物线的简单性质，考查直线与抛物线的位置关系，考查运算求解能力，考查数形结合思想、化归与转化思想．属于中档题．

21．（12分）（2013•山东）已知函数f（x）=ax2+bx﹣lnx（a，b∈R）

（Ⅰ）设a≥0，求f（x）的单调区间

（Ⅱ）设a＞0，且对于任意x＞0，f（x）≥f（1）．试比较lna与﹣2b的大小．

【考点】导数在最大值、最小值问题中的应用；利用导数研究函数的单调性；不等关系与不等式．菁优网版权所有

【专题】导数的综合应用．

【分析】（Ⅰ）由函数的解析式知，可先求出函数f（x）=ax2+bx﹣lnx的导函数，再根据a≥0，分a=0，a＞0两类讨论函数的单调区间即可；

（Ⅱ）由题意当a＞0时，菁优网-jyeoo是函数的唯一极小值点，再结合对于任意x＞0，f（x）≥f（1）．可得出菁优网-jyeoo=1化简出a，b的关系，再要研究的结论比较lna与﹣2b的大小构造函数g（x）=2﹣4x+lnx，利用函数的最值建立不等式即可比较大小

【解答】解：（Ⅰ）由f（x）=ax2+bx﹣lnx（a，b∈R）

知f′（x）=2ax+b﹣菁优网-jyeoo

又a≥0，

故当a=0时，f′（x）=菁优网-jyeoo

若b≤0时，由x＞0得，f′（x）＜0恒成立，故函数的单调递减区间是（0，+∞）；若b＞0，令f′（x）＜0可得x＜菁优网-jyeoo，即函数在（0，菁优网-jyeoo）上是减函数，在（菁优网-jyeoo，+∞）上是增函数、

所以函数的单调递减区间是（0，菁优网-jyeoo），单调递增区间是（菁优网-jyeoo，+∞），

当a＞0时，令f′（x）=0，得2ax2+bx﹣1=0

由于△=b2+8a＞0，故有

x2=菁优网-jyeoo，x1=菁优网-jyeoo

显然有x1＜0，x2＞0，

故在区间（0，菁优网-jyeoo）上，导数小于0，函数是减函数；

在区间（菁优网-jyeoo，+∞）上，导数大于0，函数是增函数

综上，当a=0，b≤0时，函数的单调递减区间是（0，+∞）；当a=0，b＞0时，函数的单调递减区间是（0，菁优网-jyeoo），单调递增区间是（菁优网-jyeoo，+∞）；当a＞0，函数的单调递减区间是（0，菁优网-jyeoo），单调递增区间是（菁优网-jyeoo，+∞）

（Ⅱ）由题意，函数f（x）在x=1处取到最小值，

由（1）知，菁优网-jyeoo是函数的唯一极小值点故菁优网-jyeoo=1

整理得2a+b=1，即b=1﹣2a

令g（x）=2﹣4x+lnx，则g′（x）=菁优网-jyeoo

令g′（x）=菁优网-jyeoo=0得x=菁优网-jyeoo

当0＜x＜菁优网-jyeoo时，g′（x）＞0，函数单调递增；

当菁优网-jyeoo＜x＜+∞时，g′（x）＜0，函数单调递减

因为g（x）≤g（菁优网-jyeoo）=1﹣ln4＜0

故g（a）＜0，即2﹣4a+lna=2b+lna＜0，即lna＜﹣2b

【点评】本题是函数与导数综合运用题，解题的关键是熟练利用导数工具研究函数的单调性及根据所比较的两个量的形式构造新函数利用最值建立不等式比较大小，本题考查了创新探究能力及转化化归的思想，本题综合性较强，所使用的方法具有典型性，题后应做好总结以备所用的方法在此类题的求解过程中使用．

**请考生在第（22），（23），二题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分．[选修4-4：坐标系与参数方程]（共1小题，满分10分）**

22．（10分）（2017•河北二模）在平面直角坐标系中，曲线C的参数方程为菁优网-jyeoo（α为参数）．以坐标原点O为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线l的极坐标方程为ρcos（θ+菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo．l与C交于A、B两点．

（Ⅰ）求曲线C的普通方程及直线l的直角坐标方程；

（Ⅱ）设点P（0，﹣2），求|PA|+|PB|的值．

【考点】简单曲线的极坐标方程；参数方程化成普通方程．菁优网版权所有

【专题】选作题；方程思想；演绎法；坐标系和参数方程．

【分析】（Ⅰ）利用三种方程互化方法，曲线C的普通方程及直线l的直角坐标方程；

（Ⅱ）点P（0，﹣2）在l上，l的参数方程为为（t为参数），代入菁优网-jyeoox2+y2=1整理得，3t2﹣10菁优网-jyeoot+15=0，即可求|PA|+|PB|的值．

【解答】解：（Ⅰ）曲线C的参数方程为菁优网-jyeoo（α为参数），普通方程为C：菁优网-jyeoox2+y2=1；

直线l的极坐标方程为ρcos（θ+菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，即ρcosθ﹣ρsinθ=2，l：y=x﹣2． …（4分）

（Ⅱ）点P（0，﹣2）在l上，l的参数方程为（t为参数）

代入菁优网-jyeoox2+y2=1整理得，3t2﹣10菁优网-jyeoot+15=0，

由题意可得|PA|+|PB|=|t1|+|t2|=|t1+t2|=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo …（10分）

【点评】本题考查三种方程互化，考查参数的几何意义，考查学生的计算能力，属于中档题．

**[选修4-5：不等式选讲]（共1小题，满分0分）**

23．（2017•河北二模）已知关于x的不等式|x﹣3|+|x﹣m|≥2m的解集为R．

（Ⅰ）求m的最大值；

（Ⅱ）已知a＞0，b＞0，c＞0，且a+b+c=m，求4a2+9b2+c2的最小值及此时a，b，c的值．

【考点】绝对值不等式的解法；函数的最值及其几何意义．菁优网版权所有

【专题】转化思想；构造法；函数的性质及应用；不等式．

【分析】（Ⅰ）利用|x﹣3|+|x﹣m|≥|（x﹣3）﹣（x﹣m）|=|m﹣3|，对x与m的范围讨论即可．

（Ⅱ）构造柯西不等式即可得到结论．

【解答】解：（Ⅰ）∵|x﹣3|+|x﹣m|≥|（x﹣3）﹣（x﹣m）|=|m﹣3|

当3≤x≤m，或m≤x≤3时取等号，

令|m﹣3|≥2m，

∴m﹣3≥2m，或m﹣3≤﹣2m．

解得：m≤﹣3，或m≤1

∴m的最大值为1；

（Ⅱ）由（Ⅰ）a+b+c=1．

由柯西不等式：（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+1）（ 4a2+9b2+c2）≥（a+b+c）2=1，

∴4a2+9b2+c2≥菁优网-jyeoo，等号当且仅当4a=9b=c，且a+b+c=1时成立．

即当且仅当a=菁优网-jyeoo，b=菁优网-jyeoo，c=菁优网-jyeoo时，4a2+9b2+c2的最小值为菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查了绝对值不等式的几何意义和解法以及柯西不等式的构造思想．属于中档题．