**2016-2017衡水中学高三（上）三调理科数学试题（[Word版含解析](http://gao.qida100.com/shiti/20170910/1006.html" \o "2017年河北省石家庄市质量检测理科数学二模试卷（Word版含解析）" \t "http://gao.qida100.com/_blank)）**

**一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）**

1．（5分）（2016秋•龙泉驿区校级期中）已知集合P={x|log2x＜﹣1}，Q={x||x|＜1}，则P∩Q=（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．（0，1） D．菁优网-jyeoo

【考点】交集及其运算．菁优网版权所有

【专题】计算题；函数思想；定义法；集合．

【分析】利用绝对值表达式的解法求出集合Q，对数不等式的解法求出P，然后求解交集．

【解答】解：log2x＜﹣1，即log2x＜log2菁优网-jyeoo，解得0＜x＜菁优网-jyeoo，即P=（0，菁优网-jyeoo），

Q={x||x|＜1}=（﹣1，1）

则P∩Q=（0，菁优网-jyeoo），

故选：A．

【点评】本题考查绝对值不等式的解法对数不等式的解法，交集的运算，基本知识的考查．

2．（5分）（2016•衡阳校级模拟）已知i为虚数单位，复数z满足（1+菁优网-jyeooi）2z=1﹣i3，则|z|为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】复数求模．菁优网版权所有

【专题】方程思想；转化思想；数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的运算法则、模的计算公式即可得出．

【解答】解：∵（1+菁优网-jyeooi）2z=1﹣i3，

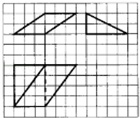
∴z=菁优网-jyeoo，

∴|z|=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：C．

【点评】本题考查了复数的运算法则、模的计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

3．（5分）（2016秋•衡水校级月考）如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗线或虚线画出某几何体的三视图，该几何体的体积为（　　）



A．8 B．12 C．18 D．24

【考点】由三视图求面积、体积．菁优网版权所有

【专题】作图题；立体几何．

【分析】由已知中的三视图，可知该几何体是一个底面为矩形的斜四棱柱，切去看一半．求出底面面积，代入棱柱体积公式，可得几何体的体积．

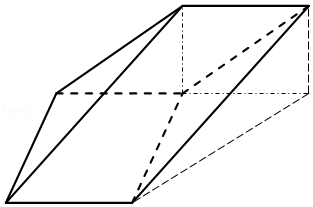
【解答】解：由已知中的三视图，可知该几何体是一个底面为矩形的斜四棱，切去看一半，

底面为矩形长为4，宽为3，斜四棱柱的高是2，

棱柱体积公式：V=Sh

可得：V=菁优网-jyeoo×4×3×2=12

故选B．



【点评】本题考查了三视图的投影认识和理解，边长的关系以及斜四棱柱体积的计算．属于基础题．

4．（5分）（2016秋•桂林期末）已知命题p：方程x2﹣2ax﹣1=0有两个实数根；命题q：函数f（x）=x+菁优网-jyeoo的最小值为4．给出下列命题：

①p∧q；②p∨q；③p∧￢q；④￢p∨￢q．

则其中真命题的个数为（　　）

A．1 B．2 C．3 D．4

【考点】复合命题的真假．菁优网版权所有

【专题】方程思想；转化思想；函数的性质及应用；简易逻辑．

【分析】先判定命题p，q的真假，再利用复合命题真假的判定方法即可得出．

【解答】解：命题p：方程x2﹣2ax﹣1=0有两个实数根，∀a∈R，可得△≥0，因此是真命题．

命题q：x＜0时，函数f（x）=x+菁优网-jyeoo＜0，因此是假命题．

下列命题：①p∧q是假命题；②p∨q是真命题；③p∧￢q是真命题；④￢p∨￢q是真命题．

则其中真命题的个数为3．

故选：C．

【点评】本题考查了函数的性质、一元二次方程的实数根与判别式的关系、复合命题真假的判定方法，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

5．（5分）（2011•新课标）由曲线y=菁优网-jyeoo，直线y=x﹣2及y轴所围成的图形的面积为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．4 C．菁优网-jyeoo D．6

【考点】定积分在求面积中的应用．菁优网版权所有

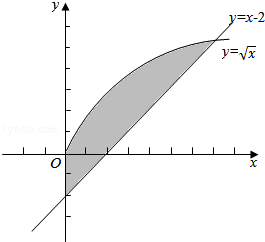
【专题】计算题．

【分析】利用定积分知识求解该区域面积是解决本题的关键，要确定出曲线y=菁优网-jyeoo，直线y=x﹣2的交点，确定出积分区间和被积函数，利用导数和积分的关系完成本题的求解．

【解答】解：联立方程菁优网-jyeoo得到两曲线的交点（4，2），

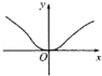
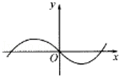
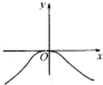
因此曲线y=菁优网-jyeoo，直线y=x﹣2及y轴所围成的图形的面积为：

S=菁优网-jyeoo．故选C．



【点评】本题考查曲边图形面积的计算问题，考查学生分析问题解决问题的能力和意识，考查学生的转化与化归能力和运算能力，考查学生对定积分与导数的联系的认识，求定积分关键要找准被积函数的原函数，属于定积分的简单应用问题．

6．（5分）（2016秋•岳麓区校级月考）函数f（x）=（菁优网-jyeoo﹣1）cosx的图象的大致形状是（　　）

A． B． C． D．

【考点】函数的图象．菁优网版权所有

【专题】函数的性质及应用．

【分析】分析函数奇偶性和x∈（0，菁优网-jyeoo）时函数图象的位置，排除错误答案，可得结论．

【解答】解：∵f（x）=（菁优网-jyeoo﹣1）cosx，

∴f（﹣x）=（菁优网-jyeoo﹣1）cos（﹣x）=（菁优网-jyeoo﹣1）cosx=﹣（菁优网-jyeoo﹣1）cosx=﹣f（x），

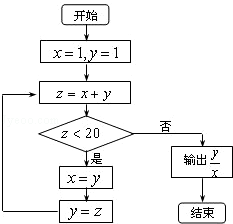
故函数f（x）为奇函数，故函数图象关于原点对称，可排除A，C，

又由当x∈（0，菁优网-jyeoo），f（x）＜0，函数图象位于第四象限，可排除D，

故选：B

【点评】本题考查的知识点是函数的图象，由于函数非基本初等函数，故利用排除法，是解答的最佳选择．

7．（5分）（2013•济南一模）阅读程序框图，运行相应的程序，输出的结果为（　　）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】程序框图．菁优网版权所有

【专题】图表型．

【分析】分析程序中各变量、各语句的作用，再根据流程图所示的顺序，可知：该程序的作用是利用循环计算变量x，y的值，最后输出菁优网-jyeoo的值，模拟程序的运行，用表格对程序运行过程中各变量的值进行分析，不难得到输出结果．

【解答】解：程序在运行过程中各变量的值如下表示：

是否继续循环 x y z

循环前/1 1 2

第一圈 是 1 2 3

第二圈 是 2 3 5

第三圈 是 3 5 8

第四圈 是 5 8 13

第五圈 是 8 13 21

第六圈 否

此时菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

故答案为：菁优网-jyeoo

【点评】根据流程图（或伪代码）写程序的运行结果，是算法这一模块最重要的题型，其处理方法是：：①分析流程图（或伪代码），从流程图（或伪代码）中即要分析出计算的类型，又要分析出参与计算的数据（如果参与运算的数据比较多，也可使用表格对数据进行分析管理）⇒②建立数学模型，根据第一步分析的结果，选择恰当的数学模型③解模．

8．（5分）（2017•乐山二模）定义在R上的函数f（x）满足：f（x）+f′（x）＞1，f（0）=4，则不等式exf（x）＞ex+3（其中e为自然对数的底数）的解集为（　　）

A．（0，+∞） B．（﹣∞，0）∪（3，+∞） C．（﹣∞，0）∪（0，+∞） D．（3，+∞）

【考点】利用导数研究函数的单调性；导数的运算．菁优网版权所有

【专题】导数的综合应用．

【分析】构造函数g（x）=exf（x）﹣ex，（x∈R），研究g（x）的单调性，结合原函数的性质和函数值，即可求解

【解答】解：设g（x）=exf（x）﹣ex，（x∈R），

则g′（x）=exf（x）+exf′（x）﹣ex=ex[f（x）+f′（x）﹣1]，

∵f（x）+f′（x）＞1，

∴f（x）+f′（x）﹣1＞0，

∴g′（x）＞0，

∴y=g（x）在定义域上单调递增，

∵exf（x）＞ex+3，

∴g（x）＞3，

又∵g（0）═e0f（0）﹣e0=4﹣1=3，

∴g（x）＞g（0），

∴x＞0

故选：A．

【点评】本题考查函数单调性与奇偶性的结合，结合已知条件构造函数，然后用导数判断函数的单调性是解题的关键．

9．（5分）（2016•湘阴县一模）若实数a，b，c，d满足（b+a2﹣3lna）2+（c﹣d+2）2=0，则（a﹣c）2+（b﹣d）2的最小值为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．2 C．2菁优网-jyeoo D．8

【考点】导数在最大值、最小值问题中的应用；两点间距离公式的应用．菁优网版权所有

【专题】综合题；导数的综合应用．

【分析】由题设b+a2﹣3lna=0，设b=y，a=x，得到y=3lnx﹣x2；c﹣d+2=0，设c=x，d=y，得到y=x+2，所以（a﹣c）2+（b﹣d）2就是曲线y=3lnx﹣x2与直线y=x+2之间的最小距离的平方值，由此能求出（a﹣c）2+（b﹣d）2的最小值．

【解答】解解：∵实数a、b、c、d满足：

（b+a2﹣3lna）2+（c﹣d+2）2=0，

∴b+a2﹣3lna=0，设b=y，a=x，则有：y=3lnx﹣x2，且c﹣d+2=0，设c=x，d=y，则有：y=x+2，

∴（a﹣c）2+（b﹣d）2就是曲线y=3lnx﹣x2与直线y=x+2之间的最小距离的平方值，

对曲线y=3lnx﹣x2求导：y′（x）=菁优网-jyeoo﹣2x，

与y=x+2平行的切线斜率k=1=菁优网-jyeoo﹣2x，解得：x=1或x=﹣菁优网-jyeoo（舍），

把x=1代入y=3lnx﹣x2，得：y=﹣1，即切点为（1，﹣1），

切点到直线y=x+2的距离：菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo，

∴（a﹣c）2+（b﹣d）2的最小值就是8．

故选：D．

【点评】本题考查对数运算法则的应用，是中档题，解题时要注意点到直线的距离公式的合理运用．

10．（5分）（2014•济南二模）已知f（x）=菁优网-jyeoo，存在x2＞x1≥0使得f（x1）=f（x2），则x1•f（x2）的取值范围（　　）

A．[菁优网-jyeoo，2） B．[菁优网-jyeoo，2） C．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo） D．[菁优网-jyeoo，2）

【考点】分段函数的应用．菁优网版权所有

【专题】函数的性质及应用．

【分析】根据函数的解析式画出函数的图象，根据题意数形结合求得x1•f（x2）的取值范围．

【解答】解：①当0≤x＜1时，1≤f（x）＜2，

②当x＞1时，f（x）≥1.5，当x=菁优网-jyeoo时，f（x）=2，

如图所示，若存在x2＞x1≥0使得f（x1）=f（x2）=k，则菁优网-jyeoo≤x1＜1≤x2＜菁优网-jyeoo，

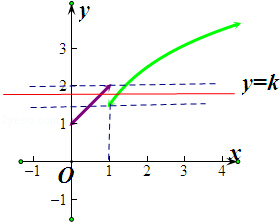
则1.5≤f（x2）≤2，

∴菁优网-jyeoo≤x1•f（x2）＜1×2，

即菁优网-jyeoo≤x1•f（x2）＜2，

故x1•f（x2）的取值范围为[菁优网-jyeoo，2），

故选：A．



【点评】本题考查函数的单调性，考查学生分析解决问题的能力，体现了数形结合的数学思想，属于中档题．

11．（5分）（2016•衡阳校级模拟）设函数f（x）=菁优网-jyeoox3+x2﹣3x，若方程|f（x）|2+t|f（x）|+1=0有12个不同的根，则实数t的取值范围为（　　）

A．（﹣菁优网-jyeoo，﹣2） B．（﹣∞，﹣2） C．﹣菁优网-jyeoo＜t＜﹣2 D．（﹣1，2）

【考点】根的存在性及根的个数判断．菁优网版权所有

【专题】数形结合；转化思想；换元法；函数的性质及应用．

【分析】求出函数f（x）的导数，判断函数的单调性和极值，利用换元法设|f（x）|=m，转化为一元二次函数根的分布进行求解即可．

【解答】解：菁优网-jyeoo，

得x=﹣3，x=1，

由f′（x）＞0得x＞1或x＜﹣3，即函数在（﹣∞，﹣3），（1，+∞）单调递增，

由f′（x）＜0得﹣3＜x＜1，则函数在（﹣3，1）单调递减，

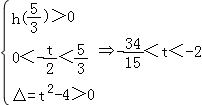
则函数的极大值为f（﹣3）=9，函数的极小值为菁优网-jyeoo，

根据函数的图象可知，

设|f（x）|=m，可知m2+tm+1=0，原方程有12个不同的根，

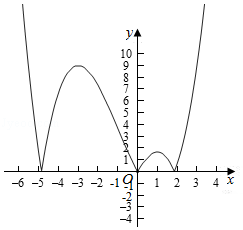
则m2+tm+1=0方程应在菁优网-jyeoo内有两个不同的根，

设h（m）=m2+tm+1，

则，

所以取值的范围菁优网-jyeoo．

故选：C



【点评】本题主要考查函数与方程的应用，求函数的导数判断函数的极值和单调性，以及利用换元法转化为一元二次函数是解决本题的关键．综合性较强，难度较大．

12．（5分）（2016秋•衡水校级月考）设曲线f（x）=﹣ex﹣x（e为自然对数的底数）上任意一点处的切线为l1，总存在曲线g（x）=3ax+2cosx上某点处的切线l2，使得l1⊥l2，则实数a的取值范围为（　　）

A．[﹣1，2] B．（3，+∞） C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】利用导数研究曲线上某点切线方程．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；综合法；导数的综合应用．

【分析】求出函数f（x）=﹣ex﹣x的导函数，进一步求得菁优网-jyeoo∈（0，1），再求出g（x）的导函数的范围，然后把过曲线f（x）=﹣ex﹣x上任意一点的切线为l1，总存在过曲线g（x）=3ax+2cosx上一点处的切线l2，使得l1⊥l2转化为集合间的关系求解．

【解答】解：由f（x）=﹣ex﹣x，得f′（x）=﹣ex﹣1，

∵ex+1＞1，∴菁优网-jyeoo∈（0，1），

由g（x）=3ax+2cosx，得g′（x）=3a﹣2sinx，

又﹣2sinx∈[﹣2，2]，

∴3a﹣2sinx∈[﹣2+3a，2+3a]，

要使过曲线f（x）=﹣ex﹣x上任意一点的切线为l1，

总存在过曲线g（x）=3ax+2cosx上一点处的切线l2，使得l1⊥l2，

则菁优网-jyeoo，解得﹣菁优网-jyeoo≤a≤菁优网-jyeoo．

故选D．

【点评】本题考查了利用导数研究过曲线上的某点的切线方程，考查了数学转化思想方法，解答此题的关键是把问题转化为集合间的关系求解，是中档题．

**二、填空题（每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上）**

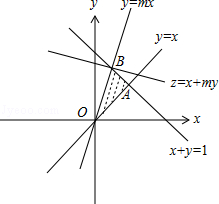
13．（5分）（2015•南昌校级二模）设m＞1，在约束条件菁优网-jyeoo下，目标函数z=x+my的最大值等于2，则m=　菁优网-jyeoo　．

【考点】简单线性规划．菁优网版权所有

【专题】不等式的解法及应用．

【分析】根据m＞1，可以判断直线y=mx的倾斜角位于区间（菁优网-jyeoo）上，由此判断出满足约束条件件菁优网-jyeoo的平面区域的形状，再根据目标函数z=x+my对应的直线与直线y=mx垂直，且在直线y=mx与直线x+y=1交点处取得最大值，由此可得关于m的方程，从而求得m值．

【解答】解：∵m＞1，由约束条件菁优网-jyeoo作出可行域如图，



直线y=mx与直线x+y=1交于（菁优网-jyeoo），

目标函数z=x+my对应的直线与直线y=mx垂直，且在（菁优网-jyeoo）处取得最大值，

由题意可知菁优网-jyeoo，又∵m＞1，解得m=1+菁优网-jyeoo．

故答案为：1+菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查的知识点是简单线性规划的应用，其中根据平面直线方程判断出目标函数z=x+my对应的直线与直线y=mx垂直，且在（菁优网-jyeoo）点取得最大值，并由此列出关于m的方程是解答本题的关键，是中档题．

14．（5分）（2016秋•袁州区校级期中）函数y=ex﹣mx在区间（0，3]上有两个零点，则m的取值范围是　e＜m≤菁优网-jyeoo　．

【考点】函数的零点．菁优网版权所有

【专题】导数的综合应用．

【分析】由y=ex﹣mx=0得m=菁优网-jyeoo，构造函数f（x）=菁优网-jyeoo，利用导数求出函数的取值情况，即可求出m的取值范围．

【解答】解：由y=ex﹣mx=0得m=菁优网-jyeoo，

设f（x）=菁优网-jyeoo，

则f'（x）=菁优网-jyeoo，

由f'（x）＞0，解得1＜x≤3，此时函数单调递增，

由f'（x）＜0，解得0＜x＜1，此时函数单调递减，

∴当x=1时，函数f（x）取得极小值，同时也是最小值f（1）=e，

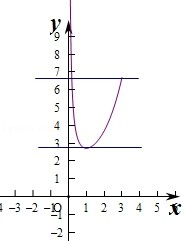
∵当x→0时，f（x）→+∞，

当x=3时，f（3）=菁优网-jyeoo，

∴要使函数y=ex﹣mx在区间（0，3]上有两个零点，

则e＜m≤菁优网-jyeoo，

故答案为：e＜m≤菁优网-jyeoo．



【点评】本题主要考查函数零点的应用，利用条件构造函数，利用导数是解决本题的关键，综合性较强．

15．（5分）（2015春•保定校级期末）已知函数f（x）=x3+3mx2+nx+m2在x=﹣1时有极值0，则m+n=　11　．

【考点】函数在某点取得极值的条件．菁优网版权所有

【专题】计算题．

【分析】对函数进行求导，根据函数f（x）在x=﹣1有极值0，可以得到f（﹣1）=0，f′（﹣1）=0，代入求解即可

【解答】解：∵f（x）=x3+3mx2+nx+m2

∴f′（x）=3x2+6mx+n

依题意可得菁优网-jyeoo

联立可得菁优网-jyeoo

当m=1，n=3时函数f（x）=x3+3x2+3x+1，f′（x）=3x2+6x+3=3（x+1）2≥0

函数在R上单调递增，函数无极值，舍

故答案为：11

【点评】本题主要考查函数在某点取得极值的性质：若函数在取得极值⇒f′（x0）=0．反之结论不成立，即函数有f′（x0）=0，函数在该点不一定是极值点，（还得加上在两侧有单调性的改变），属基础题．

16．（5分）（2014•唐山一模）定义在R上的函数f（x）满足：f（﹣x）+f（x）=x2，当x＜0时，f′（x）＜x，则不等式f（x）+菁优网-jyeoo≥f（1﹣x）+x的解集为　（﹣∞，菁优网-jyeoo]　．

【考点】抽象函数及其应用．菁优网版权所有

【专题】函数的性质及应用；导数的概念及应用．

【分析】可先对f（﹣x）+f（x）=x2，两边对x取导数，根据x＜0时，f′（x）＜x，推出x＞0时，f′（x）＜x，求出f（0）=0，且f′（0）≤0，得到x∈R，都有f′（x）＜x．构造函数F（x）=f（x）+菁优网-jyeoo﹣f（1﹣x）﹣x，求导并推出F′（x）＜0，且F（菁优网-jyeoo）=0，运用函数的单调性即可解出不等式．

【解答】解：∵定义在R上的函数f（x）满足：

f（﹣x）+f（x）=x2，

两边对x求导，得﹣f′（﹣x）+f′（x）=2x，

∴f′（x）=f′（﹣x）+2x，

令x＞0，则﹣x＜0，

∵当x＜0时，f′（x）＜x，

∴f′（﹣x）＜﹣x，

∴f′（x）＜2x﹣x，即f′（x）＜x，

又f（0）=0，直线y=x过原点，

∴f′（0）≤0，

∴x∈R，都有f′（x）≤x，

令F（x）=f（x）+菁优网-jyeoo﹣f（1﹣x）﹣x，则

F′（x）=f′（x）+f′（1﹣x）﹣1＜x+1﹣x﹣1=0，

即F（x）是R上的单调减函数，且F（菁优网-jyeoo）=0，

∴不等式f（x）+菁优网-jyeoo≥f（1﹣x）+x，

即F（x）≥0，即F（x）≥F（菁优网-jyeoo），

∴x菁优网-jyeoo．

∴原不等式的解集为（﹣∞，菁优网-jyeoo]．

故答案为：（﹣∞，菁优网-jyeoo]．

【点评】本题主要考查运用导数研究函数的单调性，并应用单调性解不等式，同时考查构造函数研究函数的性质的能力，如何运用条件，两边对x求导，是解决此类题的关键，值得重视．

**三、解答题（本大题共5小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）**

17．（12分）（2016秋•新华区校级月考）在△ABC中，a，b，c分别为角A，B，C所对的边，且菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

（1）求角A的大小；

（2）若△ABC的面积为3，求a的值．

【考点】正弦定理；余弦定理．菁优网版权所有

【专题】解三角形．

【分析】（Ⅰ）利用正弦定理把已知等式中的边转化成角的正弦，化简整理可用tanA分别表示出tanB和tanC，进而利用两角和公式求得tanA，进而求得A．

（Ⅱ）利用tanA，求得tanB和tanC的值，利用同角三角函数关系取得sinB和sinC，进而根据正弦定理求得b和a的关系式，代入面积公式求得a．

【解答】解：（Ⅰ）∵菁优网-jyeoo．

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

即tanA=菁优网-jyeootanB=菁优网-jyeootanC，tanB=2tanA，tanC=3tanA，

∵tanA=﹣tan（B+C）=﹣菁优网-jyeoo，

∴tanA=﹣菁优网-jyeoo，整理求得tan2A=1，tanA=±1，

当tanA=﹣1时，tanB=﹣2，则A，B均为钝角，与A+B+C=π矛盾，故舍去，

∴tanA=1，A=菁优网-jyeoo．

（Ⅱ）∵tanA=1，tanB=2tanA，tanC=3tanA，

∴tanB=2，tanC=3，

∴sinB=菁优网-jyeoo，sinC=菁优网-jyeoo，

∴cosB=菁优网-jyeoo，cosC=菁优网-jyeoo

sinA=sin（π﹣（B+C））=sin（B+C）=sinBcosC+cosBsinC=菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

∵菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴b=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeooa，

∵S△ABC=菁优网-jyeooabsinC=菁优网-jyeooa•菁优网-jyeoo•a×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=3，

∴a2=5，a=菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查了正弦定理的应用．正、余弦定理在解三角形时，进行边角关系转换时的桥梁作用，并利用正、余弦定理对三角恒等式进行证明以及对三角形形状进行判断．

18．（12分）（2016春•桂林校级期中）函数f（x）=lnx﹣菁优网-jyeooax2﹣2x．

（Ⅰ）当a=3时，求f（x）的单调区间；

（Ⅱ）若∀a∈（﹣1，+∞），∃x∈（1，e），有f（x）﹣b＜0，求实数b的取值范围．

【考点】利用导数求闭区间上函数的最值；利用导数研究函数的单调性．菁优网版权所有

【专题】转化思想；综合法；导数的概念及应用．

【分析】（Ⅰ）当a=3时，求得f（x）的解析式，令f′（x）＞0，求得函数的单调递增区间，f′（x）＜0，求得f（x）的单调递减区间；

（2）将原不等式转化成b＞f（x）的最小值，由函数性质可知h（a）=﹣菁优网-jyeooax2﹣2x+lnx在（﹣1，+∞）上是减函数，可知b≥菁优网-jyeoox2﹣2x+lnx，构造辅助函数g（x）=菁优网-jyeoox2﹣2x+lnx，求导，根据函数的单调性，求得g（x）的最小值，即可求得实数b的取值范围．

【解答】解：（Ⅰ）由当a=3时，f（x）=lnx﹣菁优网-jyeoox2﹣2x．求导f′（x）=﹣菁优网-jyeoo（x＞0），

令f′（x）=0，解得：x=菁优网-jyeoo，

∴x∈（0，菁优网-jyeoo）时，f′（x）＞0，f（x）单调递增，

x∈（菁优网-jyeoo，+∞）时，f′（x）＜0，f（x）单调递减，

∴f（x）的单调递增区间（0，菁优网-jyeoo），单调递减区间为（菁优网-jyeoo，+∞）；..…（6分）

（Ⅱ）由∀a∈（﹣1，+∞），lnx﹣菁优网-jyeooax2﹣2x＜b恒成立，则b＞f（x）的最小值，…（7分）

由函数h（a）=lnx﹣菁优网-jyeooax2﹣2x=﹣菁优网-jyeooax2﹣2x+lnx在（﹣1，+∞）上是减函数，

∴h（a）＜h（﹣1）=菁优网-jyeoox2﹣2x+lnx，

∴b≥菁优网-jyeoox2﹣2x+lnx，..…（8分）

由∃x∈（1，e），使不等式b≥菁优网-jyeoox2﹣2x+lnx成立，

∴菁优网-jyeoo．…（10分）

令g（x）=菁优网-jyeoox2﹣2x+lnx，求导g′（x）=x﹣2﹣菁优网-jyeoo≥0，

∴函数g（x）在（1，e）上是增函数，

于是菁优网-jyeoo，

故菁优网-jyeoo，即b的取值范围是菁优网-jyeoo…（12分）

【点评】本题考查导数知识的运用，考查利用函数的导数研究函数单调性及极值，考查存在性问题的研究，考查转化思想，属于中档题．

19．（12分）（2014•新余二模）在△ABC中，角A、B、C的对边分别为a，b，c，且4bsinA=菁优网-jyeooa．

（Ⅰ）求sinB的值；

（Ⅱ）若a，b，c成等差数列，且公差大于0，求cosA﹣cosC的值．

【考点】正弦定理；等差数列的性质．菁优网版权所有

【专题】三角函数的求值．

【分析】（I）已知等式利用正弦定理化简，求出sinB的值即可；

（Ⅱ）由a，b，c成等差数列，利用等差数列的性质列出关系式，利用正弦定理化简得到①，设设cosA﹣cosC=x，②，①2+②2，得到③，由a，b，c的大小判断出A，B，C的大小，确定出cosA大于cosC，利用诱导公式求出cos（A+C）的值，代入③求出x的值，即可确定出cosA﹣cosC的值．

【解答】解：（Ⅰ）由4bsinA=菁优网-jyeooa，根据正弦定理得4sinBsinA=菁优网-jyeoosinA，

∵sinA≠0，

∴sinB=菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）∵a，b，c成等差数列，

∴2b=a+c，

由正弦定理化简得：2sinB=sinA+sinC，即sinA+sinC=菁优网-jyeoo，①

设cosA﹣cosC=x，②

①2+②2，得2﹣2cos（A+C）=菁优网-jyeoo+x2，③

又a＜b＜c，A＜B＜C，

∴0＜B＜90°，cosA＞cosC，

∴cos（A+C）=﹣cosB=﹣菁优网-jyeoo，

代入③式得x2=菁优网-jyeoo，

则cosA﹣cosC=菁优网-jyeoo．

【点评】此题考查了正弦定理，等差数列的性质，熟练掌握正弦定理是解本题的关键．

20．（12分）（2014•东昌区校级二模）已知函数f（x）=ax2﹣4bx+2alnx（a，b∈R）

（Ⅰ）若函数y=f（x）存在极大值和极小值，求菁优网-jyeoo的取值范围；

（Ⅱ）设m，n分别为f（x）的极大值和极小值，若存在实数，b∈（菁优网-jyeooa，菁优网-jyeooa），使得m﹣n=1，求a的取值范围．（e为自然对数的底）

【考点】函数在某点取得极值的条件；利用导数研究函数的单调性．菁优网版权所有

【专题】综合题；导数的综合应用．

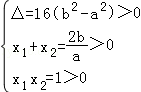
【分析】（I）由于定义域为（0，+∞）且y=f（x）存在极大值、极小值，所以f′（x）=0有两个不等的正实数根，从而可转化为二次方程根的分布问题，借助判别式、韦达定理可得不等式组，由此可得菁优网-jyeoo的取值范围；

（II）由b∈（菁优网-jyeooa，菁优网-jyeooa）得a＞0，且菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），由（I）知f（x）存在极大值和极小值，设f′（x）=0的两根为x1，x2（0＜x1＜x2），则f（x）在（0，x1）上递增，在（x1，x2）上递减，在（x2，+∞）上递增，所以m=f（x1），n=f（x2），根据x1x2=1可把m﹣n表示为关于x1，a的表达式，且表达式为1，借助x1范围可得a的范围；

【解答】解：（I）f′（x）=2ax﹣4b+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，其中x＞0，

由于函数y=f（x）存在极大值和极小值，

故方程f′（x）=0有两个不等的正实数根，即2ax2﹣4bx+2a=0有两个不等的正实数根，记为x1，x2，显然a≠0，

所以，解得菁优网-jyeoo；

（II）由b∈（菁优网-jyeooa，菁优网-jyeooa）得a＞0，且菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），

由（I）知f（x）存在极大值和极小值，

设f′（x）=0的两根为x1，x2（0＜x1＜x2），则f（x）在（0，x1）上递增，在（x1，x2）上递减，在（x2，+∞）上递增，

所以m=f（x1），n=f（x2），

因为x1x2=1，所以0＜x1＜1＜x2，而且菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo∈（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），

由于函数y=x+菁优网-jyeoo在（0，1）上递减，所以菁优网-jyeoo，

又由于菁优网-jyeoo，

所以菁优网-jyeoo，

所以m﹣n=f（x1）﹣f（x2）

=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo+4bx2﹣2alnx2

=菁优网-jyeoo+2a（lnx1﹣lnx2）

=﹣a（菁优网-jyeoo）+2aln菁优网-jyeoo，

令t=菁优网-jyeoo，则m﹣n=﹣a（t﹣菁优网-jyeoo）+2alnt，令h（t）=﹣（t﹣菁优网-jyeoo）+2lnt（菁优网-jyeoo），

所以h′（t）=﹣1﹣菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo≤0，所以h（t）在（菁优网-jyeoo）上单调递减，所以e﹣e﹣1﹣2＜h（t）＜e2﹣e﹣2﹣4，

由m﹣n=ah（t）=1，知a=菁优网-jyeoo，所以菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查利用导数研究函数的极值及函数的单调性，考查学生综合运用知识分析问题解决问题的能力，本题综合性强、计算量大，能力要求高．

21．（12分）（2016•江西模拟）已知函数f（x）=xlnx，g（x）=菁优网-jyeoo．

（Ⅰ）记F（x）=f（x）﹣g（x），判断F（x）在区间（1，2）内零点个数并说明理由；

（Ⅱ）记（Ⅰ）中的F（x）在（1，2）内的零点为x0，m（x）=min{f（x），g（x）}，若m（x）=n（n∈R）在（1，+∞）有两个不等实根x1，x2（x1＜x2），判断x1+x2与2x0的大小，并给出对应的证明．

【考点】利用导数研究函数的极值；函数的零点与方程根的关系．菁优网版权所有

【专题】计算题；压轴题；函数思想；转化思想；分析法；函数的性质及应用；导数的综合应用．

【分析】（Ⅰ）对F（x）求导，利用x∈（1，2）判定导函数的符号，进而得到函数的单调性，在利用零点存在定理进行证明．

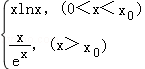
（Ⅱ）先由x的范围讨论f（x），g（x）的大小，确定之间的关系式m（x），在判断x1+x2与2x0的大小，可以利用分析法对其进行证明．

【解答】解：由题意：F（x）=f（x）﹣g（x），那么：F（x）=xlnx﹣菁优网-jyeoo．定义域为（0，+∞）

F′（x）=1+lnx+菁优网-jyeoo，由题设x∈（1，2），故F′（x）＞0，即F（x）在区间（1，2）上是增函数．（1，2）是单调增区间．那么：F（1）=ln1﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo＜0，F（2）=2ln2﹣菁优网-jyeoo＞0，并且F（x）在（1，2）上连续的，故根据零点定理，有F（x）在区间（1，2）有且仅有唯一实根，即一个零点．

（Ⅱ）记（Ⅰ）中的F（x）在（1，2）内的零点为x0，由f（x）=xlnx，当0＜x≤1时，f（x）≤0，而g（x）=菁优网-jyeoo＞0，故f（x）＜g（x）；

由（Ⅰ）可知F′（x）=1+lnx+菁优网-jyeoo，当x＞1时，F′（x）＞0，存在零点x0∈（1，2），不然有：F（x0）=f（x0）﹣g（x0）=0，故1＜x＜x0时，f（x）＜g（x）；当x＞x0时，f（x）＞g（x）；

而此得到m（x）=，

显然：当1＜x＜x0时，m′（x）=1+lnx恒大于0，m（x）是单增函数．

当x＞x0时，m′（x）=菁优网-jyeoo恒小于0，m（x）是单减函数．

m（x）=n（n∈R）在（1，+∞）有两个不等实根x1，x2（x1＜x2），则x1∈（1，x0），x2∈（x0，+∞），

显然：当x2→+∞时，x1+x2＞2x0．

要证明x1+x2＞2x0，即可证明x2＞2x0﹣x1＞x0，而m（x）在x＞x0时是单减函数．故证m（x2）＜m（2x0﹣x1）．

又由m（x1）=m（x2），即可证：m（x1）＜m（2x0﹣x1）．即x1lnx1＜菁优网-jyeoo，（构造思想）

令h（x）=xlnx﹣菁优网-jyeoo，由（1＜x＜x0）．其中h（x0）=0，

那么：h′（x）=1+lnx+菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，

记φ（t）=菁优网-jyeoo，则φ′（t）=菁优网-jyeoo，当t∈（0，1）时，φ′（t）＞0；当t＞1时，φ′（t）＜0；故φ（t）max=菁优网-jyeoo；

而φ（t）＞0；故菁优网-jyeoo＞φ（t）＞0，而2x0﹣x＞0，从而有：菁优网-jyeoo＜0；

因此：h′（x）=1+lnx+菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo＞0，即h（x）单增，从而1＜x＜x0时，h（x）＜h（x0）=0．

即x1lnx1＜菁优网-jyeoo成立．

故得：x1+x2＞2x0．

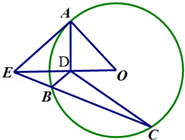
【点评】本题考查了零点才存在性问题和判断，有考查了利用导数来研究函数的单调性，最值及其运用．考了证明化简的能力，不断的构造思想．属于难题．

**[选修4-1：几何证明选讲]**

22．（10分）（2014•唐山一模）如图，AE是圆O的切线，A是切点，AD⊥OE于D，割线EC交圆O于B、C两点．

（Ⅰ）证明：O，D，B，C四点共圆；

（Ⅱ）设∠DBC=50°，∠ODC=30°，求∠OEC的大小．



【考点】与圆有关的比例线段．菁优网版权所有

【专题】直线与圆．

【分析】（Ⅰ）连结OA，则OA⊥EA．由已知条件利用射影定理和切割线定理推导出菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，由此能够证明O，D，B，C四点共圆．

（Ⅱ）连结OB．∠OEC+∠OCB+∠COE=180°，能求出∠OEC的大小．

【解答】（Ⅰ）证明：连结OA，则OA⊥EA．

由射影定理得EA2=ED•EO．

由切割线定理得EA2=EB•EC，

∴ED•EO=EB•EC，即菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

又∠OEC=∠OEC，∴△BDE∽△OCE，

∴∠EDB=∠OCE．

∴O，D，B，C四点共圆．…（6分）

（Ⅱ）解：连结OB．因为∠OEC+∠OCB+∠COE=180°，

结合（Ⅰ）得：

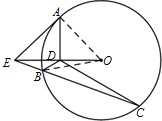
∠OEC=180°﹣∠OCB﹣∠COE

=180°﹣∠OBC﹣∠DBE

=180°﹣∠OBC﹣（180°﹣∠DBC）

=∠DBC﹣∠ODC=20°．

∴∠OEC的大小为20°．…（10分）



【点评】本题考查四点共圆的证明，考查角的大小的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意射影定理、切割线定理的合理运用．

**[选修4-4：坐标系与参数方程]**

23．（2014•唐山一模）已知直线l的参数方程为菁优网-jyeoo （t为参数），以坐标原点为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系，圆C的极坐标方程为ρ2﹣4ρsinθ+2=0．

（Ⅰ）把圆C的极坐标方程化为直角坐标方程；

（Ⅱ）将直线l向右平移h个单位，所得直线l′与圆C相切，求h．

【考点】简单曲线的极坐标方程；参数方程化成普通方程．菁优网版权所有

【专题】选作题；坐标系和参数方程．

【分析】（Ⅰ）利用ρ2=x2+y2，y=ρsinθ，可把圆C的极坐标方程化为直角坐标方程；

（Ⅱ）将直线l向右平移h个单位，所得直线l′菁优网-jyeoo（t为参数），代入圆的方程，利用直线l′与圆C相切，建立方程，即可求h．

【解答】解：（Ⅰ）∵ρ2﹣4ρsinθ+2=0，

∴x2+y2﹣4y+2=0；

（Ⅱ）将直线l向右平移h个单位，所得直线l′菁优网-jyeoo（t为参数），

代入圆的方程可得2t2+2（h﹣12）t+（h﹣10）2+2=0，

∵直线l′与圆C相切，

∴△=4（h﹣12）2﹣8[（h﹣10）2+2]=0，

即h2﹣16h+60=0，

∴h=6或h=10．

【点评】本题考查圆的参数方程与直线的极坐标方程与普通方程的互化，直线与圆的位置关系的应用，考查计算能力．

**[选修4-5：不等式选讲]**

24．（2014•唐山一模）已知函数f（x）=|2x﹣a|+a，a∈R，g（x）=|2x﹣1|．

（Ⅰ）若当g（x）≤5时，恒有f（x）≤6，求a的最大值；

（Ⅱ）若当x∈R时，恒有f（x）+g（x）≥3，求a的取值范围．

【考点】绝对值不等式的解法．菁优网版权所有

【专题】不等式的解法及应用．

【分析】（Ⅰ）由g（x）≤5求得﹣2≤x≤3；由f（x）≤6可得a﹣3≤x≤3．根据题意可得，a﹣3≤﹣2，求得a≤1，得出结论．

（Ⅱ）根据题意可得f（x）+g（x）≥|a﹣1|+a，f（x）+g（x）≥3恒成立，可得|a﹣1|+a≥3 由此求得所求的a的范围．

【解答】解：（Ⅰ）当g（x）≤5时，|2x﹣1|≤5，求得﹣5≤2x﹣1≤5，即﹣2≤x≤3．

由f（x）≤6可得|2x﹣a|≤6﹣a，即 a﹣6≤2x﹣a≤6﹣a，即a﹣3≤x≤3．

根据题意可得，a﹣3≤﹣2，求得a≤1，故a的最大值为1．

（Ⅱ）∵当x∈R时，f（x）+g（x）=|2x﹣a|+|2x﹣1|+a≥|2x﹣a﹣2x+1|+a≥|a﹣1|+a，

f（x）+g（x）≥3恒成立，∴|a﹣1|+a≥3，∴a≥3，或 菁优网-jyeoo．

求得a≥3，或 2≤a＜3，即所求的a的范围是[2，+∞）．

【点评】本题主要考查绝对值不等式的解法，绝对值的性质，体现了转化的数学思想，属于中档题．