**2017年河北省武邑中学高考数学理科二模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本题共12个小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，有且只有一项符合题目要求，将正确答案填涂在答题卡上．．**

1．（5分）（2017•武邑县校级二模）设集合A={x|x＞2}，若m=lnee（e为自然对数底），则（　　）

A．∅∈A B．m∉A C．m∈A D．A⊆{x|x＞m}

【考点】元素与集合关系的判断．菁优网版权所有

【专题】集合．

【分析】先求出m的值，从而判断出m属于结合A．

【解答】解：∵m=elne=e，

∴m∈A，

故选：C．

【点评】本题考查了集合和运算的关系的判断，是一道基础题．

2．（5分）（2017•武邑县校级二模）已知i是虚数单位，（1+2i）z1=﹣1+3i，菁优网-jyeoo，z1、z2在复平面上对应的点分别为A、B，则|AB|=（　　）

A．31 B．33 C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】复数代数形式的乘除运算．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；数学模型法；数系的扩充和复数．

【分析】直接由复数代数形式的乘除运算化简z1，z2，求出z1、z2在复平面上对应的点的坐标A、B，则答案可求．

【解答】解：∵（1+2i）z1=﹣1+3i，∴z1=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=1+i，

∵菁优网-jyeoo，∴z2=1+（2i）5=1+32i，

∴z1、z2在复平面上对应的点的坐标分别为A（1，1）、B（1，32），

则|AB|=菁优网-jyeoo．

故选：A．

【点评】本题考查了复数代数形式的乘除运算，考查了复数的基本概念，是基础题．

3．（5分）（2015•南昌三模）下列命题，真命题是（　　）

A．a﹣b=0的充要条件是菁优网-jyeoo=1 B．∀x∈R，ex＞xe

C．∃x0∈R，|x0|≤0 D．若p∧q为假，则p∨q为假

【考点】命题的真假判断与应用．菁优网版权所有

【专题】简易逻辑．

【分析】A．由菁优网-jyeoo=1⇒a﹣b=0，反之不成立（b=0时），即可判断出正误；

B．取x=e时，ex=xe，即可判断出正误；

C．取x0=0，则|x0|≤0成立，即可判断出正误；

D．若p∧q为假，则p与q至少有一个为假命题，因此p∨q不一定为假，即可判断出正误．

【解答】解：A．由菁优网-jyeoo=1⇒a﹣b=0，反之不成立（b=0时），因此a﹣b=0是菁优网-jyeoo=1的必要不充分条件；

B．取x=e时，ex=xe，因此不正确；

C．取x0=0，则|x0|≤0成立，正确；

D．若p∧q为假，则p与q至少有一个为假命题，因此p∨q不一定为假，不正确．

故选：C．

【点评】本题考查了简易逻辑的判定方法、函数的性质，考查了推理能力，属于基础题．

4．（5分）（2017•武邑县校级二模）过抛物线y2=2px（p＞0）的焦点作直线交抛物线于P，Q两点，若线段PQ中点的横坐标为3，|PQ|=10，则抛物线方程是（　　）

A．y2=4x B．y2=2x C．y2=8x D．y2=6x

【考点】抛物线的简单性质；抛物线的标准方程．菁优网版权所有

【专题】圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】利用抛物线的定义可得，|PQ|=|PF|+|QF|=x1+菁优网-jyeoo+x2 +菁优网-jyeoo，把线段PQ中点的横坐标为3，|PQ|=10代入可得P值，然后求解抛物线方程．

【解答】解：设抛物线y2=2px（p＞0）的焦点为F，

由抛物线的定义可知，

|PQ|=|PF|+|QF|=x1+菁优网-jyeoo+x2 +菁优网-jyeoo=（x1+x2）+p，

线段PQ中点的横坐标为3，

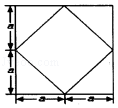
又|PQ|=10，∴10=6+p，可得p=4

∴抛物线方程为y2=8x．

故选：C．

【点评】本题考查抛物线的定义、标准方程，以及简单性质的应用，利用抛物线的定义是解题的关键．

5．（5分）（2017•武邑县校级二模）已知某个几何体的正视图、侧视图、俯视图均为右图的形状，根据图中标出的尺寸（图中大正方形边长为2a），可得这个几何体的体积是（　　）



A．菁优网-jyeoo B．7a3 C．菁优网-jyeoo D．5a3

【考点】棱柱、棱锥、棱台的体积；由三视图求面积、体积．菁优网版权所有

【专题】计算题；数形结合；空间位置关系与距离；立体几何．

【分析】由已知中的三视图，可知该几何体是一个棱长为2a的正方体，切去了八个角所得组合体，求出每个角的体积，相减可得答案．

【解答】解：由已知中的三视图，可知该几何体是一个棱长为2a的正方体，切去了八个角所得组合体，

每个角都是三条侧棱两两垂直且长度为a的棱锥，

故组合体的体积V=（2a）3﹣8×（菁优网-jyeoo×菁优网-jyeooa2×a）=菁优网-jyeoo，

故选：A

【点评】本题考查的知识点是由三视图求体积和表面积，解决本题的关键是得到该几何体的形状．

6．（5分）（2015•云南二模）设Sn是等差数列{an}的前n项和，若菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo=（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．4 D．5

【考点】等差数列的前n项和．菁优网版权所有

【专题】等差数列与等比数列．

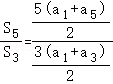
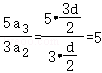
【分析】首先利用等差数列的通项公式求出首相和公差的关系，进一步对等差数列的前n项和公式进行应用．

【解答】解：等差数列{an}中，设首相为a1，公差为d，

由于：菁优网-jyeoo，

则：菁优网-jyeoo，

解得：菁优网-jyeoo，

=，

故选：D

【点评】本题考查的知识要点：等差数列通项公式的应用，等差数列前n项和的应用．

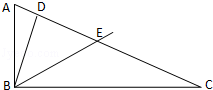
7．（5分）（2017•武邑县校级二模）给出下列四个结论：

（1）如图Rt△ABC中，|AC|=2，∠B=90°，∠C=30°．D是斜边AC上的点，|CD|=|CB|．以B为起点任作一条射线BE交AC于E点，则E点落在线段CD上的概率是菁优网-jyeoo；

（2）设某大学的女生体重y（kg）与身高x（cm）具有线性相关关系，根据一组样本数据（xi，yi）（i=1，2，…，n），用最小二乘法建立的线性回归方程为菁优网-jyeoo=0.85x﹣85.71，则若该大学某女生身高增加1cm，则其体重约增加0.85kg；

（3）为调查中学生近视情况，测得某校男生150名中有80名近视，在140名女生中有70名近视．在检验这些学生眼睛近视是否与性别有关时，应该用独立性检验最有说服力；

（4）已知随机变量ξ服从正态分布N（1，σ2），P（ξ≤4）=0.79，则P（ξ≤﹣2）=0.21；其中正确结论的个数为（　　）



A．1 B．2 C．3 D．4

【考点】两个变量的线性相关；正态分布曲线的特点及曲线所表示的意义．菁优网版权所有

【专题】综合题；概率与统计．

【分析】对四个命题分别进行判断，即可得出结论．

【解答】解：（1）由题意，|CD|=|CB|，∠C=30°，所以∠CBD=75°，所以E点落在线段CD上的概率是菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，故不正确；

（2）设某大学的女生体重y（kg）与身高x（cm）具有线性相关关系，根据一组样本数据（xi，yi）（i=1，2，…，n），用最小二乘法建立的线性回归方程为菁优网-jyeoo=0.85x﹣85.71，则若该大学某女生身高增加1cm，则其体重约增加0.85kg，正确；

（3）为调查中学生近视情况，测得某校男生150名中有80名近视，在140名女生中有70名近视．在检验这些学生眼睛近视是否与性别有关时，应该用独立性检验最有说服力，正确；

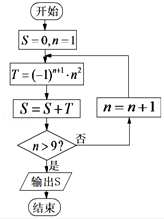
（4）已知随机变量ξ服从正态分布N（1，σ2），图象关于x=1对称，因为P（ξ≤4）=0.79，则P（ξ≤﹣2）=0.21，正确；

故正确结论的个数为3，

故选：C．

【点评】本题考查命题的真假的判断，考查学生分析解决问题的能力，综合性强．

8．（5分）（2014•宁城县模拟）如图所示程序框图中，输出S=（　　）



A．45 B．﹣55 C．﹣66 D．66

【考点】循环结构．菁优网版权所有

【专题】计算题；简易逻辑．

【分析】根据程序框图的流程，可判断程序的功能是求S=12﹣22+32﹣42+…+（﹣1）n+1•n2，判断程序运行终止时的n值，计算可得答案．

【解答】解：由程序框图知，第一次运行T=（﹣1）2•12=1，S=0+1=1，n=1+1=2；

第二次运行T=（﹣1）3•22=﹣4，S=1﹣4=﹣3，n=2+1=3；

第三次运行T=（﹣1）4•32=9，S=1﹣4+9=6，n=3+1=4；

…

直到n=9+1=10时，满足条件n＞9，运行终止，此时T=（﹣1）10•92，

S=1﹣4+9﹣16+…+92﹣102=1+（2+3）+（4+5）+（6+7）+（8+9）﹣100=菁优网-jyeoo×9﹣100=﹣55．

故选：B．

【点评】本题考查了循环结构的程序框图，判断算法的功能是解答本题的关键．

9．（5分）（2015•广州一模）若直线y=3x上存在点（x，y）满足约束条件，则实数m的取值范围是（　　）

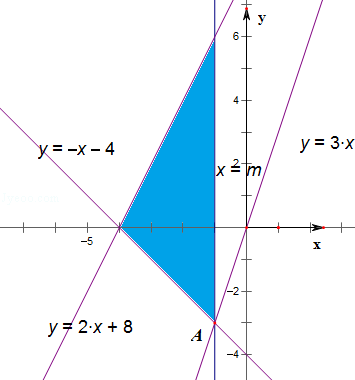
A．（﹣1，+∞） B．[﹣1，+∞） C．（﹣∞，﹣1） D．（﹣∞，﹣1）

【考点】简单线性规划．菁优网版权所有

【专题】计算题；作图题；不等式的解法及应用．

【分析】由题意作出其平面区域，先解出点A的坐标，再结合图象写出实数m的取值范围即可．

【解答】解：由题意作出其平面区域，



结合图象可得，

菁优网-jyeoo，

解得，A（﹣1，﹣3）；

故m＞﹣1；

故选A．

【点评】本题考查了简单线性规划，作图要细致认真，属于中档题．

10．（5分）（2015•浙江模拟）已知向量是单位向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，若菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=0，且|菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo|+|菁优网-jyeoo﹣2菁优网-jyeoo|=菁优网-jyeoo，则|菁优网-jyeoo+2菁优网-jyeoo|的取值范围是（　　）

A．[1，3] B．[菁优网-jyeoo] C．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] D．[菁优网-jyeoo，3]

【考点】平面向量数量积的运算．菁优网版权所有

【专题】平面向量及应用．

【分析】由题意将所用的向量放到坐标系中用坐标表示，借助于两点之间的距离公式以及几何意义解答本题．

【解答】解：因为菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=0，且|菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo|+|菁优网-jyeoo﹣2菁优网-jyeoo|=菁优网-jyeoo，设单位向量菁优网-jyeoo=（1，0），菁优网-jyeoo=（0，1），菁优网-jyeoo=（x，y），

则菁优网-jyeoo=（x﹣1，y），菁优网-jyeoo=（x，y﹣2），

则菁优网-jyeoo，

即（x，y）到A（1，0）和B（0，2）的距离和为菁优网-jyeoo，即表示点（1，0）和（0，2）之间的线段，

|菁优网-jyeoo+2菁优网-jyeoo|=菁优网-jyeoo表示（﹣2，0）到线段AB上点的距离，最小值是点（﹣2，0）到直线2x+y﹣2=0的距离

所以|菁优网-jyeoo+2菁优网-jyeoo|min=菁优网-jyeoo，最大值为（﹣2，0）到（1，0）的距离是3，

所以|菁优网-jyeoo+2菁优网-jyeoo|的取值范围是[菁优网-jyeoo，3]；

故选：D．

【点评】本题考查了向量的坐标运算、两点之间的距离公式，点到直线的距离等；关键是利用坐标法解答．

11．（5分）（2017•武邑县校级二模）若圆锥的内切球与外接球的球心重合，且内切球的半径为1，则圆锥的体积为（　　）

A．π B．2π C．3π D．4π

【考点】球内接多面体．菁优网版权所有

【专题】计算题；空间位置关系与距离．

【分析】过圆锥的旋转轴作轴截面，得△ABC及其内切圆⊙O1和外切圆⊙O2，且两圆同圆心，即△ABC的内心与外心重合，易得△ABC为正三角形，由题意⊙O1的半径为r=1，进而求出圆锥的底面半径和高，代入圆锥体积公式，可得答案．

【解答】解：过圆锥的旋转轴作轴截面，得△ABC及其内切圆⊙O1和外切圆⊙O2，

且两圆同圆心，即△ABC的内心与外心重合，易得△ABC为正三角形，

由题意⊙O1的半径为r=1，

∴△ABC的边长为2菁优网-jyeoo，

∴圆锥的底面半径为菁优网-jyeoo，高为3，

∴V=菁优网-jyeoo．

故选：C．

【点评】本题考查的知识点是旋转体，圆锥的体积，其中根据已知分析出圆锥的底面半径和高，是解答的关键．

12．（5分）（2017•武邑县校级二模）已知a，b∈R，且ex+1≥ax+b对x∈R恒成立，则ab的最大值是（　　）

A．菁优网-jyeooe3 B．菁优网-jyeooe3 C．菁优网-jyeooe3 D．e3

【考点】函数恒成立问题．菁优网版权所有

【专题】函数的性质及应用；导数的综合应用．

【分析】分a＜0、a=0、a＞0三种情况讨论，而a＜0、a=0两种情况容易验证是否恒成立，在当a＞0时，构造函数f（x）=aex+1﹣a2x来研究不等式ex+1≥ax+b恒成立的问题，求导易得．

【解答】解：若a＜0，由于一次函数y=ax+b单调递减，不能满足且ex+1≥ax+b对x∈R恒成立，则a≥0．

若a=0，则ab=0．

若a＞0，由ex+1≥ax+b得b≤ex+1﹣ax，则ab≤aex+1﹣a2x．

设函数f（x）=aex+1﹣a2x，

∴f′（x）=aex+1﹣a2=a（ex+1﹣a），令f′（x）=0得ex+1﹣a=0，解得x=lna﹣1，

∵x＜lna﹣1时，x+1＜lna，则ex+1＜a，则ex+1﹣a＜0，∴f′（x）＜0，∴函数f（x）递减；

同理，x＞lna﹣1时，f′（x）＞0，∴函数f（x）递增；

∴当x=lna﹣1时，函数取最小值，f（x）的最小值为f（lna﹣1）=2a2﹣a2lna．

设g（a）=2a2﹣a2lna（a＞0），

g′（a）=a（3﹣2lna）（a＞0），

由g′（a）=0得a=菁优网-jyeoo，

不难得到菁优网-jyeoo时，g′（a）＞0；菁优网-jyeoo时，g′（a）＜0；

∴函数g（a）先增后减，∴g（a）的最大值为菁优网-jyeoo，

即ab的最大值是菁优网-jyeoo，此时菁优网-jyeoo．

故选：A．

【点评】本题主要考查了函数的单调性，以及利用导数求函数的最值的应用，渗透了分类讨论思想，属于中档题．

**二、填空题（每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上）**

13．（5分）（2017•武邑县校级二模）已知双曲线菁优网-jyeoo的左、右焦点为F1（﹣c，0），F2（c，0），若直线y=2x与双曲线的一个交点的横坐标为c，则双曲线的离心率为　菁优网-jyeoo　．

【考点】双曲线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】计算题；方程思想；转化思想；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】求出直线与双曲线的交点坐标，代入双曲线方程，转化求解双曲线的离心率即可．

【解答】解：直线y=2x与双曲线的一个交点的横坐标为c，

可得交点坐标为：（c，2c），代入双曲线方程可得：菁优网-jyeoo，

可得e2﹣1=菁优网-jyeoo，e＞1，可得e2﹣1=2e，解得e=菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo；

【点评】本题考查双曲线的简单性质的应用，考查转化思想以及计算能力．

14．（5分）（2015•福州一模）已知一组正数x1，x2，x3的方差s2=菁优网-jyeoo（x12+x22+x32﹣12），则数据x1+1，x2+1，x3+1的平均数为　3　．

【考点】众数、中位数、平均数．菁优网版权所有

【专题】概率与统计．

【分析】根据方差的公式求得原数据的平均数后，求得新数据的平均数即可．

【解答】解：由方差的计算公式可得：

S2=菁优网-jyeoo[（x1﹣菁优网-jyeoo）2+（x2﹣菁优网-jyeoo）2+…+（xn﹣菁优网-jyeoo）2]

=菁优网-jyeoo[x12+x22+…+xn2﹣2（x1+x2+…+xn）•菁优网-jyeoo+n菁优网-jyeoo2]

=菁优网-jyeoo[x12+x22+…+xn2﹣2n菁优网-jyeoo2+n菁优网-jyeoo2]

=菁优网-jyeoo[x12+x22+…+xn2]﹣菁优网-jyeoo2

=菁优网-jyeoo（x12+菁优网-jyeoo+x32﹣12）

可得平均数菁优网-jyeoo=2．

对于数据x1+1，x2+1，x3+1的平均数是2+1=3，

故答案为：3．

【点评】此题主要考查了方差和平均数的性质，一般地设有n个数据，x1，x2，…xn，若每个数据都放大或缩小相同的倍数后再同加或同减去一个数，其平均数也有相对应的变化，方差则变为这个倍数的平方倍．

15．（5分）（2017•武邑县校级二模）在《爸爸去哪儿》第二季第四期中，村长给6位“萌娃”布置一项搜寻空投食物的任务．已知：①食物投掷地点有远、近两处；②由于Grace年纪尚小，所以要么不参与该项任务，但此时另需一位小孩在大本营陪同，要么参与搜寻近处投掷点的食物；③所有参与搜寻任务的小孩须被均分成两组，一组去远处，一组去近处，那么不同的搜寻方案有　40　种．（以数字作答）

【考点】排列、组合的实际应用．菁优网版权所有

【专题】计算题；分类讨论；转化思想；排列组合．

【分析】根据题意，分2种情况讨论：①、Grace不参与该项任务，需一位小孩在大本营陪同，则其余4人被均分成两组，一组去远处，一组去近处；②、Grace参与该项任务，则从其余5人中选2人去近处，剩余3人搜寻远处，分别求出每种情况的方案数目；由分类计数原理计算可得答案．

【解答】解：根据题意，分2种情况讨论：

①、Grace不参与该项任务，

在其余5人中，任选1人在大本营陪同，有C51=5种情况，

剩余4人，平均分成2组，有菁优网-jyeoo=3种分组方法，在将2组对应2个地点，有A22=2种情况，

此时一共有5×3×2=30种方案；

②、Grace参与该项任务，

在其余5人中，任选2人与Grace一起搜寻近处投掷点的食物，有C52=10种情况，

而剩余3人搜寻远处投掷点的食物，有1种情况，

则此时一共有10×1=10种方案；

则一共有30+10=40种符合题意的分配方案；

故答案为：40．

【点评】本题考查排列、组合的运用，要先认真分析题意，注意2种方案参与的人数不同．

16．（5分）（2017•武邑县校级二模）已知函数f（x）对一切实数a、b满足f（a+b）=f（a）•f（b），f（1）=2，（且f（x）恒非零），数列{an}的通项an=菁优网-jyeoo（n∈N+），则数列{an}的前n项和=　4n　．

【考点】数列的求和．菁优网版权所有

【专题】等差数列与等比数列．

【分析】函数f（x）对一切实数a、b满足f（a+b）=f（a）•f（b），f（1）=2，可得f（n+1）=f（n）f（1）=2f（n），利用等比数列的通项公式可得f（n），即可得出an及其前n项和．

【解答】解：∵函数f（x）对一切实数a、b满足f（a+b）=f（a）•f（b），f（1）=2，

∴f（n+1）=f（n）f（1）=2f（n），

∴数列{f（n）}是等比数列，首项为2，公比为2．

∴f（n）=2n．

∴数列{an}的通项an=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=4．

∴数列{an}的前n项和=4n．

故答案为：4n．

【点评】本题考查了等比数列的通项公式，考查了变形能力，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

**三、解答题（本大题共5小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．）**

17．（12分）（2016•太原三模）已知△ABC是斜三角形，内角A、B、C所对的边的长分别为a、b、c．若csinA=菁优网-jyeooacosC．

（Ⅰ）求角C；

（Ⅱ）若c=菁优网-jyeoo，且sinC+sin（B﹣A）=5sin2A，求△ABC的面积．

【考点】余弦定理；正弦定理．菁优网版权所有

【专题】解三角形．

【分析】（I）由菁优网-jyeoo，利用正弦定理可得sinCsinA=菁优网-jyeoosinAcosC，于是菁优网-jyeoo，即可得出；

（II）由sinC+sin（B﹣A）=5sin2A，sinC=sin（A+B），可得sinB=5sinA，由正弦定理可知b=5a，由余弦定理c2=a2+b2﹣2abcosC，联立解出，再利用三角形面积计算公式即可得出．

【解答】解：（I）∵菁优网-jyeoo，由正弦定理可得sinCsinA=菁优网-jyeoosinAcosC，

sinA≠0，

∴菁优网-jyeoo，

得菁优网-jyeoo，

∵C∈（0，π），

∴菁优网-jyeoo．

（II）∵sinC+sin（B﹣A）=5sin2A，sinC=sin（A+B），

∴sin（A+B）+sin（B﹣A）=5sin2A，

∴2sinBcosA=2×5sinAcosA，

∵△ABC为斜三角形，

∴cosA≠0，

∴sinB=5sinA，

由正弦定理可知b=5a （1）

由余弦定理c2=a2+b2﹣2abcosC，

∴菁优网-jyeoo，（2）

由（1）（2）解得a=5，b=1，

∴菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了正弦定理余弦定理、三角形面积计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

18．（12分）（2015•西城区一模）2014 年12 月28 日开始，北京市公共电汽车和地铁按照里程分段计价．具体如下表．（不考虑公交卡折扣情况）

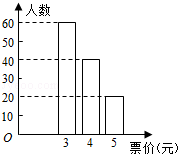
|  |  |
| --- | --- |
| 乘公共汽车方案 | 10公里（含）内2元；  10公里以上部分，每增加1元可乘坐5公里（含） |
| 乘坐地铁方案（不含机场线） | 6公里（含）内3元  6公里至12公里（含）4元  12公里至22公里（含）5元 |
|  | 22公里至32公里（含）6元  32公里以上部分，每增加1元可乘坐20公里（含） |

已知在北京地铁四号线上，任意一站到陶然亭站的票价不超过5 元，现从那些只乘坐四号线地铁，且在陶然亭出站的乘客中随机选出120 人，他们乘坐地铁的票价统计如图所示．

（Ⅰ）如果从那些只乘坐四号线地铁，且在陶然亭站出站的乘客中任选1 人，试估计此人乘坐地铁的票价小于5 元的概率；

（Ⅱ）从那些只乘坐四号线地铁，且在陶然亭站出站的乘客中随机选2 人，记x 为这2人乘坐地铁的票价和，根据统计图，并以频率作为概率，求X 的分布列和数学期望；

（Ⅲ）小李乘坐地铁从A 地到陶然亭的票价是5 元，返程时，小李乘坐某路公共电汽车所花交通费也是5 元，假设小李往返过程中乘坐地铁和公共电汽车的路程均为s 公里，试写出s 的取值范围．（只需写出结论）



【考点】离散型随机变量的期望与方差；频率分布直方图；离散型随机变量及其分布列．菁优网版权所有

【专题】概率与统计．

【分析】（Ⅰ）根据统计图求出对应的人数和频率即可得到结论．

（Ⅱ）求出随机变量以及对应的概率，即可得到结论．

（Ⅲ）根据条件直接写出结论．

【解答】解：（Ⅰ）设事件A：“此人乘坐地铁的票价小于5 元”，

由统计图可知，得120人中票价为3元，4元，5元的人数分别为60，40，20人，

所以票价小于5的有60+40=100人，

故此人乘坐地铁的票价小于5 元的频率为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

则乘坐地铁的票价小于5 元的概率P（A）=菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）X的可能值为6，7，8，9，10．

统计图可知，得120人中票价为3元，4元，5元的频率分别为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

以频率当概率，

则P（X=6）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，P（X=7）=菁优网-jyeoo，

P（X=8）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

P（X=9）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

P（X=10）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

则X的分布列为：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| P | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |

则EX=6×菁优网-jyeoo+7×菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

（Ⅲ）s∈（20，22]．

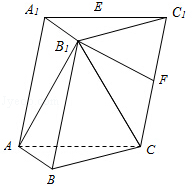
【点评】本题主要考查概率和统计的综合应用，以及离散型随机变量的分布列和期望，考查学生的运算能力．

19．（12分）（2015•北京模拟）已知三棱柱ABC﹣A1B1C1中，△ABC是以AC为斜边的等腰直角三角形，且B1A=B1C=B1B=AC=2．

（Ⅰ）求证：平面B1AC⊥底面ABC；

（Ⅱ）求B1C与平面ABB1A1所成角的正弦值；

（Ⅲ）若E，F分别是线段A1C1，C1C的中点，问在线段B1F上是否存在点P，使得EP∥平面ABB1A1．



【考点】直线与平面所成的角；直线与平面平行的判定；平面与平面垂直的判定．菁优网版权所有

【专题】空间位置关系与距离；空间角．

【分析】（Ⅰ）取AC中点O，连结B1O，BO，则△B1OA≌△B1OB，从而B1O⊥OB，进而B1O⊥平面ABC，由此能证明平面B1AC⊥底面ABC．

（Ⅱ）由AB=BC，O为AC中点，得BO⊥AC，以OB、OC、OB1分别为x，y，z轴，建立空间直角坐标系，利用向量法能求出B1C与平面ABB1A1所成角的正弦值．

（Ⅲ）求出A1C1中点E（﹣1，0，菁优网-jyeoo），CC1中点F（﹣菁优网-jyeoo，1，菁优网-jyeoo），设菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，求出P（﹣菁优网-jyeoo，λ，﹣菁优网-jyeoo），由菁优网-jyeoo=0，能求出当P是线段B1F中点时，EP∥平面ABB1A1．

【解答】解：（Ⅰ）证明：取AC中点O，连结B1O，BO，

∵AB⊥BC，∴OB=OA=OC，

∵AB1=B1C，∴B1O⊥AC，

又∵B1B=AB1，∴△B1OA≌△B1OB，

∴B1O⊥OB，

∵AC∩OB=O，∴B1O⊥平面ABC，

又∵B1O⊂平面B1AC，

∴平面B1AC⊥底面ABC．

（Ⅱ）解：由已知得AB=BC，O为AC中点，

∴BO⊥AC，

以OB、OC、OB1分别为x，y，z轴，建立空间直角坐标系，

则B（1，0，0），B1（0，0，菁优网-jyeoo），C（0，1，0），A（0，﹣1，0），

菁优网-jyeoo=（1，1，0），菁优网-jyeoo=（﹣1，0，菁优网-jyeoo），菁优网-jyeoo=（0，1，﹣菁优网-jyeoo），

设平面ABB1A1的法向量菁优网-jyeoo=（x，y，z），

则菁优网-jyeoo，取z=1，得菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo），

设B1C与平面ABB1A1所成角为θ，

则sinθ=|cos＜菁优网-jyeoo＞|=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

∴B1C与平面ABB1A1所成角的正弦值为菁优网-jyeoo．

（Ⅲ）解：菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=（﹣1，1，菁优网-jyeoo），∴C1（﹣1，1，菁优网-jyeoo），

同理得A（﹣1，﹣1，菁优网-jyeoo），

∴A1C1中点E（﹣1，0，菁优网-jyeoo），CC1中点F（﹣菁优网-jyeoo，1，菁优网-jyeoo），

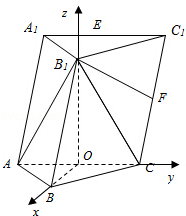
设菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo=λ（﹣菁优网-jyeoo），

∴P（﹣菁优网-jyeoo，λ，﹣菁优网-jyeoo），∴菁优网-jyeoo=（﹣菁优网-jyeoo，λ，﹣菁优网-jyeoo），

∵菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=0，

∴菁优网-jyeoo，

∴当P是线段B1F中点时，EP∥平面ABB1A1．



【点评】本题考查平面B1AC⊥底面ABC的证明，考查B1C与平面ABB1A1所成角的正弦值的求出，考查在线段B1F上是否存在点P，使得EP∥平面ABB1A1的判断与求法，解题时要注意空间思维能力的培养．

20．（12分）（2015•鹰潭校级模拟）已知抛物线E：y2=2px（p＞0）的准线与x轴交于点K，过点K作圆C：（x﹣2）2+y2=1的两条切线，切点为M，N，|MN|=菁优网-jyeoo

（1）求抛物线E的方程

（2）设A、B是抛物线E上分别位于x轴两侧的两个动点，且菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（其中O为坐标原点）

①求证：直线AB必过定点，并求出该定点Q的坐标

②过点Q作AB的垂线与抛物线交于G、D两点，求四边形AGBD面积的最小值．

【考点】抛物线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】平面向量及应用；直线与圆；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）求得K的坐标，圆的圆心和半径，运用对称性可得MR的长，由勾股定理和锐角的三角函数，可得CK=3，再由点到直线的距离公式即可求得p=2，进而得到抛物线方程；

（2）①设出直线方程，联立抛物线方程，运用韦达定理和向量的数量积的坐标表示，化简整理，即可得到定点Q；

②运用弦长公式和四边形的面积公式，换元整理，结合基本不等式，即可求得最小值．

【解答】（1）解：由已知可得K（﹣菁优网-jyeoo，0），圆C：（x﹣2）2+y2=1的圆心C（2，0），半径r=1．

设MN与x轴交于R，由圆的对称性可得|MR|=菁优网-jyeoo，

于是|CR|=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

即有|CK|=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=3，

即有2+菁优网-jyeoo=3，解得p=2，则抛物线E的方程为y2=4x；

（2）①证明：设直线AB：x=my+t，A（菁优网-jyeoo，y1），B（菁优网-jyeoo，y2），

联立抛物线方程可得y2﹣4my﹣4t=0，

y1+y2=4m，y1y2=﹣4t，

菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，即有（菁优网-jyeoo）2+y1y2=菁优网-jyeoo，

解得y1y2=﹣18或2（舍去），

即﹣4t=﹣18，解得t=菁优网-jyeoo．

则有AB恒过定点Q（菁优网-jyeoo，0）；

②解：由①可得|AB|=菁优网-jyeoo|y2﹣y1|=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo，

同理|GD|=菁优网-jyeoo|y2﹣y1|=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo，

则四边形AGBD面积S=菁优网-jyeoo|AB|•|GD|=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo

=4菁优网-jyeoo，

令m2+菁优网-jyeoo=μ（μ≥2），则S=4菁优网-jyeoo是关于μ的增函数，

则当μ=2时，S取得最小值，且为88．

当且仅当m=±1时，四边形AGBD面积的最小值为88．

【点评】本题考查抛物线的方程和性质，主要考查抛物线方程和直线方程联立，运用韦达定理和弦长公式，同时考查直线和圆的位置关系，向量的数量积的坐标表示，具有一定的运算量，属于中档题．

21．（12分）（2015•南开区一模）已知函数f（x）=菁优网-jyeoo，曲线y=f（x）在点（1，f（1））处的切线方程为x+（e﹣1）2y﹣e=0．

其中e=2.71828…为自然对数的底数．

（Ⅰ）求a，b的值；

（Ⅱ）如果当x≠0时，f（2x）＜菁优网-jyeoo，求实数k的取值范围．

【考点】利用导数研究曲线上某点切线方程．菁优网版权所有

【专题】分类讨论；导数的概念及应用；不等式的解法及应用．

【分析】（Ⅰ）求出函数的导数，求得切线的斜率，由切线方程可得切点和切线的斜率，解方程可得a=b=1；

（Ⅱ）f（x）=菁优网-jyeoo，即有f（2x）＜菁优网-jyeoo⇔菁优网-jyeoo[xex﹣菁优网-jyeoo（e2x﹣1）]＜0．

令函数g（x）=xex﹣菁优网-jyeoo（e2x﹣1）（x∈R），求出导数，对k讨论，①设k≤0，②设k≥1，③设0＜k＜1，分析导数的符号，判断函数的单调性，即可得到k的范围．

【解答】解：（Ⅰ）f′（x）=菁优网-jyeoo，

由函数f（x）的图象在点（1，f（1））处的切线方程为x+（e﹣1）2y﹣e=0，

知1+（e﹣1）2 f（1）﹣e=0，即f（1）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

f′（1）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo．

解得a=b=1．

（Ⅱ）由（Ⅰ）知f（x）=菁优网-jyeoo，

所以f（2x）＜菁优网-jyeoo⇔菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo⇔菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo＜0，

⇔菁优网-jyeoo[xex﹣菁优网-jyeoo（e2x﹣1）]＜0．

令函数g（x）=xex﹣菁优网-jyeoo（e2x﹣1）（x∈R），

则g′（x）=ex+xex﹣（1﹣k）e2x=ex（1+x﹣（1﹣k）ex）．

①设k≤0，当x≠0时，由y=1+x﹣（1﹣k）ex．

求得导数y′=1﹣（1﹣k）ex，求得最大值，可得y＜0，即有1+x＜（1﹣k）ex，

即有g′（x）＜0，g（x）在R单调递减．而g（0）=0，

故当x∈（﹣∞，0）时，g（x）＞0，可得菁优网-jyeoog（x）＜0；

当x∈（0，+∞）时，g（x）＜0，可得菁优网-jyeoog（x）＜0，

从而x≠0时，f（2x）＜菁优网-jyeoo．

②设k≥1，存在x0＜0，当x∈（x0，+∞）时，g′（x）＞0，

g（x）在（x0，+∞）单调递增．而g（0）=0，当x＞0时，g（x）＞0，可得菁优网-jyeoog（x）＞0，

与题设矛盾，

③设0＜k＜1，存在x1＜0＜x2，当x1＜x＜x2时，g′（x）＞0，g（x）在（x1，x2）单调递增，

而g（0）=0，故当0＜x＜x2时，g（x）＞0，可得菁优网-jyeoog（x）＞0，与题设矛盾．

综上可得，k的取值范围是（﹣∞，0]．

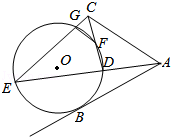
【点评】本题考查导数的运用：求切线方程和单调区间，主要考查导数的几何意义和函数的单调性的运用，运用分类讨论的思想方法和正确求导是解题的关键．

**[选修4-1：几何证明选讲]**

22．（10分）（2016•湖南校级模拟）如图，AB是⊙O的一条切线，切点为B，直线ADE，CFD，CGE都是⊙O的割线，已知AC=AB．

（1）求证：FG∥AC；

（2）若CG=1，CD=4．求菁优网-jyeoo的值．



【考点】与圆有关的比例线段；相似三角形的判定．菁优网版权所有

【专题】直线与圆；推理和证明．

【分析】（1）由切割线定理得AB2=AD•AE，从而AD•AE=AC2，进而△ADC∽△ACE，由此能证明FG∥AC．

（2）由题意可得：G，E，D，F四点共圆，从而△CGF∽△CDE，由此能求出菁优网-jyeoo．

【解答】（1）证明：∵AB为切线，AC为割线，∴AB2=AD•AE，

又∵AC=AB，∴AD•AE=AC2．

∴菁优网-jyeoo，又∵∠EAC=∠DAC，

∴△ADC∽△ACE，∴∠ADC=∠ACE，

又∵∠ADC=∠EGF，∴∠EGF=∠ACE，

∴FG∥AC．（5分）

（2）解：由题意可得：G，E，D，F四点共圆，

∴∠CGF=∠CDE，∠CFG=∠CED．

∴△CGF∽△CDE，∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

又∵CG=1，CD=4，∴菁优网-jyeoo=4．（10分）

【点评】本题考查两直线平行的证明，考查两线段比值的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意切割线定理的合理运用．

**[选修4-4：坐标系与参数方程]**

23．（2015•绥化校级二模）在直角坐标系xOy中，圆C的参数方程为菁优网-jyeoo（θ为参数）．

（1）以原点为极点、x轴正半轴为极轴建立极坐标系，求圆C的极坐标方程；

（2）已知A（﹣2，0），B（0，2），圆C上任意一点M（x，y），求△ABM面积的最大值．

【考点】简单曲线的极坐标方程；参数方程化成普通方程．菁优网版权所有

【专题】坐标系和参数方程．

【分析】（1）圆C的参数方程为菁优网-jyeoo，通过三角函数的平方关系式消去参数θ，得到普通方程．通过x=ρcosθ，y=ρsinθ，得到圆C的极坐标方程．

（2）求出点M（x，y）到直线AB：x﹣y+2=0的距离，表示出△ABM的面积，通过两角和的正弦函数，结合绝对值的几何意义，求解△ABM面积的最大值．

【解答】解：（1）圆C的参数方程为菁优网-jyeoo（θ为参数）

所以普通方程为（x﹣3）2+（y+4）2=4．（2分），

x=ρcosθ，y=ρsinθ，可得（ρcosθ﹣3）2+（ρsinθ+4）2=4，

化简可得圆C的极坐标方程：ρ2﹣6ρcosθ+8ρsinθ+21=0．（5分）

（2）点M（x，y）到直线AB：x﹣y+2=0的距离为菁优网-jyeoo（7分）

△ABM的面积菁优网-jyeoo

所以△ABM面积的最大值为菁优网-jyeoo（10分）

【点评】本小题主要考查极坐标系与参数方程的相关知识，具体涉及到极坐标方程与平面直角坐标方程的互化、平面内直线与曲线的位置关系等内容．本小题考查考生的方程思想与数形结合思想，对运算求解能力有一定要求．

**[选修4-5：不等式选讲]**

24．（2017•武邑县校级二模）已知函数f（x）=|x+1|﹣|x|+a．

（1）若a=0，求不等式f（x）≥0的解集；

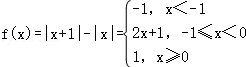
（2）若方程f（x）=x有三个不同的解，求实数a的取值范围．

【考点】绝对值三角不等式；绝对值不等式的解法．菁优网版权所有

【专题】数形结合；转化思想；数形结合法；不等式的解法及应用．

【分析】（1）若a=0，求得函数f（x）的解析式，根据解析式分别求得f（x）≥0的解集；

（2）u（x）=|x+1|﹣|x|，做出y=u（x）和y=x的图象，方程f（x）=x恰有三个不同的实根，转化成y=u（x）与y=x的图象始终有3个交点，根据函数图象即可求得实数a的取值范围．

【解答】解：（1）当a=0时，，

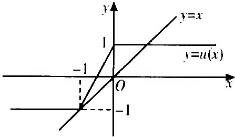
所以当x＜﹣1时，f（x）=﹣1＜0，不合题意；

当﹣1≤x＜0时，f（x）=2x+1≥0，解得菁优网-jyeoo；

当x≥0时，f（x）=1＞0，符合题意．

综上可得，f（x）≥0的解集为菁优网-jyeoo．

（2）设u（x）=|x+1|﹣|x|，y=u（x）的图象和y=x的图象如图所示．



易知y=u（x）的图象向下平移1个单位以内（不包括1个单位），与y=x的图象始终有3个交点，

从而﹣1＜a＜0．

所以实数a的取值范围为（﹣1，0）．

【点评】本题主要考查绝对值不等式求解，函数与方程的应用，分段函数的图象和性质，综合性较强，属于中档题．