**2017年河北省五个一联盟高考数学理科二模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，有且只有一项符合题目要求**

1．（5分）（2017•四川模拟）已知i是虚数单位，若z（1+i）=1+3i，则z=（　　）

A．2+i B．2﹣i C．﹣1+i D．﹣1﹣i

【考点】复数代数形式的乘除运算．菁优网版权所有

【专题】计算题；对应思想；数学模型法；数系的扩充和复数．

【分析】直接利用复数代数形式的乘除运算化简得答案．

【解答】解：由z（1+i）=1+3i，得菁优网-jyeoo，

故选：A．

【点评】本题考查复数代数形式的乘除运算，是基础的计算题．

2．（5分）（2017•河北二模）已知全集U={1，2，3，4，5，6，7}，集合A={1，3，7}，B={x|x=log2（a+1），a∈A}，则（∁UA）∩（

（∁UB）=（　　）

A．{1，3} B．{5，6} C．{4，5，6} D．{4，5，6，7}

【考点】交、并、补集的混合运算．菁优网版权所有

【专题】定义法．

【分析】求解集合B，∁UA，∁UB．根据集合的基本运算即可求（∁UA）∩（∁UB）．

【解答】解：全集U={1，2，3，4，5，6，7}，集合A={1，3，7}，

∴∁UA={2，4，5，6}

集合B={|x=log2（a+1），a∈A}，

当a=1时，B={x|x=log2（2+1）=1，

当a=3时，B={x|x=log2（3+1）=2，

当a=7时，B={x|x=log2（7+1）=3，

∴集合B={1，2，3}，

∴∁UB={4，5，6，7}，

故得（∁UA）∩（∁UB）={4，5，6}

故选C．

【点评】本题主要考查集合的基本运算，比较基础．

3．（5分）（2017•河北二模）已知命题p，q是简单命题，则“￢p是假命题”是“p∨q是真命题”的（　　）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分又不必要条件

【考点】必要条件、充分条件与充要条件的判断．菁优网版权所有

【专题】对应思想；转化法；简易逻辑．

【分析】根据复合命题的真假结合充分必要条件，判断即可．

【解答】解：￢p是假命题，则p是真命题，推出p∨q是真命题，是充分条件，

反之，不成立，

故选：A．

【点评】本题考查了复合命题的真假，考查充分必要条件的定义，是一道基础题．

4．（5分）（2017•河北二模）某种电路开关闭合后会出现红灯或绿灯闪烁，已知开关第一次闭合后出现红灯的概率为菁优网-jyeoo，两次闭合后都出现红灯的概率为菁优网-jyeoo，则在第一次闭合后出现红灯的条件下第二次闭合后出现红灯的概率为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】相互独立事件的概率乘法公式．菁优网版权所有

【专题】计算题；方程思想；定义法；概率与统计．

【分析】设“开关第一次闭合后出现红灯”为事件A，“第二次闭合出现红灯”为事件B，则由题意可得P（A）=菁优网-jyeoo，P（AB）=菁优网-jyeoo，由此利用条件概率计算公式求得P（B/A）的值．

【解答】解：设“开关第一次闭合后出现红灯”为事件A，“第二次闭合出现红灯”为事件B，

则由题意可得P（A）=菁优网-jyeoo，P（AB）=菁优网-jyeoo，

则在第一次闭合后出现红灯的条件下第二次出现红灯的概率是：

P（B/A）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：C．

【点评】本题考查概率的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意条件概率计算公式的灵活运用．

5．（5分）（2017•河北二模）已知角θ的顶点与原点重合，始边与x轴正半轴重合，终边在直线y=3x上，则sin（2θ+菁优网-jyeoo）=（　　）

A．菁优网-jyeoo B．﹣菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．﹣菁优网-jyeoo

【考点】两角和与差的正弦函数．菁优网版权所有

【专题】转化思想；定义法．

【分析】根据定义求解sinθ和cosθ的值，利用两角和与差的公式以及二倍角公式即可化简并求解出答案．

【解答】解：由题意，已知角θ的顶点与原点重合，始边与x轴正半轴重合，终边在直线y=3x上，

可知θ在第一或第三象限．

根据正余弦函数的定义：可得sinθ=菁优网-jyeoo，cosθ=±菁优网-jyeoo，

则sin（2θ+菁优网-jyeoo）=sin2θcos菁优网-jyeoo+cos2θsin菁优网-jyeoo=sinθcosθ+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

故选：A．

【点评】本题主要考查了正余弦函数的定义的运用和两角和与差的公式以及二倍角公式的化简和计算能力，属于中档题．

6．（5分）（2017•河北二模）设函数f（x）是定义在R上的奇函数，且f（x）=菁优网-jyeoo，则g[f（﹣8）]=（　　）

A．﹣1 B．﹣2 C．1 D．2

【考点】函数的值．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；综合法；函数的性质及应用．

【分析】先求出f（﹣8）=﹣f（8）=﹣log39=﹣2，从而得到g[f（﹣8）]=g（﹣2）=f（﹣2）=﹣f（2），由此能求出结果．

【解答】解：∵函数f（x）是定义在R上的奇函数，且f（x）=菁优网-jyeoo，

∴f（﹣8）=﹣f（8）=﹣log39=﹣2，

∴g[f（﹣8）]=g（﹣2）=f（﹣2）=﹣f（2）=﹣log33=﹣1．

故选：A．

【点评】本题考查函数值的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意函数性质的合理运用．

7．（5分）（2017•河北二模）函数f（x）=sinωx（ϖ＞0）的图象向右平移菁优网-jyeoo个单位得到函数y=g（x）的图象，并且函数g（x）在区间[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]上单调递增，在区间[菁优网-jyeoo]上单调递减，则实数ω的值为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．2 D．菁优网-jyeoo

【考点】函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换．菁优网版权所有

【专题】函数思想；转化法．

【分析】根据平移变换的规律求解出g（x），根据函数g（x）在区间[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]上单调递增，在区间[菁优网-jyeoo]上单调递减可得x=菁优网-jyeoo时，g（x）取得最大值，求解可得实数ω的值．

【解答】解：由函数f（x）=sinωx（ϖ＞0）的图象向右平移菁优网-jyeoo个单位得到g（x）=sin[ω（x菁优网-jyeoo）]=sin（ωx﹣菁优网-jyeoo），

函数g（x）在区间[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]上单调递增，在区间[菁优网-jyeoo]上单调递减，可得x=菁优网-jyeoo时，g（x）取得最大值，

即（ω×菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，k∈Z，ϖ＞0．

当k=0时，解得：ω=2．

故选：C．

【点评】本题主要考查了三角函数图象的平移变换和性质的灵活运用．属于基础题．

8．（5分）（2017•河北二模）设变量x，y满足约束条件菁优网-jyeoo，则z=x﹣2y的最大值为（　　）

A．﹣12 B．﹣1 C．0 D．菁优网-jyeoo

【考点】简单线性规划．菁优网版权所有

【专题】计算题；方程思想；转化思想；不等式．

【分析】先画出满足约束条件的可行域，并求出各角点的坐标，然后代入目标函数，即可求出目标函数z=x﹣2y的最大值．

【解答】解：满足约束条件菁优网-jyeoo的可行域如下图所示：

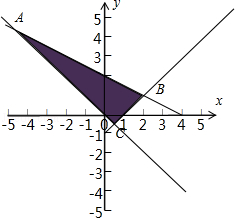
由图可知，由菁优网-jyeoo可得C（菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo），

由：菁优网-jyeoo，可得A（﹣4，4），

由菁优网-jyeoo可得B（2，1），

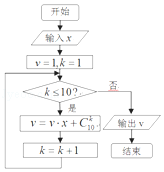
当x=菁优网-jyeoo，y=﹣菁优网-jyeoo时，z=x﹣2y取最大值：菁优网-jyeoo．

故选：D．



【点评】本题考查的知识点是简单的线性规划，其中根据约束条件画出可行域，进而求出角点坐标，利用“角点法”解题是解答本题的关键．

9．（5分）（2017•宁城县一模）秦九韶是我国南宋时期的数学家，普州（现四川省安岳县）人，他在所著的《数书九章》中提出的多项式求值的秦九韶算法，至今仍是比较先进的算法，如图所示的程序框图给出了利用秦九韶算法求某多项式值的一个实例，若输入x的值为2，则输出v的值为（　　）



A．210﹣1 B．210 C．310﹣1 D．310

【考点】程序框图．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；算法和程序框图．

【分析】根据已知的程序框图可得，该程序的功能是利用循环结构计算并输出变量v的值，模拟程序的运行过程，可得答案．

【解答】解：输入的x=2，v=1，k=1，满足进行循环的条件，v=2+C101，

k=2，满足进行循环的条件，v=22+2C101+C102，

…

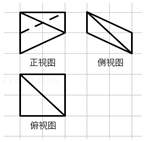
∴v=210+29C101+…+C1010=310，

故输出的v值为：310，

故选D．

【点评】本题考查程序框图，考查二项式定理的运用，属于中档题．

10．（5分）（2017•商丘二模）如图，网格纸上正方形小格的边长为1，图中粗线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的体积为（　　）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．4

【考点】由三视图求面积、体积．菁优网版权所有

【专题】数形结合；转化思想；空间位置关系与距离．

【分析】如图所示，由三视图可知该几何体为：四棱锥P﹣ABCD．

【解答】解：如图所示，由三视图可知该几何体为：四棱锥P﹣ABCD．

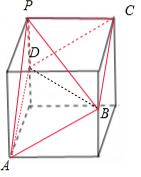
连接BD．

其体积V=VB﹣PAD+VB﹣PCD

=菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo．

故选：B．



【点评】本题考查了正方体与四棱锥的三视图、体积计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

11．（5分）（2017•河北二模）已知椭圆C：菁优网-jyeoo=1的左、右顶点分别为A，B，F为椭圆C的右焦点，圆x2+y2=4上有一动点P，P不同于A，B两点，直线PA与椭圆C交于点Q，则菁优网-jyeoo的取值范围是（　　）

A．（﹣∞，﹣菁优网-jyeoo）∪（0，菁优网-jyeoo） B．（﹣∞，0）∪（0，菁优网-jyeoo） C．（﹣∞，﹣1）∪（0，1） D．（﹣∞，0）∪（0，1）

【考点】圆与圆锥曲线的综合．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】取特殊点P（0，2），P（0，﹣2），求出菁优网-jyeoo，利用排除法，可得结论．

【解答】解：取特殊点P（0，2），则PA方程为y=x+2

与椭圆方程联立，可得7x2+16x+4=0=0，所以x=﹣2或﹣菁优网-jyeoo，所以Q（﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），

∴kPB=﹣1，kQF=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

同理取P（0，﹣2），菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo．

根据选项，排除A，B，C，

故选D．

【点评】本题考查圆与圆锥曲线的综合，考查特殊法的运用，属于中档题．

12．（5分）（2017•河北二模）若关于x的不等式xex﹣2ax+a＜0的非空解集中无整数解，则实数a的取值范围是（　　）

A．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo） B．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo） C．[菁优网-jyeoo，e] D．[菁优网-jyeoo，e]

【考点】函数恒成立问题．菁优网版权所有

【专题】数形结合；分析法；函数的性质及应用；导数的综合应用．

【分析】设g（x）=xex，f（x）=2ax﹣a，求出g（x）的导数，判断直线恒过定点，设直线与曲线相切于（m，n），求得切线的斜率和切点在直线上和曲线上，解方程可得a，再由题意可得当x=﹣1时，求得a，通过图象观察，即可得到a的范围．

【解答】解：设g（x）=xex，f（x）=2ax﹣a，

由题意可得g（x）=xex在直线f（x）=2ax﹣a下方，

g′（x）=（x+1）ex，

f（x）=2ax﹣a恒过定点（菁优网-jyeoo，0），

设直线与曲线相切于（m，n），

可得2a=（m+1）em，mem=2am﹣a，

消去a，可得2m2﹣m﹣1=0，解得m=1（舍去）或﹣菁优网-jyeoo，

则切线的斜率为2a=（﹣菁优网-jyeoo+1）e菁优网-jyeoo，

解得a=菁优网-jyeoo，

又由题设原不等式无整数解，

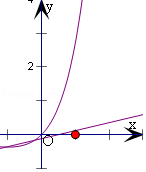
由图象可得当x=﹣1时，g（﹣1）=﹣e﹣1，f（﹣1）=﹣3a，

由f（﹣1）=g（﹣1），可得a=菁优网-jyeoo，

由直线绕着点（菁优网-jyeoo，0）旋转，

可得菁优网-jyeoo≤a＜菁优网-jyeoo，

故选：B．



【点评】本题考查不等式解法问题，注意运用数形结合的方法，结合导数的运用：求切线的斜率，以及直线恒过定点，考查运算能力和观察能力，属于中档题．

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分，把答案填写在题中横线上．**

13．（5分）（2017•河北二模）已知正实数x，y满足2x+y=2，则菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo的最小值为　菁优网-jyeoo　．

【考点】基本不等式．菁优网版权所有

【专题】方程思想；转化思想；不等式．

【分析】利用“乘1法”与基本不等式的性质即可得出．

【解答】解：∵正实数x，y满足2x+y=2，

则菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo≥菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，当且仅当x=y=菁优网-jyeoo时取等号．

∴菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo的最小值为菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了“乘1法”与基本不等式的性质，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

14．（5分）（2017•河北二模）已知点A（1，0），B（1，菁优网-jyeoo），点C在第二象限，且∠AOC=150°，菁优网-jyeoo=﹣4菁优网-jyeoo+λ菁优网-jyeoo，则λ=　1　．

【考点】平面向量的基本定理及其意义．菁优网版权所有

【专题】计算题；整体思想；定义法；平面向量及应用．

【分析】根据向量的基本运算表示出C的坐标，利用三角函数的定义进行求解即可．

【解答】解：∵点A（1，0），B（1，菁优网-jyeoo），

点C在第二象限，菁优网-jyeoo=﹣4菁优网-jyeoo+λ菁优网-jyeoo，

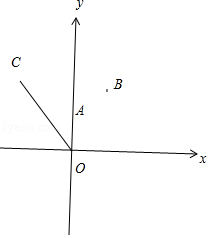
∴C（λ﹣4，菁优网-jyeoo），

∵∠AOC=150°，

∴tan150°=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，

解得λ=1．

故答案为：1．



【点评】本题主要考查向量坐标的应用以及三角函数的定义，根据向量的基本运算求出C的坐标是解决本题的关键．

15．（5分）（2017•河北二模）在平面直角坐标系xOy中，将直线y=x与直线x=1及x轴所围成的图形绕x轴旋转一周得到一个圆锥，圆锥的体积V圆锥=菁优网-jyeooπx2dx=菁优网-jyeoox3|菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．据此类比：将曲线y=2lnx与直线y=1及x轴、y轴所围成的图形绕y轴旋转一周得到一个旋转体，该旋转体的体积V=　π（e﹣1）　．

【考点】旋转体（圆柱、圆锥、圆台）；棱柱、棱锥、棱台的体积．菁优网版权所有

【专题】计算题；方程思想；演绎法；导数的概念及应用；空间位置关系与距离．

【分析】根据类比推理，结合定积分的应用，即可求出旋转体的体积．

【解答】解：由曲线y=2lnx，可得x=菁优网-jyeoo，

根据类比推理得体积V=菁优网-jyeoody=菁优网-jyeoo=π（e﹣1），

故答案为：π（e﹣1）．

【点评】本题主要考查旋转体的体积的计算，根据类比推理是解决本题的关键．

16．（5分）（2017•河北二模）已知数列{an}的前n项和为Sn，Sn=n2+2n，bn=anan+1cos（n+1）π，数列{bn} 的前n项和为Tn，若Tn≥tn2对n∈N\*恒成立，则实数t的取值范围是　（﹣∞，﹣5]　．

【考点】数列递推式．菁优网版权所有

【专题】转化思想；等差数列与等比数列；三角函数的求值；不等式的解法及应用．

【分析】n=1时，a1=3．n≥2时，an=Sn﹣Sn﹣1，可得an=2n+1．bn=anan+1cos（n+1）π=（2n+1）（2n+3）cos（n+1）π，n为奇数时，cos（n+1）π=1；n为偶数时，cos（n+1）π=﹣1．对n分类讨论，通过转化利用函数的单调性即可得出．

【解答】解：n=1时，a1=3．n≥2时，an=Sn﹣Sn﹣1=n2+2n﹣[（n﹣1）2+2（n﹣1）]=2n+1．n=1时也成立，∴an=2n+1．

∴bn=anan+1cos（n+1）π=（2n+1）（2n+3）cos（n+1）π，

n为奇数时，cos（n+1）π=1；n为偶数时，cos（n+1）π=﹣1．

因此n为奇数时，Tn=3×5﹣5×7+7×9﹣9×11+…+（2n+1）（2n+3）=3×5+4×（7+11+…+2n+1）=15+4×菁优网-jyeoo=2n2+6n+7．Tn≥tn2对n∈N\*恒成立，

∴2n2+6n+7≥tn2，t≤菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+2=菁优网-jyeoo，∴t＜2．

n为偶数时，Tn=3×5﹣5×7+7×9﹣9×11+…﹣（2n+1）（2n+3）=﹣4×（5+9+11+…+2n+1）=﹣2n2﹣6n．

∴Tn≥tn2对n∈N\*恒成立，∴﹣2n2﹣6n≥tn2，t≤﹣2﹣菁优网-jyeoo，∴t≤﹣5．

综上可得：t≤﹣5．

故答案为：（﹣∞，﹣5]．

【点评】本题考查了等差数列的通项公式与求和公式、数列递推关系、三角函数的求值、函数的单调性，考查了分类讨论方法、推理能力与计算能力，属于中档题．

**三、解答题：本大题共70分，其中（17）-（21）题为必考题，（22），（23）题为选考题．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17．（12分）（2017•银川二模）在△ABC中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且2acosC﹣c=2b．

（Ⅰ）求角A的大小；

（Ⅱ）若c=菁优网-jyeoo，角B的平分线BD=菁优网-jyeoo，求a．

【考点】正弦定理．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；综合法；解三角形．

【分析】（Ⅰ）由正弦定理、两角和的正弦公式化简已知的条件，求出cosA的值，由A的范围和特殊角的三角函数值求出角A的值；

（Ⅱ）由条件和正弦定理求出sin∠ADB，由条件求出∠ADB，由内角和定理分别求出∠ABC、∠ACB，结合条件和余弦定理求出边a的值．

【解答】解：（Ⅰ）由2acosC﹣c=2b及正弦定理得，

2sinAcosC﹣sinC=2sinB，…（2分）

2sinAcosC﹣sinC=2sin（A+C）=2sinAcosC+2cosAsinC，

∴﹣sinC=2cosAsinC，

∵sinC≠0，∴cosA=菁优网-jyeoo，

又A∈（0，π），∴A=菁优网-jyeoo；…（6分）

（Ⅱ）在△ABD中，c=菁优网-jyeoo，角B的平分线BD=菁优网-jyeoo，

由正弦定理得菁优网-jyeoo，

∴sin∠ADB=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，…（8分）

由A=菁优网-jyeoo得∠ADB=菁优网-jyeoo，∴∠ABC=2（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，

∴∠ACB=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，AC=AB=菁优网-jyeoo

由余弦定理得，a2=BC2═AB2+AC2﹣2AB•AC•cosA

=2+2﹣2×菁优网-jyeoo=6，

∴a=菁优网-jyeoo…（12分）

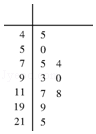
【点评】本题考查正弦定理、余弦定理，内角和定理，以及两角和的正弦公式等应用，考查转化思想，化简、变形能力．

18．（12分）（2017•河北二模）空气质量指数（Air Quality Index，简称AQI）是定量描述空气质量状况的质量状况的指数，空气质量按照AQI大小分为六级，0～50为优；51～100为良101﹣150为轻度污染；151﹣200为中度污染；201～300为重度污染；＞300为严重污染．

一环保人士记录去年某地某月10天的AQI的茎叶图如图．

（Ⅰ）利用该样本估计该地本月空气质量优良（AQI≤100）的天数；（按这个月总共30天）

（Ⅱ）将频率视为概率，从本月中随机抽取3天，记空气质量优良的天数为ξ，求ξ的概率分布列和数学期望．



【考点】离散型随机变量的期望与方差；茎叶图；离散型随机变量及其分布列．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；综合法；概率与统计．

【分析】（1）从茎叶图中可以发现这样本中空气质量优的天数为2，空气质量良的天数为4，由此能求出该样本中空气质量优良的频率，从而能估计该月空气质量优良的天数．

（2）估计某天空气质量优良的概率为菁优网-jyeoo，ξ的所有可能取值为0，1，2，3，且ξ～B（3，菁优网-jyeoo），由此能求出ξ的概率分布列和数学期望．

【解答】解：（1）从茎叶图中可以发现这样本中空气质量优的天数为2，

空气质量良的天数为4，

∴该样本中空气质量优良的频率为菁优网-jyeoo，

从而估计该月空气质量优良的天数为30×菁优网-jyeoo=18．

（2）由（1）估计某天空气质量优良的概率为菁优网-jyeoo，ξ的所有可能取值为0，1，2，3，

且ξ～B（3，菁优网-jyeoo），

P（ξ=0）=（菁优网-jyeoo）3=菁优网-jyeoo，

P（ξ=1）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

P（ξ=2）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

P（ξ=3）=（菁优网-jyeoo）3=菁优网-jyeoo，

∴ξ的分布列为：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ξ | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |

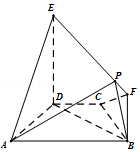
∴Eξ=3×菁优网-jyeoo=1.8．

【点评】本题考查茎叶图的应用，考查离散型随机变量的分布列和数学期望的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意排列组合知识的合理运用．

19．（12分）（2017•河北二模）如图，在梯形ABCD中，AB∥CD，AD=DC=CB=1，∠BCD=120°，四边形BFED是以BD为直角腰的直角梯形，DE=2BF=2，平面BFED⊥平面ABCD．

（Ⅰ）求证：AD⊥平面BFED；

（Ⅱ）在线段EF上是否存在一点P，使得平面PAB与平面ADE所成的锐二面角的余弦值为菁优网-jyeoo．若存在，求出点P的位置；若不存在，说明理由．



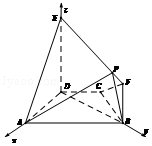
【考点】二面角的平面角及求法；直线与平面垂直的判定．菁优网版权所有

【专题】计算题；数形结合；方程思想；转化思想；空间位置关系与距离．

【分析】（Ⅰ）推出AB=2，求解AB2=AD2+BD2，证明BD⊥AD，然后证明AD⊥平面BFED．

（Ⅱ）以D为原点，分别以DA，DE，DE为x轴，y轴，z轴建立如图所示的空间直角坐标系，求出相关点的坐标，求出平面EAD的一个法向量，平面PAB的一个法向量，利用向量的数量积，转化求解即可．

【解答】解：（Ⅰ）在梯形ABCD中，



∵AB∥CD，AD=DC=CB=1，∠BCD=120°，

∴故 AB=2，

∴BD2=AB2+AD2﹣2AB•AD•cos60°=3，

∴AB2=AD2+BD2

∴BD⊥AD，

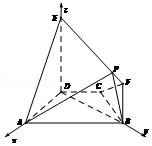
∵平面BFED⊥平面ABCD，平面BFED∩平面ABCD=BD，

∴AD⊥平面BFED．…（5分）

（Ⅱ）∵AD⊥平面BFED，∴AD⊥DE，

以D为原点，分别以DA，DE，DE为x轴，y轴，z轴建立如图所示的空间直角坐标系，

则D（0，0，0），A（1，0，0），B（0，菁优网-jyeoo，0），P（0，λ，菁优网-jyeoo），

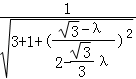
菁优网-jyeoo=（﹣1，菁优网-jyeoo，0），菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

取平面EAD的一个法向量为菁优网-jyeoo=（0，1，0），

设平面PAB的一个法向量为菁优网-jyeoo=（x，y，z），

由菁优网-jyeoo=0，菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=0得：菁优网-jyeoo，取y=1，可得菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo）．

∵二面角A﹣PD﹣C为锐二面角，平面PAB与平面ADE所成的锐二面角的余弦值为菁优网-jyeoo．

∴cos＜菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo==菁优网-jyeoo，

解得λ=菁优网-jyeoo，即P为线段EF的3等分点靠近点E的位置．…（12分）

【点评】本题考查直线与平面垂直的判定定理的应用，二面角的平面角的求法，考查空间想象能力以及计算能力．

20．（12分）（2017•河北二模）已知椭圆C1：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1（a＞b＞0）的离心率为菁优网-jyeoo，P（﹣2，1）是C1上一点．

（1）求椭圆C1的方程；

（2）设A，B，Q是P分别关于两坐标轴及坐标原点的对称点，平行于AB的直线l交C1于异于P、Q的两点C，D，点C关于原点的对称点为E．证明：直线PD、PE与y轴围成的三角形是等腰三角形．

【考点】椭圆的简单性质．菁优网版权所有

【专题】方程思想；分析法；直线与圆；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）运用椭圆的离心率公式和P满足椭圆方程，解得a，b，进而得到椭圆方程；

（2）设A（﹣2，﹣1），B（2，1），Q（2，﹣1），设直线l的方程为y=菁优网-jyeoox+t，代入椭圆方程，设C（x1，y1），D（x2，y2），E（﹣x1，﹣y1），运用韦达定理，设直线PD，PE的斜率为k1，k2，要证直线PD、PE与y轴围成的三角形是等腰三角形，只需证k1+k2=0，化简整理，代入韦达定理，即可得证．

【解答】解：（1）由题意可得e=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，且a2﹣b2=c2，

将P（﹣2，1）代入椭圆方程可得菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1，

解得a=2菁优网-jyeoo，b=菁优网-jyeoo，c=菁优网-jyeoo，

即有椭圆方程为菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1；

（2）证明：A，B，Q是P（﹣2，1）分别关于两坐标轴及坐标原点的对称点，

可设A（﹣2，﹣1），B（2，1），Q（2，﹣1），

直线l的斜率为k=菁优网-jyeoo，设直线l的方程为y=菁优网-jyeoox+t，（t≠0）

代入椭圆x2+4y2=8，可得x2+2tx+2t2﹣4=0，

设C（x1，y1），D（x2，y2），E（﹣x1，﹣y1），

即有△=4t2﹣4（2t2﹣4）＞0，解得﹣2＜t＜2，（t≠0）

x1+x2=﹣2t，x1x2=2t2﹣4，

设直线PD，PE的斜率为k1，k2，

则k1+k2=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

要证直线PD、PE与y轴围成的三角形是等腰三角形，

只需证k1+k2=0，即（2﹣x1）（y2﹣1）﹣（2+x2）（y1+1）=0，

由y1=菁优网-jyeoox1+t，y2=菁优网-jyeoox2+t，

可得（2﹣x1）（y2﹣1）﹣（2+x2）（y1+1）=2（y2﹣y1）﹣（x1y2+x2y1）+x1﹣x2﹣4

=x2﹣x1﹣（x1x2+tx1+tx2）+x1﹣x2﹣4=﹣x1x2﹣t（x1+x2）﹣4

=﹣（2t2﹣4）+2t2﹣4=0，

则直线PD、PE与y轴围成的三角形是等腰三角形．

【点评】本题考查椭圆的方程的求法，注意运用离心率公式和点满足椭圆方程，考查直线和椭圆方程联立，运用韦达定理，以及直线的斜率公式和运用，化简整理的运算能力，属于中档题．

21．（12分）（2017•河北二模）已知函数f（x）=alnx+菁优网-jyeoox2﹣ax（a为常数）有两个极值点．

（1）求实数a的取值范围；

（2）设f（x）的两个极值点分别为x1，x2，若不等式f（x1）+f（x2）＜λ（x1+x2）恒成立，求λ的最小值．

【考点】利用导数研究函数的极值；利用导数研究函数的单调性；利用导数求闭区间上函数的最值．菁优网版权所有

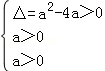
【专题】综合题；转化思想；综合法；导数的概念及应用．

【分析】（1）f′（x）=菁优网-jyeoo且f′（x）=0有两个不同的正根，即x2﹣ax+a=0两个不同的正根，即可求实数a的取值范围；

（2）利用韦达定理，可得菁优网-jyeoo=lna﹣菁优网-jyeooa﹣1，构造函数，确定函数的单调性，求出其范围，即可求λ的最小值．

【解答】解：（1）由题设知，函数f（x）的定义域为（0，+∞），

f′（x）=菁优网-jyeoo且f′（x）=0有两个不同的正根，即x2﹣ax+a=0两个不同的正根x1，x2，（x1＜x2）

则，∴a＞4，

（0，x1），f′（x）＞0，（x1，x2），f′（x）＜0，（x2，+∞），f′（x）＞0，

∴x1，x2是f（x）的两个极值点，符合题意，

∴a＞4；

（2）f（x1）+f（x2）=alnx1+菁优网-jyeoox12﹣ax1+alnx2+菁优网-jyeoox22﹣ax2=a（lna﹣菁优网-jyeooa﹣1），

∴菁优网-jyeoo=lna﹣菁优网-jyeooa﹣1，

令y=lna﹣菁优网-jyeooa﹣1，则y′=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，

∵a＞4，

∴y′＜0，

∴y=lna﹣菁优网-jyeooa﹣1在（4，+∞）上单调递减，

∴y＜ln4﹣3，

∵不等式f（x1）+f（x2）＜λ（x1+x2）恒成立，x1+x2＞0，

∴是λ的最小值ln4﹣3．

【点评】本题考查导数知识的综合运用，考查函数的极值，考查不等式恒成立问题，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．

**[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22．（10分）（2017•河北二模）在平面直角坐标系中，曲线C的参数方程为菁优网-jyeoo（α为参数）．以坐标原点O为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线l的极坐标方程为ρcos（θ+菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo．l与C交于A、B两点．

（Ⅰ）求曲线C的普通方程及直线l的直角坐标方程；

（Ⅱ）设点P（0，﹣2），求|PA|+|PB|的值．

【考点】简单曲线的极坐标方程；参数方程化成普通方程．菁优网版权所有

【专题】选作题；方程思想；演绎法；坐标系和参数方程．

【分析】（Ⅰ）利用三种方程互化方法，曲线C的普通方程及直线l的直角坐标方程；

（Ⅱ）点P（0，﹣2）在l上，l的参数方程为为（t为参数），代入菁优网-jyeoox2+y2=1整理得，3t2﹣10菁优网-jyeoot+15=0，即可求|PA|+|PB|的值．

【解答】解：（Ⅰ）曲线C的参数方程为菁优网-jyeoo（α为参数），普通方程为C：菁优网-jyeoox2+y2=1；

直线l的极坐标方程为ρcos（θ+菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，即ρcosθ﹣ρsinθ=2，l：y=x﹣2． …（4分）

（Ⅱ）点P（0，﹣2）在l上，l的参数方程为（t为参数）

代入菁优网-jyeoox2+y2=1整理得，3t2﹣10菁优网-jyeoot+15=0，

由题意可得|PA|+|PB|=|t1|+|t2|=|t1+t2|=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo …（10分）

【点评】本题考查三种方程互化，考查参数的几何意义，考查学生的计算能力，属于中档题．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•河北二模）已知关于x的不等式|x﹣3|+|x﹣m|≥2m的解集为R．

（Ⅰ）求m的最大值；

（Ⅱ）已知a＞0，b＞0，c＞0，且a+b+c=m，求4a2+9b2+c2的最小值及此时a，b，c的值．

【考点】绝对值不等式的解法；函数的最值及其几何意义．菁优网版权所有

【专题】转化思想；构造法；函数的性质及应用；不等式．

【分析】（Ⅰ）利用|x﹣3|+|x﹣m|≥|（x﹣3）﹣（x﹣m）|=|m﹣3|，对x与m的范围讨论即可．

（Ⅱ）构造柯西不等式即可得到结论．

【解答】解：（Ⅰ）∵|x﹣3|+|x﹣m|≥|（x﹣3）﹣（x﹣m）|=|m﹣3|

当3≤x≤m，或m≤x≤3时取等号，

令|m﹣3|≥2m，

∴m﹣3≥2m，或m﹣3≤﹣2m．

解得：m≤﹣3，或m≤1

∴m的最大值为1；

（Ⅱ）由（Ⅰ）a+b+c=1．

由柯西不等式：（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+1）（ 4a2+9b2+c2）≥（a+b+c）2=1，

∴4a2+9b2+c2≥菁优网-jyeoo，等号当且仅当4a=9b=c，且a+b+c=1时成立．

即当且仅当a=菁优网-jyeoo，b=菁优网-jyeoo，c=菁优网-jyeoo时，4a2+9b2+c2的最小值为菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查了绝对值不等式的几何意义和解法以及柯西不等式的构造思想．属于中档题．