**2016-2017衡水中学高三（下）二调理科数学试题（[Word版含解析](http://gao.qida100.com/shiti/20170910/1006.html" \o "2017年河北省石家庄市质量检测理科数学二模试卷（Word版含解析）" \t "http://gao.qida100.com/_blank)）**

**一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．（5分）（2015•陕西）设集合M={x|x2=x}，N={x|lgx≤0}，则M∪N=（　　）

A．[0，1] B．（0，1] C．[0，1） D．（﹣∞，1]

【考点】并集及其运算．菁优网版权所有

【专题】集合．

【分析】求解一元二次方程化简M，求解对数不等式化简N，然后利用并集运算得答案．

【解答】解：由M={x|x2=x}={0，1}，

N={x|lgx≤0}=（0，1]，

得M∪N={0，1}∪（0，1]=[0，1]．

故选：A．

【点评】本题考查了并集及其运算，考查了对数不等式的解法，是基础题．

2．（5分）（2017春•桃城区校级月考）设z是复数，则下列命题中的假命题是（　　）

A．若z是纯虚数，则z2＜0 B．若z是虚数，则z2≥0

C．若z2≥0，则z是实数 D．若z2＜0，则z是虚数

【考点】复数的基本概念．菁优网版权所有

【专题】综合题；方程思想；转化法；简易逻辑；数系的扩充和复数．

【分析】令z=ai（a∈R且a≠0），平方后判断A、B；设z=a+bi（a，b∈R），平方后根据正负求得a，b的值判断C、D．

【解答】解：对于A，若z是纯虚数，不妨设z=ai（a∈R且a≠0）则z2=﹣a2＜0，故A正确；

对于B，若z是纯虚数，不妨设z=ai（a∈R且a≠0）则z2=﹣a2＜0，故B错误；

对于C，设z=a+bi（a，b∈R），若z2=（a+bi）2=a2﹣b2+2abi≥0，则菁优网-jyeoo，∴b=0，即z是实数，故C正确；

对于D，设z=a+bi（a，b∈R），若z2=（a+bi）2=a2﹣b2+2abi＜0，则菁优网-jyeoo，∴a=0且b≠0，即z是虚数，故D正确．

∴错误的命题是B．

故选：B．

【点评】本题考查命题的真假判断与应用，考查了复数的有关概念和计算，是中档题．

3．（5分）（2008•辽宁）4张卡片上分别写有数字1，2，3，4，从这4张卡片中随机抽取2张，则取出的2张卡片上的数字之和为奇数的概率为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】古典概型及其概率计算公式．菁优网版权所有

【专题】概率与统计．

【分析】4张卡片上分别写有数字1，2，3，4，从这4张卡片中随机抽取2张，基本事件总数n=菁优网-jyeoo=6，取出的2张卡片上的数字之和为奇数包含的基本事件个数m=菁优网-jyeoo=4，由此能求出取出的2张卡片上的数字之和为奇数的概率．

【解答】解：4张卡片上分别写有数字1，2，3，4，从这4张卡片中随机抽取2张，

基本事件总数n=菁优网-jyeoo=6，

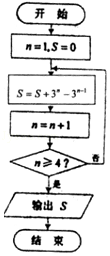
取出的2张卡片上的数字之和为奇数包含的基本事件个数m=菁优网-jyeoo=4，

∴取出的2张卡片上的数字之和为奇数的概率为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：C．

【点评】本题考查概率的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意等可能事件的概率计算公式的合理运用．

4．（5分）（2017春•桃城区校级月考）执行下面的程序框图，输出S的值为（　　）



A．8 B．18 C．26 D．80

【考点】程序框图．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；算法和程序框图．

【分析】首先分析程序框图，按照循环结构进行运算，求出满足题意时的S．

【解答】解：根据题意，

第1次循环：S=2 n=2

第2次循环：S=8 n=3

第3次循环：S=26 n=4

满足条件，跳出循环，输出S=26．

故选C．

【点评】本题为程序框图题，考查对循环结构的理解和认识，按照循环结构运算后得出结果．属于基础题．

5．（5分）（2016•德阳模拟）将甲桶中的a L水缓慢注入空桶乙中，t min后甲桶中剩余的水量符合指数衰减曲线y=aent．假设过5min后甲桶和乙桶的水量相等，若再过m min甲桶中的水只有菁优网-jyeooL，则m的值为（　　）

A．5 B．8 C．9 D．10

【考点】函数与方程的综合运用．菁优网版权所有

【专题】函数的性质及应用．

【分析】由题意，函数y=f（t）=aent满足f（5）=菁优网-jyeooa，解出n=菁优网-jyeooln菁优网-jyeoo．再根据f（k）=菁优网-jyeooa，建立关于k的指数方程，由对数恒成立化简整理，即可解出k的值，由m=k﹣5即可得到．

【解答】解：∵5min后甲桶和乙桶的水量相等，

∴函数y=f（t）=aent，满足f（5）=ae5n=菁优网-jyeooa

可得n=菁优网-jyeooln菁优网-jyeoo，

因此，当kmin后甲桶中的水只有菁优网-jyeoo升，

即f（k）=菁优网-jyeooa，

即菁优网-jyeooln菁优网-jyeoo•k=ln菁优网-jyeoo，

即为菁优网-jyeooln菁优网-jyeoo•k=2ln菁优网-jyeoo，

解之得k=10，

经过了k﹣5=5分钟，即m=5．

故选A．

【点评】本题给出实际应用问题，求经过几分钟后桶内的水量剩余四分之一．着重考查了指数函数的性质、指数恒等式化简，指数方程和对数的运算性质等知识，属于中档题．

6．（5分）（2007•江苏）在平面直角坐标系xOy中，双曲线中心在原点，焦点在y轴上，一条渐近线方程为x﹣2y=0，则它的离心率为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．2

【考点】双曲线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】计算题．

【分析】根据双曲线中心在原点，焦点在y轴上，一条渐近线方程为x﹣2y=0能够得到菁优网-jyeoo，由此能够推导出双曲线的离心率．

【解答】解：由 菁优网-jyeoo 得 b=2a，

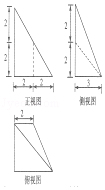
菁优网-jyeoo，

菁优网-jyeoo．

故选 A．

【点评】本题考查双曲线的简单几何性质，根据渐近线方程导出a 与b的比值是正确求解的关键．

7．（5分）（2017•河南一模）某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）



A．8 B．10 C．12 D．14

【考点】棱柱、棱锥、棱台的体积．菁优网版权所有

【专题】计算题；数形结合；空间位置关系与距离；立体几何．

【分析】由已知中的三视图，画出几何体的直观图，数形结合可得几何体的体积．

【解答】解：由已知中的三视图，可得该几何体的直观图如下所示：



三棱锥A﹣BCD的体积为：菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo×3×4×4=8，

四棱锥C﹣AFED的体积为：菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo×（2+4）×2×3=6，

故组合体的体积V=6+8=14，

故选：D

【点评】本题考查的知识点是棱柱的体积和表面积，棱锥的体积和表面积，简单几何体的三视图，难度中档．

8．（5分）（2017春•涞水县校级月考）以下四个命题中是真命题的是（　　）

A．对分类变量x与y的随机变量k2的观测值k来说，k越小，判断“x与y有关系”的把握程度越大

B．两个随机变量的线性相关性越强，相关系数的绝对值越接近于0

C．若数据x1，x2，x3，…，xn的方差为1，则2x1，2x2，2x3，…，2xn的方差为2

D．在回归分析中，可用相关指数R2的值判断模型的拟合效果，R2越大，模型的拟合效果越好．

【考点】独立性检验；线性回归方程．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；概率与统计．

【分析】对四个选项分别进行判断，即可得出结论．

【解答】解：A，对分类变量x与y的随机变量K2的观测值k来说，k越大，判断“x与y有关系”的把握程度越大，故错误；

B，根据|r|越趋近于1，两个随机变量的相关性越强，故错误；

C，数据x1，x2，x3，…，xn和2x1，2x2，2x3，…，2xn的数据满足Y=2X，则方程满足DY=4DX，

若数据x1，x2，x3，…，xn的方差为1，则2x1，2x2，2x3，…，2xn的方差为4正确，故错误；

D，用相关指数R2的值判断模型的拟合效果，R2越大，模型的拟合效果越好，故正确．

故选D．

【点评】本题主要考查回归分析，属于基础题，解答此题的关键是理解对于拟合效果好坏的几个量的大小反映的拟合效果的好坏，以及对于某组数据可以采用几种不同的回归方程进行分析，可以通过比较相关系数的值选择较大的模型作为这组数据的模型．

9．（5分）（2017春•桃城区校级月考）将函数f（x）=3sin（2x+φ），φ∈（0，π）的图象沿x轴向右平移菁优网-jyeoo个单位长度，得到函数g（x）的图象，若函数g（x）满足g（|x|）=g（x），则φ的值为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换．菁优网版权所有

【专题】转化思想；综合法；三角函数的图像与性质．

【分析】利用函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换规律，得出结论．

【解答】解：将函数f（x）=3sin（2x+φ），φ∈（0，π）的图象沿x轴向右平移菁优网-jyeoo个单位长度，

得到函数g（x）=3sin（2x﹣菁优网-jyeoo+φ），的图象，若函数g（x）满足g（|x|）=g（x），则g（x）为偶函数，

故﹣菁优网-jyeoo+φ=kπ+菁优网-jyeoo，k∈Z，即φ=kπ+菁优网-jyeoo，∴令k=0，可得φ=菁优网-jyeoo，

故选：C．

【点评】本题主要考查函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换规律，属于基础题．

10．（5分）（2017春•桃城区校级月考）《九章算术》商功章有云：今有圆困，高一丈三尺三寸、少半寸，容米二千斛，问周几何？即一圆柱形谷仓，高1丈3尺菁优网-jyeoo寸，容纳米2000斛（1丈=10尺，1尺=10寸，斛为容积单位，1斛≈1.62立方尺，π≈3），则圆柱底面圆的周长约为（　　）

A．1丈3尺 B．5丈4尺 C．9丈2尺 D．48

【考点】旋转体（圆柱、圆锥、圆台）．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；空间位置关系与距离．

【分析】首先根据圆柱的体积公式：V=Sh，求得圆柱的底面积S，然后根据面积S=πr2，求得半径，进而即可求得周长．

【解答】解：由题意得：2000×1.62=S（10+3+菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo），

解得S=菁优网-jyeoo=243，

因为S=πr2，

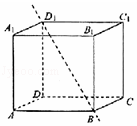
所以，r=9，

所以，周长=2πr=2×3×9=54（尺），

54尺=5丈4尺，

故选：B．

【点评】本题考查了圆柱的体积公式在实际中的应用，关键是熟记公式．

11．（5分）（2017•宁城县一模）如图，正方体ABCD﹣A1B1C1D1绕其体对角线BD1旋转θ之后与其自身重合，则θ的值可以是（　　）

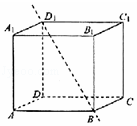
A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】棱柱的结构特征．菁优网版权所有

【专题】探究型；运动思想；数形结合法；立体几何．

【分析】由正方体的特点，对角线BD1垂直于平面AB1C，且三角形AB1C为等边三角形得答案．

【解答】解：如图，



正方体ABCD﹣A1B1C1D1中，对角线BD1垂直于平面AB1C，且三角形AB1C为等边三角形，

正方体绕对角线旋转120°能与原正方体重合．

故选：C．

【点评】本题考查棱柱的结构特征，考查空间想象能力和思维能力，是中档题．

12．（5分）（2017•漳州模拟）若函数菁优网-jyeoo在菁优网-jyeoo上单调递增，则实数a的取值范围为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．[1，+∞）

【考点】三角函数的化简求值．菁优网版权所有

【分析】利用导函数的性质研究原函的单调性即可得答案．

【解答】解：函数菁优网-jyeoo，

则f′（x）=﹣sin2x+3a（cosx+sinx）+4a﹣1．

∵函数f（x）在菁优网-jyeoo上单调递增，可得f′（菁优网-jyeoo）≥0，且f′（0）≥0，

即菁优网-jyeoo，解得：a≥1．

∴得实数a的取值范围为[1，+∞）．

故选D．

【点评】本题考查了导函数研究原函数的单调性的运用能力，属于基础题．

**二、填空题（每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上）**

13．（5分）（2017•河南一模）已知平面向量菁优网-jyeoo=（1，2），菁优网-jyeoo=（﹣2，m），且|菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo|，则|菁优网-jyeoo+2菁优网-jyeoo|=　5　．

【考点】平面向量的坐标运算．菁优网版权所有

【专题】计算题；方程思想；定义法；平面向量及应用．

【分析】利用平面向量坐标运算法则求出菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，由|菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo|，求出m=1，由此能求出|菁优网-jyeoo+2菁优网-jyeoo|的值．

【解答】解：∵平面向量菁优网-jyeoo=（1，2），菁优网-jyeoo=（﹣2，m），

∴菁优网-jyeoo=（﹣1，2+m），菁优网-jyeoo=（3，2﹣m），

∵|菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo|，

∴1+（2+m）2=9+（2﹣m）2，

解得m=1，

∴菁优网-jyeoo=（﹣2，1），菁优网-jyeoo=（﹣3，4），

|菁优网-jyeoo+2菁优网-jyeoo|=菁优网-jyeoo=5．

故答案为：5．

【点评】本题考查向量的模的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意平面向量坐标运算法则的合理运用．

14．（5分）（2016•上海）若x，y满足菁优网-jyeoo，则x﹣2y的最大值为　﹣2　．

【考点】简单线性规划．菁优网版权所有

【专题】计算题；数形结合；数形结合法；不等式的解法及应用．

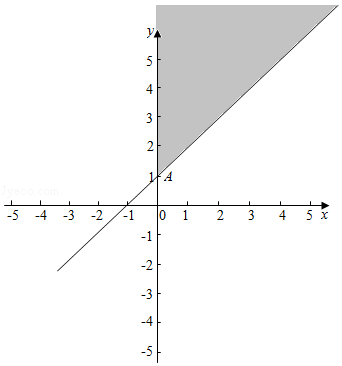
【分析】作出不等式组对应的平面区域，利用目标函数的几何意义，进行求最值即可．

【解答】解：画出可行域（如图），设z=x﹣2y⇒y=菁优网-jyeoox﹣菁优网-jyeooz，

由图可知，

当直线l经过点A（0，1）时，z最大，且最大值为zmax=0﹣2×1=﹣2．

故答案为：﹣2．



【点评】本题主要考查线性规划的基本应用，利用目标函数的几何意义是解决问题的关键，利用数形结合是解决问题的基本方法．

15．（5分）（2014•黄山一模）设△ABC的内角A，B，C所对的边长分别为a，b，c且acosB﹣bcosA=菁优网-jyeooc，则菁优网-jyeoo的值为　4　．

【考点】正弦定理的应用．菁优网版权所有

【专题】计算题．

【分析】先根据正弦定理得到sinAcosB﹣sinBcosA=菁优网-jyeoosinC，再由两角和与差的正弦公式进行化简可得到sinAcosB=4sinBcosA，然后转化为正切的形式可得到答案．

【解答】解：由acosB﹣bcosA=菁优网-jyeooc及正弦定理可得

sinAcosB﹣sinBcosA=菁优网-jyeoosinC，即sinAcosB﹣sinBcosA=菁优网-jyeoosin（A+B），

即5（sinAcosB﹣sinBcosA）=3（sinAcosB+sinBcosA），

即sinAcosB=4sinBcosA，因此tanA=4tanB，

所以菁优网-jyeoo=4．

故答案为：4

【点评】本题主要考查正弦定理的应用和切化弦的基本应用．三角函数的公式比较多，要注意公式的记忆和熟练应用．

16．（5分）（2016秋•鞍山期末）圆x2+y2=1的切线与椭圆菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1交于两点A，B，分别以A，B为切点的菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1的切线交于点P，则点P的轨迹方程为　菁优网-jyeoo　．

【考点】直线与椭圆的位置关系．菁优网版权所有

【专题】方程思想；参数法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】设圆的切线方程为：y=kx+b，A（x1，x2），B（x2，y2），则1+k2=b2，圆的切线PA、PB的方程分别为：3x1x+4y1y=12、3x2x+4y2y=12、求出交点即点P的参数方程为﹣菁优网-jyeoo，利用1+k2=b2消去k、b

【解答】解：设圆的切线方程为：y=kx+b，A（x1，x2），B（x2，y2），

则1+k2=b2，

椭圆的切线PA、PB的方程分别为：3x1x+4y1y=12、3x2x+4y2y=12，

则PA，PB的交点的纵坐标yp=菁优网-jyeoo…代入3x1x+4y1y=12得PA，PB的交点的横坐标xp=菁优网-jyeoo；

即点P的参数方程为﹣菁优网-jyeoo，

利用1+k2=b2消去k、b得菁优网-jyeoo，

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了圆、椭圆的切线方程、及参数法求轨迹方程，是中档题．

**三、解答题（本大题共5小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）**

17．（12分）（2017•新罗区校级模拟）设正项等比数列{bn}的前n项和为Sn，b3=4，S3=7，数列{an}满足an+1﹣an=n+1（n∈N\*），且a1=b1

（Ⅰ）求数列{an}的通项公式

（Ⅱ）求数列{菁优网-jyeoo}的前n项和．

【考点】数列递推式；数列的求和．菁优网版权所有

【专题】方程思想；转化思想；等差数列与等比数列．

【分析】（I）设正项等比数列{bn}的公比为q＞0，由b3=4，S3=7，可得菁优网-jyeoo=3菁优网-jyeoo=7，解得q．可得b1×22=4，解得b1，可得a1=b1．由数列{an}满足an+1﹣an=n+1（n∈N\*），利用an=（an﹣an﹣1）+（an﹣1﹣an﹣2）+…+（a2﹣a1）+a1即可得出．

（II）菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．利用“裂项求和”方法即可得出．

【解答】解：（I）设正项等比数列{bn}的公比为q＞0，∵b3=4，S3=7，

∴菁优网-jyeoo=3菁优网-jyeoo=7，解得q=2．∴b1×22=4，解得b1=1，∴a1=b1=1．

∵数列{an}满足an+1﹣an=n+1（n∈N\*），

∴an=（an﹣an﹣1）+（an﹣1﹣an﹣2）+…+（a2﹣a1）+a1

=n+（n﹣1）+…+2+1=菁优网-jyeoo．

（II）菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

∴数列{菁优网-jyeoo}的前n项和=菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo

=2菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了等差数列与等比数列的通项公式与求和公式、“累加求和”与“裂项求和”方法，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

18．（12分）（2016秋•株洲期末）某蛋糕店每天做若干个生日蛋糕，每个制作成本为50元，当天以每个100元售出，若当天白天售不出，则当晚已30元/个价格作普通蛋糕低价售出，可以全部售完．

（1）若蛋糕店每天做20个生日蛋糕，求当天的利润y（单位：元）关于当天生日蛋糕的需求量n（单位个，n∈N\*）的函数关系；

（2）蛋糕店记录了100天生日蛋糕的日需求量（单位：个）整理得下表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 日需求量n | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| 频数（天） | 10 | 20 | 20 | 14 | 13 | 13 | 10 |

（ⅰ）假设蛋糕店在这100天内每天制作20个生日蛋糕，求这100天的日利润（单位：元）的平均数；

（ⅱ）若蛋糕店一天制作20个生日蛋糕，以100天记录的各需求量的频率作为概率，求当天利润不少于900元的概率．

【考点】函数模型的选择与应用．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；函数的性质及应用．

【分析】（1）根每个制作成本为50元，当天以每个100元售出，若当天白天售不出，则当晚已30元/个价格作普通蛋糕低价售出，即可建立分段函数；

（2）（i）这100天的日利润的平均数，利用100天的销售量除以100即可得到结论；

（ii）当天的利润不少于900元，当且仅当日需求量不少于19枝，故可求当天的利润不少于900元的概率．

【解答】解：（1）当日需求量n≥20时，利润y=1000；当日需求量n＜20时，利润y=50n﹣20（20﹣n）=70n﹣400；（4分）

∴利润y关于当天需求量n的函数解析式y=菁优网-jyeoo（n∈N\*）（6分）

（2）（i）这100天的日利润的平均数为菁优网-jyeoo=937；（9分）

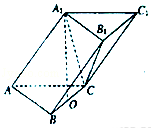
（ii）当天的利润不少于900元，当且仅当日需求量不少于19枝，故当天的利润不少于900元的概率为P=0.2+0.14+0.13+0.13+0.1=0.7．（12分）

【点评】本题考查函数解析式的确定，考查概率知识，考查利用数学知识解决实际问题，属于中档题．

19．（12分）（2017春•桃城区校级月考）在三棱柱ABC﹣A1B1C1中，已知菁优网-jyeoo，点A1在底面ABC的投影是线段BC的中点O．

（1）证明：在侧棱AA1上存在一点E，使得OE⊥平面BB1C1C，并求出AE的长；

（2）求三棱柱ABC﹣A1B1C的侧面积．



【考点】点、线、面间的距离计算；棱柱、棱锥、棱台的侧面积和表面积．菁优网版权所有

【专题】计算题；数形结合；综合法；空间位置关系与距离．

【分析】（1）连接AO，在△AOA1中，作OE⊥AA1于点E，证明得OE⊥BB1，A1O⊥BC，推出AO⊥BC，然后证明BC⊥平面AA1O，推出BC⊥OE，证明OE⊥平面BB1C1C，然后求解AE即可．

（2）连接BE，EC，OE⊥平面BB1C1C，可得AA1⊥平面EBC，然后求解三棱柱ABC﹣A1B1C的侧面积．

【解答】（1）证明：连接AO，在△AOA1中，作OE⊥AA1于点E，因为AA1∥BB1，

得OE⊥BB1，因为A1O⊥平面ABC，所以A1O⊥BC，

因为AB=AC，OB=OC，得AO⊥BC，所以BC⊥平面AA1O，

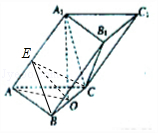
所以BC⊥OE，所以OE⊥平面BB1C1C，

又菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo…（5分）

（2）解：由（1）连接BE，EC，OE⊥平面BB1C1C，可得AA1⊥平面EBC，

∴EB=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

三棱柱ABC﹣A1B1C的侧面积：2×菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo+4×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo…（12分）



【点评】本题考查直线与平面垂直的判定定理的应用，棱柱的侧面积的求法，考查计算能力以及空间想象能力．

20．（12分）（2017春•桃城区校级月考）在直角坐标系xOy中，曲线C：x2=4y与直线y=kx+a（a＞0）交与M，N两点．

（1）当k=0时，分别求C在点M和N处的切线方程；

（2）y轴上是否存在点P，使得当k变动时，总有∠OPM=∠OPN？说明理由．

【考点】利用导数求闭区间上函数的最值；利用导数研究曲线上某点切线方程．菁优网版权所有

【专题】转化思想；转化法；导数的综合应用．

【分析】（1）联立 菁优网-jyeoo，可得交点M，N的坐标，由曲线C：y=菁优网-jyeoo，利用导数的运算法则可得：y′=菁优网-jyeoo，利用导数的几何意义、点斜式即可得出切线方程．

（2）存在符合条件的点（0，﹣a），设P（0，b）满足∠OPM=∠OPN．M（x1，y1），N（x2，y2），直线PM，PN的斜率分别为：k1，k2．直线方程与抛物线方程联立化为x2﹣4kx﹣4a=0，利用根与系数的关系、斜率计算公式可得k1+k2=菁优网-jyeoo．k1+k2=0⇔直线PM，PN的倾斜角互补⇔∠OPM=∠OPN．即可证明．

【解答】解：（1）联立 菁优网-jyeoo，可得菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，或菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

∵菁优网-jyeoo，故菁优网-jyeoo在x=菁优网-jyeoo处的到数值为菁优网-jyeoo，

C在菁优网-jyeoo处的切线方程为菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo．

故菁优网-jyeoo在x=﹣菁优网-jyeoo处的导数值为﹣菁优网-jyeoo，

C在菁优网-jyeoo处的切线方程为菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo．

故所求切线方程为菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo．

（2）存在符合题意的点，证明如下：

设P（0，b）为复合题意得点，M（x1，y1），N（x2，y2），直线PM，PN的斜率分别为k1，k2．

将y=kx+a代入C得方程整理得x2﹣4kx﹣4a=0．

∴x1+x2=4k，x1x2=﹣4a．

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

当b=﹣a时，有k1+k2=0，则直线PM的倾斜角与直线PN的倾斜角互补，

故∠OPM=∠OPN，所以P（0，﹣a）符合题意．

【点评】本题考查了导数的运算法则、利用导数的几何意义研究切线方程、直线与抛物线相交问题转化为方程联立可得根与系数的关系、斜率计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

21．（12分）（2015•新课标Ⅰ）已知函数f（x）=x3+ax+菁优网-jyeoo，g（x）=﹣lnx

（i）当 a为何值时，x轴为曲线y=f（x）的切线；

（ii）用min {m，n }表示m，n中的最小值，设函数h（x）=min { f（x），g（x）}（x＞0），讨论h（x）零点的个数．

【考点】利用导数研究曲线上某点切线方程；导数在最大值、最小值问题中的应用．菁优网版权所有

【专题】创新题型；导数的综合应用．

【分析】（i）f′（x）=3x2+a．设曲线y=f（x）与x轴相切于点P（x0，0），则f（x0）=0，f′（x0）=0解出即可．

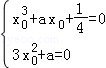
（ii）对x分类讨论：当x∈（1，+∞）时，g（x）=﹣lnx＜0，可得函数h（x）=min { f（x），g（x）}≤g（x）＜0，即可得出零点的个数．

当x=1时，对a分类讨论：a≥﹣菁优网-jyeoo，a＜﹣菁优网-jyeoo，即可得出零点的个数；

当x∈（0，1）时，g（x）=﹣lnx＞0，因此只考虑f（x）在（0，1）内的零点个数即可．对a分类讨论：①当a≤﹣3或a≥0时，②当﹣3＜a＜0时，利用导数研究其单调性极值即可得出．

【解答】解：（i）f′（x）=3x2+a．

设曲线y=f（x）与x轴相切于点P（x0，0），则f（x0）=0，f′（x0）=0，

∴，解得菁优网-jyeoo，a=菁优网-jyeoo．

因此当a=﹣菁优网-jyeoo时，x轴为曲线y=f（x）的切线；

（ii）当x∈（1，+∞）时，g（x）=﹣lnx＜0，

∴函数h（x）=min { f（x），g（x）}＜0，

故h（x）在x∈（1，+∞）时无零点．

当x=1时，若a≥﹣菁优网-jyeoo，则f（1）=a+菁优网-jyeoo≥0，

∴h（x）=min { f（1），g（1）}=g（1）=0，故x=1是函数h（x）的一个零点；

若a＜﹣菁优网-jyeoo，则f（1）=a+菁优网-jyeoo＜0，∴h（x）=min { f（1），g（1）}=f（1）＜0，故x=1不是函数h（x）的零点；

当x∈（0，1）时，g（x）=﹣lnx＞0，因此只考虑f（x）在（0，1）内的零点个数即可．

①当a≤﹣3或a≥0时，f′（x）=3x2+a在（0，1）内无零点，因此f（x）在区间（0，1）内单调，

而f（0）=菁优网-jyeoo，f（1）=a+菁优网-jyeoo，∴当a≤﹣3时，函数f（x）在区间（0，1）内有一个零点，

当a≥0时，函数f（x）在区间（0，1）内没有零点．

②当﹣3＜a＜0时，函数f（x）在菁优网-jyeoo内单调递减，在菁优网-jyeoo内单调递增，故当x=菁优网-jyeoo时，f（x）取得最小值菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

若菁优网-jyeoo＞0，即菁优网-jyeoo，则f（x）在（0，1）内无零点．

若菁优网-jyeoo=0，即a=﹣菁优网-jyeoo，则f（x）在（0，1）内有唯一零点．

若菁优网-jyeoo＜0，即菁优网-jyeoo，由f（0）=菁优网-jyeoo，f（1）=a+菁优网-jyeoo，

∴当菁优网-jyeoo时，f（x）在（0，1）内有两个零点．当﹣3＜a菁优网-jyeoo时，f（x）在（0，1）内有一个零点．

综上可得：a＜菁优网-jyeoo时，函数h（x）有一个零点．

当菁优网-jyeoo时，h（x）有一个零点；

当a=菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo时，h（x）有两个零点；

当菁优网-jyeoo时，函数h（x）有三个零点．

【点评】本题考查了导数的运算法则、利用导数的几何意义研究切线方程、利用导数研究函数的单调性极值，考查了分类讨论思想方法、推理能力与计算能力，属于难题．

**请考生在22、23两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22．（10分）（2017•河南一模）已知极坐标系的极点为直角坐标系xOy的原点，极轴为x轴的正半轴，两种坐标系中的长度单位相同，圆C的直角坐标系方程为x2+y2+2x﹣2y=0，直线l的参数方程为菁优网-jyeoo（t为参数），射线OM的极坐标方程为θ=菁优网-jyeoo

（Ⅰ）求圆C和直线l的极坐标方程

（Ⅱ）已知射线OM与圆C的交点为O，P，与直线l的交点为Q，求线段PQ的长．

【考点】参数方程化成普通方程；简单曲线的极坐标方程．菁优网版权所有

【专题】转化思想；转化法；直线与圆．

【分析】（I）根据已知中圆C的直角坐标系方程，可得圆C的极坐标方程；

先由直线l的参数方程消参得到直线l的普通方程，进而可得直线l的极坐标方程

（Ⅱ）已知射线OM与圆C的交点为O，P，将θ=菁优网-jyeoo代和，可得P，Q点的极坐标，进而得到线段PQ的长．

【解答】解：（I）∵圆C的直角坐标系方程为x2+y2+2x﹣2y=0，

∴圆C的极坐标方程为：ρ2+2ρcosθ﹣2ρsinθ=0，

即ρ+2cosθ﹣2sinθ=0，

即菁优网-jyeoo，

∵直线l的参数方程为菁优网-jyeoo（t为参数），

消参得：x﹣y+1=0，

∴直线l的极坐标方程为：ρcosθ﹣ρsinθ+1=0，

即sinθ﹣cosθ=菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）当θ=菁优网-jyeoo时，|OP|=菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo，

故点P的极坐标为（2菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），

|OQ|=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故点Q的极坐标为（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），

故线段PQ的长为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查的知识点是参数方程和极坐标，熟练掌握参数方程与普通方程及极坐标方程之间的转化方式，是解答的关键．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2015•陕西）已知关于x的不等式|x+a|＜b的解集为{x|2＜x＜4}

（Ⅰ）求实数a，b的值；

（Ⅱ）求菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo的最大值．

【考点】不等关系与不等式．菁优网版权所有

【专题】不等式的解法及应用．

【分析】（Ⅰ）由不等式的解集可得ab的方程组，解方程组可得；

（Ⅱ）原式=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，由柯西不等式可得最大值．

【解答】解：（Ⅰ）关于x的不等式|x+a|＜b可化为﹣b﹣a＜x＜b﹣a，

又∵原不等式的解集为{x|2＜x＜4}，

∴菁优网-jyeoo，解方程组可得菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）由（Ⅰ）可得菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo≤菁优网-jyeoo

=2菁优网-jyeoo=4，

当且仅当菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo即t=1时取等号，

∴所求最大值为4

【点评】本题考查不等关系与不等式，涉及柯西不等式求最值，属基础题．