**2016-2017衡水中学高三（上）二调理科数学试题（[Word版含解析](http://gao.qida100.com/shiti/20170910/1006.html" \o "2017年河北省石家庄市质量检测理科数学二模试卷（Word版含解析）" \t "http://gao.qida100.com/_blank)）**

**一.选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．（5分）（2017春•辛集市校级月考）已知集合A={x∈N|1＜x＜log2k}，集合A中至少有3个元素，则（　　）

A．k＞8 B．k≥8 C．k＞16 D．k≥16

【考点】集合的表示法．菁优网版权所有

【专题】计算题；集合思想；集合．

【分析】首先确定集合A，由此得到log2k＞4，由此求得k的取值范围．

【解答】解：∵集合A={x∈N|1＜x＜log2k}，集合A中至少有3个元素，

∴A={2，3，4}，

∴log2k＞4，

∴k＞16．

故选：C．

【点评】本题考查了集合的化简与应用，属于基础题．

2．（5分）（2017春•沾益县校级月考）复数菁优网-jyeoo的共轭复数的虚部是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．﹣1 D．1

【考点】复数代数形式的乘除运算．菁优网版权所有

【专题】计算题；对应思想；数学模型法；数系的扩充和复数．

【分析】利用复数代数形式的乘除运算化简，求出原复数的共轭复数得答案．

【解答】解：∵菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴复数菁优网-jyeoo的共轭复数为﹣i，虚部为﹣1．

故选：C．

【点评】本题考查复数代数形式的乘除运算，考查了共轭复数的概念，是基础题．

3．（5分）（2015•安徽一模）下列结论正确的是（　　）

A．若直线l∥平面α，直线l∥平面β，则α∥β．

B．若直线l⊥平面α，直线l⊥平面β，则α∥β．

C．若直线l1，l2与平面α所成的角相等，则l1∥l2

D．若直线l上两个不同的点A，B到平面α的距离相等，则l∥α

【考点】平面与平面之间的位置关系．菁优网版权所有

【专题】综合题；空间位置关系与距离；推理和证明．

【分析】对四个选项分别进行判断，即可得出结论．

【解答】解：A选项中，两个平面可以相交，l与交线平行即可，故不正确；

B选项中，垂直于同一平面的两个平面平行，正确；

C选项中，直线与直线相交、平行、异面都有可能，故不正确；

D中选项也可能相交．

故选：B．

【点评】本题考查平面与平面，直线与直线，直线与平面的位置关系，考查学生分析解决问题的能力，比较基础．

4．（5分）（2017•历下区校级三模）等比数列{an}的前n项和为Sn，已知a2a5=2a3，且a4与2a7的等差中项为菁优网-jyeoo，则S5=（　　）

A．29 B．31 C．33 D．36

【考点】等比数列的前n项和．菁优网版权所有

【专题】计算题；数学模型法；等差数列与等比数列．

【分析】利用a2•a3=2a1，且a4与2a7的等差中项为菁优网-jyeoo，求出数列的首项与公比，再利用等比数列的求和公式，即可得出结论．

【解答】解：∵数列{an}是等比数列，a2•a3=2a1=a1q•菁优网-jyeoo=a1•a4，

∴a4=2．

∵a4与2a7的等差中项为菁优网-jyeoo，

∴a4 +2a7 =菁优网-jyeoo，

故有a7 =菁优网-jyeoo．

∴q3=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴q=菁优网-jyeoo，

∴a1=菁优网-jyeoo=16．

∴S5==31．

故选：B．

【点评】本题主要考查等差数列的定义和性质，等比数列的通项公式，等比数列的前n项和公式，属于中档题．

5．（5分）（2016秋•西陵区校级期末）已知实数x，y满足菁优网-jyeoo，则z=菁优网-jyeoo的取值范围为（　　）

A．[0，菁优网-jyeoo] B．（﹣∞，0]∪[菁优网-jyeoo，+∞） C．[2，菁优网-jyeoo] D．（﹣∞，2]∪[菁优网-jyeoo，+∞）

【考点】简单线性规划．菁优网版权所有

【专题】不等式的解法及应用．

【分析】作出不等式组对应的平面区域，利用目标函数的几何意义即可得到结论．

【解答】解：z=菁优网-jyeoo=2+菁优网-jyeoo，

设k=菁优网-jyeoo，则k的几何意义为区域内的点到D（0，﹣2）的斜率，

作出不等式组对应的平面区域如图：

由菁优网-jyeoo解得菁优网-jyeoo，即A（3，2），

则AD的斜率k=菁优网-jyeoo，

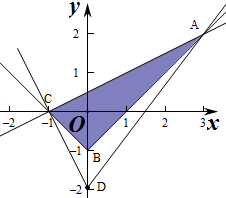
CD的斜率k=菁优网-jyeoo，

则k的取值范围是k≥菁优网-jyeoo或k≤﹣2，

则k+2≥菁优网-jyeoo或k+2≤0，

即z≥菁优网-jyeoo或z≤0，

故选：B



【点评】本题主要考查线性规划的应用，利用目标函数的几何意义结合直线的斜率公式是解决本题的关键．

6．（5分）（2015•西安校级二模）若a＞0，b＞0，lga+lgb=lg（a+b），则a+b的最小值为（　　）

A．8 B．6 C．4 D．2

【考点】基本不等式在最值问题中的应用．菁优网版权所有

【专题】计算题；不等式的解法及应用．

【分析】运用对数的运算性质，可得ab=a+b，即菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1，则a+b=（a+b）（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo），展开运用基本不等式即可求得最小值．

【解答】解：由a＞0，b＞0，lga+lgb=lg（a+b），

则lg（ab）=lg（a+b），

即有ab=a+b，

即菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1，

则a+b=（a+b）（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）=2+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo

≥2+2菁优网-jyeoo=4，

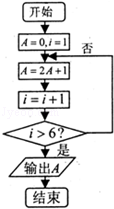
当且仅当a=b=2时，取得等号．

则a+b的最小值为4．

故选C．

【点评】本题考查基本不等式的运用：求最值，同时考查对数的运算性质，属于基础题．

7．（5分）（2017•淮南一模）阅读如图所示的程序框图，则该算法的功能是（　　）



A．计算数列{2n﹣1}前5项的和 B．计算数列{2n﹣1}前5项的和

C．计算数列{2n﹣1}前6项的和 D．计算数列{2n﹣1}前6项的和

【考点】程序框图．菁优网版权所有

【专题】图表型；算法和程序框图．

【分析】根据算法流程，依次计算运行结果，由等比数列的前n项和公式，判断程序的功能．

【解答】解：由算法的流程知，第一次运行，A=2×0+1=1，i=1+1=2；

第二次运行，A=2×1+1=3，i=2+1=3；

第三次运行，A=2×3+1=7，i=3+1=4；

第四次运行，A=2×7+1=15，i=5；

第五次运行，A=2×15+1=31，i=6；

第六次运行，A=2×31+1=63，i=7；满足条件i＞6，终止运行，输出A=63，

∴A=1+2+22+…+25=菁优网-jyeoo=26﹣1=64﹣1=63．

故选：C．

【点评】本题考查循环结构的程序框图，等比数列的前n项和公式，根据算法流程判断程序的功能是关键，属于基础题．

8．（5分）（2015•衡阳二模）△ABC中，“角A，B，C成等差数列”是“sinC=（菁优网-jyeoocosA+sinA）cosB”的（　　）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

【考点】必要条件、充分条件与充要条件的判断．菁优网版权所有

【专题】简易逻辑．

【分析】根据等差数列和两角和的正弦公式，利用充分条件和必要条件的定义进行判断．

【解答】解：若A，B，C成等差数列，则A+C=2B，∴B=60°，

若菁优网-jyeoo，

则sin（A+B）=菁优网-jyeoo，

即sinAcosB+cosAsinB=菁优网-jyeoo，

∴cosAsinB=菁优网-jyeoocosAcosB，

若cosA=0或tanB=菁优网-jyeoo，

即A=90°或B=60°，

∴角A，B，C成等差数列是菁优网-jyeoo成立的充分不必要条件．

故选：A．

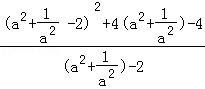
【点评】本题主要考查充分条件和必要条件的判断，利用等差数列的性质以及两角和差的正弦公式是解决本题的关键．

9．（5分）（2012秋•武昌区期末）已知a＞b，二次三项式ax2+2x+b≥0对于一切实数x恒成立，又∃x0∈R，使ax02+2x0+b=0成立，则菁优网-jyeoo的最小值为（　　）

A．1 B．菁优网-jyeoo C．2 D．2菁优网-jyeoo

【考点】基本不等式．菁优网版权所有

【专题】函数的性质及应用．

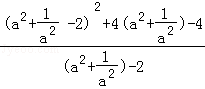
【分析】由条件求得a＞1，ab=1，由此把要求的式子化为菁优网-jyeoo．化简菁优网-jyeoo为，令 菁优网-jyeoo=t＞2，则菁优网-jyeoo=（t﹣2）+4+菁优网-jyeoo，利用基本不等式求得菁优网-jyeoo的最小值为8，可得菁优网-jyeoo的最小值．

【解答】解：∵已知a＞b，二次三项式ax2+2x+b≥0对于一切实数x恒成立，

∴a＞0，且△=4﹣4ab≤0，∴ab≥1．

再由∃x0∈R，使菁优网-jyeoo+2x0+b=0成立，可得△=0，∴ab=1，∴a＞1．

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo＞0．

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo===．

令 菁优网-jyeoo=t＞2，则 菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=（t﹣2）+4+菁优网-jyeoo≥4+4=8，

故菁优网-jyeoo的最小值为8，故菁优网-jyeoo 的最小值为 菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo，

故选D．

【点评】本题主要考查基本不等式的应用，式子的变形是解题的难点和关键，属于中档题．

10．（5分）（2017•淮南一模）已知等差数列{an}，{bn}的前n项和分别为Sn，Tn，若对于任意的自然数n，都有菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】等差数列的前n项和．菁优网版权所有

【专题】方程思想；转化思想；等差数列与等比数列．

【分析】利用等差数列的通项公式性质可得：菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，可得菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，再进行转化利用求和公式及其性质即可得出．

【解答】解：∵等差数列中，若m+n=p+q，则am+an=ap+aq；

等差数列的前n项和为：Sn=菁优网-jyeoo．

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

∴菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=

=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo

故选：A．

【点评】本题考查等差数列的通项公式及其性质及其求和公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

11．（5分）（2017•河北区一模）已知函数g（x）=a﹣x2（菁优网-jyeoo≤x≤e，e为自然对数的底数）与h（x）=2lnx的图象上存在关于x轴对称的点，则实数a的取值范围是（　　）

A．[1，菁优网-jyeoo+2] B．[1，e2﹣2] C．[菁优网-jyeoo+2，e2﹣2] D．[e2﹣2，+∞）

【考点】对数函数的图象与性质．菁优网版权所有

【专题】函数的性质及应用．

【分析】由已知，得到方程a﹣x2=﹣2lnx⇔﹣a=2lnx﹣x2在菁优网-jyeoo上有解，构造函数f（x）=2lnx﹣x2，求出它的值域，得到﹣a的范围即可．

【解答】解：由已知，得到方程a﹣x2=﹣2lnx⇔﹣a=2lnx﹣x2在菁优网-jyeoo上有解．

设f（x）=2lnx﹣x2，求导得：f′（x）=菁优网-jyeoo﹣2x=菁优网-jyeoo，

∵菁优网-jyeoo≤x≤e，∴f′（x）=0在x=1有唯一的极值点，

∵f（菁优网-jyeoo）=﹣2﹣菁优网-jyeoo，f（e）=2﹣e2，f（x）极大值=f（1）=﹣1，且知f（e）＜f（菁优网-jyeoo），

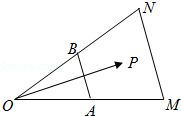
故方程﹣a=2lnx﹣x2在菁优网-jyeoo上有解等价于2﹣e2≤﹣a≤﹣1．

从而a的取值范围为[1，e2﹣2]．

故选B．

【点评】本题考查了构造函数法求方程的解及参数范围；关键是将已知转化为方程a﹣x2=﹣2lnx⇔﹣a=2lnx﹣x2在菁优网-jyeoo上有解．

12．（5分）（2017•全国二模）如图，在△OMN中，A，B分别是OM，ON的中点，若菁优网-jyeoo=x菁优网-jyeoo+y菁优网-jyeoo（x，y∈R），且点P落在四边形ABNM内（含边界），则菁优网-jyeoo的取值范围是（　　）



A．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] B．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] C．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] D．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]

【考点】平面向量的基本定理及其意义．菁优网版权所有

【专题】平面向量及应用．

【分析】若P在线段AB上，设菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo，则有菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，由于菁优网-jyeoo=x菁优网-jyeoo+y菁优网-jyeoo，则有x+y=1，

由于在△OMN中，A，B分别是OM，ON的中点，P落在线段MN上，则x+y=2．即可得到取值范围．

【解答】解：若P在线段AB上，设菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo，

则有菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

由于菁优网-jyeoo=x菁优网-jyeoo+y菁优网-jyeoo（x，y∈R），

则x=菁优网-jyeoo，y=菁优网-jyeoo，故有x+y=1，

若P在线段MN上，设菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo，则有菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，故x=1，y=0时，最小值为菁优网-jyeoo，当x=0，y=1时，最大值为菁优网-jyeoo

故范围为[菁优网-jyeoo]

由于在△OMN中，A，B分别是OM，ON的中点，

则菁优网-jyeoo=x菁优网-jyeoo+y菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoox菁优网-jyeoo+菁优网-jyeooy菁优网-jyeoo（x，y∈R），

则菁优网-jyeoox=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeooy=菁优网-jyeoo，故有x+y=2，当x=2，y=0时有最小值菁优网-jyeoo，当x=0，y=2时，有最大值菁优网-jyeoo

故范围为[菁优网-jyeoo]

若P在阴影部分内（含边界），

则菁优网-jyeoo∈菁优网-jyeoo．

故选：C．

【点评】本题考查三角形法则，是一个基础题，向量是数形结合的最好的工具，在解题时注意发挥向量的优点．

**二.填空题（每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上）**

13．（5分）（2016秋•桃城区校级月考）若实数a，b∈（0，1），且满足（1﹣a）b＞菁优网-jyeoo，则a，b的大小关系是　a＜b　．

【考点】基本不等式．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；定义法；不等式．

【分析】可根据条件，利用不等式的性质即可得到答案．

【解答】解：∵a、b∈（0，1），且满足（1﹣a）b＞菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo＞菁优网-jyeoo，又菁优网-jyeoo≥菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo＞菁优网-jyeoo，

∴a＜b．

故答案为：a＜b．

【点评】本题考查利用基本不等式比较大小，难点在于将条件关系式两端开方，在应用基本不等式，属于中档题．

14．（5分）（2016秋•桃城区校级月考）若tanα+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，α∈（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），则sin（2α+菁优网-jyeoo）+2cos菁优网-jyeoocos2α的值为　0　．

【考点】二倍角的余弦．菁优网版权所有

【专题】三角函数的求值．

【分析】由条件求得tanα的值，再利用同角三角函数的基本关系，二倍角公式化简所给的式子，求得结果．

【解答】解：∵tanα+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，α∈（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），∴tanα=3，或tanα=菁优网-jyeoo （舍去），

则sin（2α+菁优网-jyeoo）+2cos菁优网-jyeoocos2α=sin2αcos菁优网-jyeoo+cos2αsin菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo

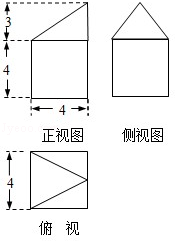
=菁优网-jyeoosin2α+菁优网-jyeoocos2α+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=0，

故答案为：0．

【点评】本题主要考查同角三角函数的基本关系，二倍角公式的应用，属于基础题．

15．（5分）（2012•宁城县模拟）（文）一个几何体的三视图如图所示，则此几何体的体积是　80　．



【考点】由三视图求面积、体积．菁优网版权所有

【专题】计算题．

【分析】由三视图可知该几何体为上部是一四棱锥，高为3，下部为正方体，边长为4的组合体．分别求得体积再相加．

【解答】解：由三视图可知该几何体为上部是一四棱锥，下部为正方体的组合体．四棱锥的高h1=3，正方体棱长为4

V正方体=Sh2=42×4=64

V四棱锥=菁优网-jyeooSh1=菁优网-jyeoo=16

所以V=64+16=80

故答案为：80．

【点评】本题考查三视图求几何体的体积，考查计算能力，空间想象能力，三视图复原几何体是解题的关键

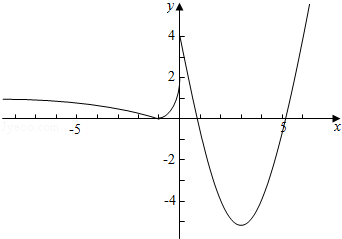
16．（5分）（2016•静宁县一模）已知函数f（x）=菁优网-jyeoo，若关于x的方程f2（x）﹣bf（x）+1=0有8个不同根，则实数b的取值范围是　（2，菁优网-jyeoo]　．

【考点】根的存在性及根的个数判断．菁优网版权所有

【专题】数形结合；综合法；函数的性质及应用．

【分析】作函数f（x）的图象，从而可得方程x2﹣bx+1=0有2个不同的正解，且在（0，4]上，从而解得．

【解答】解：作函数f（x）的图象如图，



∵关于x的函数y=f2（x）﹣bf（x）+1有8个不同的零点，

∴方程x2﹣bx+1=0有2个不同的正解，且在（0，4]上；

∴，

解得，2＜b≤菁优网-jyeoo；

故答案为：（2，菁优网-jyeoo]．

【点评】本题考查了数形结合的思想应用及分段函数的应用．

**三.解答题（本大题共5小题，共70分.解答应写出文字说明.证明过程或演算步骤.）**

17．（12分）（2017•河南一模）已知f（x）=2sin菁优网-jyeoox，集合M={x||f（x）|=2，x＞0}，把M中的元素从小到大依次排成一列，得到数列{an}，n∈N\*．

（1）求数列{an}的通项公式；

（2）记bn=菁优网-jyeoo，设数列{bn}的前n项和为Tn，求证Tn＜菁优网-jyeoo．

【考点】数列的求和．菁优网版权所有

【专题】等差数列与等比数列．

【分析】（1）根据题意求出数列的通项公式．

（2）利用（1）的结论，进一步利用放缩法和裂项相消法求出结果．

【解答】解：（1）f（x）=2sin菁优网-jyeoox，集合M={x||f（x）|=2，x＞0}，

则：菁优网-jyeoo

解得：x=2k+1（k∈Z），

所以M={x|x=2k+1，k∈Z}

把M中的元素从小到大依次排成一列，得到数列{an}，

∵M={1，3，5，…，2k+1}，k∈Z，

所以：an=2n﹣1．

证明：（2）记bn=菁优网-jyeoo，数列{bn}的前n项和为Tn，

菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

所以：Tn=b1+b2+…+bn菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo）

=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo

【点评】本题考查的知识要点：数列的通项公式的求法，利用裂项相消法和放缩法求数列的和．

18．（12分）（2015•济宁一模）已知向量菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoosin菁优网-jyeoo，1），菁优网-jyeoo=（cos菁优网-jyeoo，cos2菁优网-jyeoo），记f（x）=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo．

（Ⅰ）若f（x）=1，求cos（x+菁优网-jyeoo）的值；

（Ⅱ）在锐角△ABC中，角A，B，C的对边分别是a，b，c，且满足（2a﹣c）cosB=bcosC，求f（2A）的取值范围．

【考点】平面向量数量积的运算．菁优网版权所有

【专题】解三角形；平面向量及应用．

【分析】（Ⅰ）利用向量的数量积公式求出f（x）的解析式，然后求值；

（Ⅱ）由正弦定理将边角的混合等式化为角的等式，利用三角函数公式化简求出角A的范围，然后求三角函数值的范围．

【解答】解：（Ⅰ）向量菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoosin菁优网-jyeoo，1），菁优网-jyeoo=（cos菁优网-jyeoo，cos2菁优网-jyeoo），记f（x）=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoosin菁优网-jyeoocos菁优网-jyeoo+cos2菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoosin菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoocos菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=sin（菁优网-jyeoo）+菁优网-jyeoo，

因为f（x）=1，所以sin（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，

所以cos（x+菁优网-jyeoo）=1﹣2sin2（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，

（Ⅱ）因为（2a﹣c）cosB=bcosC，由正弦定理得（2sinA﹣sinC）cosB=sinBcosC

所以2sinAcosB﹣sinCcosB=sinBcosC

所以2sinAcosB=sin（B+C）=sinA，sinA≠0，

所以cosB=菁优网-jyeoo，又0＜B＜菁优网-jyeoo，所以B=菁优网-jyeoo，

则A+C=菁优网-jyeoo，即A=菁优网-jyeoo﹣C，又0＜C＜菁优网-jyeoo，

则菁优网-jyeoo＜A＜菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo＜A+菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo，

所以菁优网-jyeoo＜sin（A+菁优网-jyeoo）≤1，又f（2A）=sin（A+菁优网-jyeoo）菁优网-jyeoo，

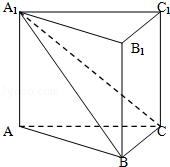
所以f（2A）的取值范围（菁优网-jyeoo]．

【点评】本题考查了向量的数量积运算以及利用正弦定理以及化简三角函数式、解三角形；角的范围的确定是关键．

19．（12分）（2016秋•桃城区校级月考）如图所示，在直三棱柱ABC﹣A1B1C1中，平面A1BC⊥侧面A1ABB1，且AA1=AB=2．

（1）求证：AB⊥BC；

（2）若直线AC与平面A1BC所成的角的正弦值为菁优网-jyeoo，求锐二面角A﹣A1C﹣B的大小．



【考点】二面角的平面角及求法；空间中直线与直线之间的位置关系．菁优网版权所有

【专题】空间位置关系与距离；空间角．

【分析】（1）取A1B的中点D，连接AD，由已知条件推导出AD⊥平面A1BC，从而AD⊥BC，由线面垂直得AA1⊥BC．由此能证明AB⊥BC．

（2）连接CD，由已知条件得∠ACD即为直线AC与平面A1BC所成的角，∠AED即为二面角A﹣A1C﹣B的一个平面角，由此能求出二面角A﹣A1C﹣B的大小．

【解答】（1）证明：如图，取A1B的中点D，连接AD，

∵AA1=AB，∴AD⊥A1B，

∵平面A1BC⊥侧面A1ABB1，且平面A1BC∩侧面A1ABB1=A1B，

∴AD⊥平面A1BC，

又∵BC⊂平面A1BC，∴AD⊥BC，

∵三棱柱ABC﹣﹣﹣A1B1C1是直三棱柱，∴AA1⊥底面ABC，∴AA1⊥BC，

又AA1∩AD=A，从而BC⊥侧面A1ABB1，

又AB⊂侧面A1ABB1，故AB⊥BC；

（2）解：连接CD，由（1）可知AD⊥平面A1BC，

则CD是AC在平面A1BC内的射影，

∴∠ACD即为直线AC与平面A1BC所成的角，

又∵sin∠ACD=菁优网-jyeoo，∴∠ACD=菁优网-jyeoo，

∵在等腰直角△A1AB中，AA1=AB=2，且点D是A1B中点，

∴AD=菁优网-jyeooA1B=菁优网-jyeoo，且∠ADC=菁优网-jyeoo，

∴AC=2菁优网-jyeoo，

过点A作AE⊥A1C于点E，连DE，

由（1）知AD⊥平面A1BC，则AD⊥A1C，且AE∩AD=A，

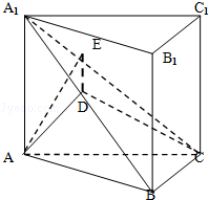
∴∠AED即为二面角A﹣A1C﹣B的一个平面角，

且直角△A1AC中：AE=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

又AD=菁优网-jyeoo，∠ADE=菁优网-jyeoo，

∴sin∠AED=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，且二面角A﹣A1C﹣B为锐二面角，

∴∠AED=菁优网-jyeoo，即二面角A﹣A1C﹣B的大小为菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查异面直线垂直的证明，考查二面角的大小的求法，解题时要认真审题，注意空间思维能力的培养，注意解题方法的积累，属于中档题．

20．（12分）（2017•全国模拟）已知函数f（x）=（2﹣a）（x﹣1）﹣2lnx（a∈R）．

（1）若曲线g（x）=f（x）+x上点（1，g（1））处的切线过点（0，2），求函数g（x）的单调减区间；

（2）若函数y=f（x）在菁优网-jyeoo上无零点，求a的最小值．

【考点】利用导数研究函数的单调性；利用导数研究曲线上某点切线方程．菁优网版权所有

【专题】函数思想；综合法；导数的概念及应用．

【分析】（1）求出函数的导数，计算g′（1），求出a的值，从而求出g（x）的递减区间即可；

（2）问题转化为对x∈（0，菁优网-jyeoo），a＞2﹣菁优网-jyeoo恒成立，令l（x）=2﹣菁优网-jyeoo，x∈（0，菁优网-jyeoo），根据函数的单调性求出a的最小值即可．

【解答】解：（1）∵g（x）=（3﹣a）x﹣（2﹣a）﹣2lnx，

∴g′（x）=3﹣a﹣菁优网-jyeoo，∴g′（1）=1﹣a，

又g（1）=1，∴1﹣a=菁优网-jyeoo=﹣1，解得：a=2，

由g′（x）=3﹣2﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo＜0，解得：0＜x＜2，

∴函数g（x）在（0，2）递减；

（2）∵f（x）＜0在（0，菁优网-jyeoo）恒成立不可能，

故要使f（x）在（0，菁优网-jyeoo）无零点，只需任意x∈（0，菁优网-jyeoo），f（x）＞0恒成立，

即对x∈（0，菁优网-jyeoo），a＞2﹣菁优网-jyeoo恒成立，

令l（x）=2﹣菁优网-jyeoo，x∈（0，菁优网-jyeoo），

则l′（x）=菁优网-jyeoo，

再令m（x）=2lnx+菁优网-jyeoo﹣2，x∈（0，菁优网-jyeoo），

则m′（x）=菁优网-jyeoo＜0，

故m（x）在（0，菁优网-jyeoo）递减，于是m（x）＞m（菁优网-jyeoo）=2﹣2ln2＞0，

从而f′（x）＞0，于是l（x）在（0，菁优网-jyeoo）递增，

∴l（x）＜l（菁优网-jyeoo）=2﹣4ln2，

故要使a＞2﹣菁优网-jyeoo恒成立，只要a∈[2﹣4ln2，+∞），

综上，若函数y=f（x）在菁优网-jyeoo上无零点，则a的最小值是2﹣4ln2．

【点评】本题考查了函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及函数恒成立问题，是一道中档题．

21．（12分）（2013•青岛二模）已知菁优网-jyeoo，二次函数菁优网-jyeoo，关于x的不等式f（x）＞（2m﹣1）x+1﹣m2的解集为（﹣∞，m）∪（m+1，+∞），其中m为非零常数，设菁优网-jyeoo．

（Ⅰ）求a的值；

（Ⅱ）若存在一条与y轴垂直的直线和函数Γ（x）=g（x）﹣x+lnx的图象相切，且切点的横坐标x0满足|x0﹣1|+x0＞3，求实数m的取值范围；

（Ⅲ）当实数k取何值时，函数φ（x）=g（x）﹣kln（x﹣1）存在极值？并求出相应的极值点．

【考点】平面向量数量积的运算；函数在某点取得极值的条件；利用导数研究曲线上某点切线方程．菁优网版权所有

【专题】导数的综合应用．

【分析】（I）利用向量的数量积可得函数f（x）=x2+ax+m+1，利用一元二次不等式的解集和相应的一元二次方程的实数根的关系可知m和m+1是方程x2+（a+1﹣2m）x+m2+m=0的两个根，利用根与系数的关系即可得出a；

（II）由存在一条与y轴垂直的直线和Γ（x）的图象相切，且切点的横坐标为x0，⇔菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo；由切点的横坐标x0满足|x0﹣1|+x0＞3，可得x0＞2．令菁优网-jyeoo（x＞2），利用导数可得其单调性，即可得到m的取值范围；

（III）由φ（x）=g（x）﹣kln（x﹣1）=菁优网-jyeoo﹣kln（x﹣1）的定义域为（1，+∞）．可得φ'（x）=1﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．方程x2﹣（2+k）x+k﹣m+1=0（\*）的判别式△=（2+k）2﹣4（k﹣m+1）=k2+4m．通过对△和m分类讨论即可得出．

【解答】解：（Ⅰ）∵菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

∴二次函数f（x）=x2+ax+m+1，

关于x的不等式f（x）＞（2m﹣1）x+1﹣m2的解集为（﹣∞，m）∪（m+1，+∞），

也就是不等式x2+（a+1﹣2m）x+m2+m＞0的解集为（﹣∞，m）∪（m+1，+∞），

∴m和m+1是方程x2+（a+1﹣2m）x+m2+m=0的两个根．

由韦达定理得：m+（m+1）=﹣（a+1﹣2m）

∴a=﹣2．

（Ⅱ）由（Ⅰ）得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

∵存在一条与y轴垂直的直线和Γ（x）的图象相切，且切点的横坐标为x0，

∴菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，

∵|x0﹣1|+x0＞3，∴x0＞2．

令菁优网-jyeoo（x＞2），

则菁优网-jyeoo，

当x＞2时，菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo在（2，+∞）上为增函数，

从而菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo．

（Ⅲ）φ（x）=g（x）﹣kln（x﹣1）=菁优网-jyeoo﹣kln（x﹣1）的定义域为（1，+∞）．

∴φ'（x）=1﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

方程x2﹣（2+k）x+k﹣m+1=0（\*）的判别式△=（2+k）2﹣4（k﹣m+1）=k2+4m．

①若m＞0时，△＞0，方程（\*）的两个实根为菁优网-jyeoo，

或菁优网-jyeoo，

则x∈（1，x2）时，φ'（x）＜0；x∈（x2，+∞）时，φ'（x）＞0．

∴函数φ（x）在（1，x2）上单调递减，在（x2，+∞）上单调递增．

此时函数φ（x）存在极小值，极小值点为x2，k可取任意实数．

②若m＜0时，当△≤0，即菁优网-jyeoo时，x2﹣（2+k）x+k﹣m+1≥0恒成立，φ'（x）≥0，φ（x）在（1，+∞）上为增函数，

此时φ（x）在（1，+∞）上没有极值．

下面只需考虑△＞0的情况

由△＞0，得菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo，

当菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

故x∈（1，+∞）时，φ'（x）＞0，

∴函数φ（x）在（1，+∞）上单调递增．

∴函数φ（x）没有极值．

当菁优网-jyeoo时，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

则x∈（1，x1）时，φ'（x）＞0；x∈（x1，x2）时，φ'（x）＜0；x∈（x2，+∞）时，φ'（x）＞0．

∴函数φ（x）在（1，x1）上单调递增，在（x1，x2）上单调递减，在（x2，+∞）上单调递增．

此时函数φ（x）存在极大值和极小值，极小值点x2，有极大值点x1．

综上所述，若m＞0时，k可取任意实数，此时函数φ（x）有极小值且极小值点为x2；

若m＜0时，当 菁优网-jyeoo时，函数φ（x）有极大值和极小值，

此时极小值点为x2，极大值点为x1（其中菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

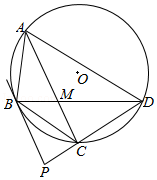
【点评】熟练掌握向量的数量积、一元二次不等式的解集和相应的一元二次方程的实数根的关系、根与系数的关系、利用导数研究函数的单调性与极值等性质、分类讨论的思想方法是解题的关键．

**请考生在22.23.24三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.[选修4-1：几何证明选讲]**

22．（10分）（2016•商丘三模）已知四边形ABCD为⊙O的内接四边形，且BC=CD，其对角线AC与BD相交于点M．过点B作⊙O的切线交DC的延长线于点P．

（1）求证：AB•MD=AD•BM；

（2）若CP•MD=CB•BM，求证：AB=BC．



【考点】与圆有关的比例线段；相似三角形的性质．菁优网版权所有

【专题】选作题；转化思想；综合法；推理和证明．

【分析】（1）利用等腰三角形的性质、角分线定理，即可证明结论；

（2）证明∠PBC=∠BCA，利用∠PBC=∠BAC，证明∠BAC=∠BCA，即可得出结论．

【解答】证明：（1）由BC=CD可知，∠BAC=∠DAC，

由角分线定理可知，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，即AB•MD=AD•BM得证．﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣（4分）

（2）由CP•MD=CB•BM，

可知菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，又因为BC=CD，所以菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

所以PB∥AC．所以∠PBC=∠BCA

又因为∠PBC=∠BAC

所以∠BAC=∠BCA

所以AB=BC﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣（10分）

【点评】本题考查等腰三角形的性质、角分线定理，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．

**[选修4-4：坐标系与参数方程]**

23．（2016•全国二模）已知直线l的参数方程为（t为参数），以坐标原点为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线C的极坐标方程为ρ2cos2θ+3ρ2sin2θ=12，且曲线C的左焦点F在直线l上．

（Ⅰ）若直线l与曲线C交于A、B两点．求|FA|•|FB|的值；

（Ⅱ）设曲线C的内接矩形的周长为P，求P的最大值．

【考点】简单曲线的极坐标方程；参数方程化成普通方程．菁优网版权所有

【专题】函数思想；综合法；坐标系和参数方程．

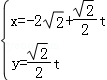
【分析】（I）求出曲线C的普通方程和焦点坐标，将直线l的参数方程代入曲线C的普通方程利用根与系数的关系和参数的几何意义得出；

（II）设矩形的顶点坐标为（x，y），则根据x，y的关系消元得出P关于x（或y）的函数，求出此函数的最大值．

【解答】解：（I）曲线C的直角坐标方程为x2+3y2=12，即菁优网-jyeoo．

∴曲线C的左焦点F的坐标为F（﹣2菁优网-jyeoo，0）．

∵F（﹣2菁优网-jyeoo，0）在直线l上，

∴直线l的参数方程为（t为参数）．

将直线l的参数方程代入x2+3y2=12得：t2﹣2t﹣2=0，

∴|FA|•|FB|=|t1t2|=2．

（II）设曲线C的内接矩形的第一象限内的顶点为M（x，y）（0菁优网-jyeoo，0＜y＜2），

则x2+3y2=12，∴x=菁优网-jyeoo．

∴P=4x+4y=4菁优网-jyeoo+4y．

令f（y）=4菁优网-jyeoo+4y，则f′（y）=菁优网-jyeoo．

令f′（y）=0得y=1，

当0＜y＜1时，f′（y）＞0，当1＜y＜2时，f′（y）＜0．

∴当y=1时，f（y）取得最大值16．

∴P的最大值为16．

【点评】本题考查了参数方程，极坐标方程与普通方程的转化，函数的最值，参数方程的几何意义，属于中档题．

**[选修4-5：不等式选讲]**

24．（2016•宁城县模拟）已知∃x0∈R使得关于x的不等式|x﹣1|﹣|x﹣2|≥t成立．

（Ⅰ）求满足条件的实数t集合T；

（Ⅱ）若m＞1，n＞1，且对于∀t∈T，不等式log3m•log3n≥t恒成立，试求m+n的最小值．

【考点】绝对值不等式的解法；绝对值三角不等式．菁优网版权所有

【专题】转化思想；综合法；不等式．

【分析】（Ⅰ）根据绝对值的几何意义求出t的范围即可；（Ⅱ）根据级别不等式的性质结合对数函数的性质求出m+n的最小值即可．

【解答】解：（I）令f（x）=|x﹣1|﹣|x﹣2|≥|x﹣1﹣x+2|=1≥t，

∴T=（﹣∞，1]；

（Ⅱ）由（I）知，对于∀t∈T，

不等式菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo≥t恒成立，

只需菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo≥tmax，

所以菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo≥1，

又因为m＞1，n＞1，

所以菁优网-jyeoo＞0，菁优网-jyeoo＞0，

又1≤菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo≤菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo时取“=”），

所以菁优网-jyeoo≥4，

所以菁优网-jyeoo≥2，mn≥9，

所以m+n≥2菁优网-jyeoo≥6，

即m+n的最小值为6（此时m=n=3）．

【点评】本题考查了绝对值的几何意义，考查对数函数以及级别不等式的性质，是一道中档题．