**[2017年河南南阳、信阳等六市理科数学一模试卷（Word版含解析）](http://gao.qida100.com/shiti/20170912/1080.html" \t "http://www.qida100.com/_blank)**

**一、选择题：（本大题共12个小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）**

1．（5分）（2017•河南一模）已知集菁优网-jyeoo，C=A∩B，则C的子集的个数是（　　）

A．0 B．1 C．2 D．4

【考点】交集及其运算．菁优网版权所有

【专题】计算题；方程思想；定义法；集合．

【分析】先利用交集定义求出集合C，由此能求出C的子集的个数．

【解答】解：∵集合菁优网-jyeoo，

∴C=A∩B={（x，y）|菁优网-jyeoo}={（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）}，

∴C的子集的个数是：21=2．

故选：C．

【点评】本题考查交集的子集个数的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意交集定义的合理运用．

2．（5分）（2017•河南一模）复数z满足菁优网-jyeoo（1﹣i）=|1+i|，则复数z的实部与虚部之和为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．﹣菁优网-jyeoo C．1 D．0

【考点】复数求模．菁优网版权所有

【专题】方程思想；转化思想；数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的运算法则、共轭复数的定义、实部与虚部的定义即可得出．

【解答】解：∵菁优网-jyeoo（1﹣i）=|1+i|，∴菁优网-jyeoo（1﹣i）（1+i）=菁优网-jyeoo（1+i），∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeooi

∴z=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeooi

则复数z的实部与虚部之和=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=0．

故选：D．

【点评】本题考查了复数的运算法则、共轭复数的定义、实部与虚部的定义，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

3．（5分）（2017•河南一模）设直线m，n是两条不同的直线，α，β是两个不同的平面，下列事件中是必然事件的是（　　）

A．若m∥α，n∥β，m⊥n，则α⊥β B．若m∥α，n⊥β，m∥n，则α∥β

C．若m⊥α，n∥β，m⊥n，则α∥β D．若m⊥α，n⊥β，m∥n，则α∥β

【考点】平面与平面之间的位置关系．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；空间位置关系与距离．

【分析】对4个命题分别进行判断，即可得出结论．

【解答】解：若m∥α，n∥β，m⊥n，则α、β位置关系不确定，故不正确；

若m∥α，则α中存在直线c与m平行，m∥n，n⊥β，则c⊥β，∵c⊂α，∴α⊥β，不正确；

若m⊥α，n∥β，m⊥n，则α、β可以相交，不正确；

若m⊥α，m∥n，则n⊥α，n⊥β，∴α∥β，正确，

故选：D．

【点评】本题考查面面平行、垂直的判定，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．

4．（5分）（2017•河南一模）给出下列四个结论：

①已知X服从正态分布N（0，σ2），且P（﹣2≤X≤2）=0.6，则P（X＞2）=0.2；

②若命题菁优网-jyeoo，则￢p：∀x∈（﹣∞，1），x2﹣x﹣1≥0；

③已知直线l1：ax+3y﹣1=0，l2：x+by+1=0，则l1⊥l2的充要条件是菁优网-jyeoo．

其中正确的结论的个数为（　　）

A．0 B．1 C．2 D．3

【考点】命题的真假判断与应用．菁优网版权所有

【专题】对应思想；分析法；简易逻辑．

【分析】①，已知X服从正态分布N（0，σ2），可得正态曲线关于y轴对称，当P（﹣2≤X≤2）=0.6时，则P（X＞2）=0.2；

②，若命题菁优网-jyeoo，则￢p：∀x∈[1，+∞），x2﹣x﹣1≥0；

③，当a=b=0时，l1⊥l2，

【解答】解：对于①，已知X服从正态分布N（0，σ2），可得正态曲线关于y轴对称，当P（﹣2≤X≤2）=0.6时，则P（X＞2）=0.2，正确；

对于②，若命题菁优网-jyeoo，则￢p：∀x∈[1，+∞），x2﹣x﹣1≥0，故错；

对于③，当a=b=0时，l1⊥l2，故错，

故选：B

【点评】本题考查了命题真假的判定，属于基础题．

5．（5分）（2017•河南一模）在△ABC中，菁优网-jyeoo，则tanC的值是（　　）

A．1 B．﹣1 C．2 D．﹣2

【考点】两角和与差的正切函数．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；转化法；三角函数的求值．

【分析】先通过cosB，求得sinB，进而可求得tanB，进而根据tanC=﹣tan（A+B），利用正切的两角和公式求得答案．

【解答】解：∵cosB=菁优网-jyeoo，

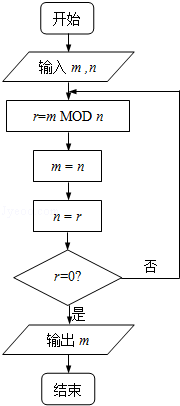
∴sinB=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，tanB=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴tanC=﹣tan（A+B）=﹣菁优网-jyeoo=﹣1．

故选：B．

【点评】本题主要考查了同角三角函数基本关系的应用．当进行三角关系变换的时候，要特别注意函数值的正负．

6．（5分）（2016•普宁市校级学业考试）如图程序框图的算法思路源于数学名著《几何原本》中的“辗转相除法”，执行该程序框图（图中“m MOD n”表示m除以n的余数），若输入的m，n分别为495，135，则输出的m=（　　）



A．0 B．5 C．45 D．90

【考点】程序框图．菁优网版权所有

【专题】计算题；操作型；算法和程序框图．

【分析】由已知中的程序框图可知：该程序的功能是利用循环结构计算并输出变量m的值，模拟程序的运行过程，分析循环中各变量值的变化情况，可得答案．

【解答】解：第一次执行循环体，r=90，m=135，n=90，不满足退出循环的条件；

第二次执行循环体，r=0，m=45，n=0，满足退出循环的条件；

故输出的m值为45，

故选：C

【点评】本题考查的知识点是程序框图，当循环的次数不多，或有规律时，常采用模拟循环的方法解答．

7．（5分）（2017•河南一模）已知z=2x+y，其中实数x，y满足菁优网-jyeoo，且z的最大值是最小值的4倍，则a的值是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．4 D．菁优网-jyeoo

【考点】简单线性规划．菁优网版权所有

【专题】不等式的解法及应用．

【分析】作出不等式组对应的平面区域，利用z的几何意义，结合目标函数z=2x+y的最大值是最小值的4倍，建立方程关系，即可得到结论．

【解答】解：作出不等式组对应的平面区域如图：

由z=2x+y得y=﹣2x+z，

平移直线y=﹣2x+z，

由图象可知当直线y=﹣2x+z经过点A时，直线的截距最大，

此时z最大，

由 菁优网-jyeoo，解得：菁优网-jyeoo，

即A（1，1），此时z=2×1+1=3，

当直线y=﹣2x+z经过点B时，直线的截距最小，

此时z最小，

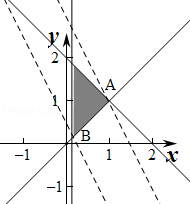
由 菁优网-jyeoo，解得：菁优网-jyeoo，

即B（a，a），此时z=2×a+a=3a，

∵目标函数z=2x+y的最大值是最小值的4倍，

∴3=4×3a，即a=菁优网-jyeoo，

故选：B．



【点评】本题主要考查线性规划的应用，利用数形结合是解决本题的关键．

8．（5分）（2017•河南一模）已知f（x）是定义在R上的偶函数，且f（x﹣菁优网-jyeoo）=f（x+菁优网-jyeoo）恒成立，当x∈[2，3]时，f（x）=x，则当x∈（﹣2，0）时，函数f（x）的解析式为（　　）

A．|x﹣2| B．|x+4| C．3﹣|x+1| D．2+|x+1|

【考点】抽象函数及其应用．菁优网版权所有

【专题】计算题；函数的性质及应用．

【分析】根据f（x﹣菁优网-jyeoo）=f（x+菁优网-jyeoo）将x换为x+菁优网-jyeoo，再将x换为x+1，得到函数的最小正周期为2，由当x∈[2，3]时，f（x）=x，求出x∈[0，1]的解析式，再由f（x）是定义在R上的偶函数，求出x∈[﹣1，0]的解析式，再将y=f（x），x∈[0，1]的图象向左平移2个单位即得x∈[﹣2，﹣1]的图象，合并并用绝对值表示﹣2＜x＜0的解析式．

【解答】解：∵∀x∈R，f（x﹣菁优网-jyeoo）=f（x+菁优网-jyeoo），

∴f（x+1）=f（x﹣1），f（x+2）=f（x），

即f（x）是最小正周期为2的函数，

令0≤x≤1，则2≤x+2≤3，

∵当x∈[2，3]时，f（x）=x，

∴f（x+2）=x+2，

∴f（x）=x+2，x∈[0，1]，

∵f（x）是定义在R上的偶函数，

∴f（x）=﹣x+2，x∈[﹣1，0]，

令﹣2≤x≤﹣1，则0≤x+2≤1，

∵f（x）=x+2，x∈[0，1]，

∴f（x+2）=x+4，

∴f（x）=x+4，x∈[﹣2，﹣1]，

∴当﹣2＜x＜0时，函数的解析式为：f（x）=3﹣|x+1|．

故选C．

【点评】本题主要考查函数的奇偶性和周期性及其运用，考查解决抽象函数常用的方法：赋值法，正确赋值是解决此类问题的关键．

9．（5分）（2017•河南一模）将函数f（x）=2cos2x的图象向右平移菁优网-jyeoo个单位后得到函数g（x）的图象，若函数g（x）在区间[0，菁优网-jyeoo]和[2a，菁优网-jyeoo]上均单调递增，则实数a的取值范围是（　　）

A．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] B．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] C．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] D．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]

【考点】函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换．菁优网版权所有

【专题】综合题；函数思想；综合法；三角函数的图像与性质．

【分析】由函数的图象平移求得函数g（x）的解析式，进一步求出函数（x）的单调增区间，结合函数g（x）在区间[0，菁优网-jyeoo]和[2a，菁优网-jyeoo]上均单调递增列关于a的不等式组求解．

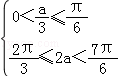
【解答】解：将函数f（x）=2cos2x的图象向右平移菁优网-jyeoo个单位后得到函数g（x）的图象，

得g（x）=2cos2（x﹣菁优网-jyeoo）=2cos（2x﹣菁优网-jyeoo），

由菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo．

当k=0时，函数的增区间为[菁优网-jyeoo]，当k=1时，函数的增区间为[菁优网-jyeoo]．

要使函数g（x）在区间[0，菁优网-jyeoo]和[2a，菁优网-jyeoo]上均单调递增，

则，解得a∈[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]．

故选：A．

【点评】本题考查三角函数的图象变换，考查了y=Asin（ωx+φ）型函数的性质，是中档题．

10．（5分）（2017•河南一模）已知F2、F1是双曲线菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=1（a＞0，b＞0）的上、下焦点，点F2关于渐近线的对称点恰好落在以F1为圆心，|OF1|为半径的圆上，则双曲线的离心率为（　　）

A．3 B．菁优网-jyeoo C．2 D．菁优网-jyeoo

【考点】双曲线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】计算题；直线与圆；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】首先求出F2到渐近线的距离，利用F2关于渐近线的对称点恰落在以F1为圆心，|OF1|为半径的圆上，可得直角三角形MF1F2，运用勾股定理，即可求出双曲线的离心率．

【解答】解：由题意，F1（0，﹣c），F2（0，c），

一条渐近线方程为y=菁优网-jyeoox，则F2到渐近线的距离为菁优网-jyeoo=b．

设F2关于渐近线的对称点为M，F2M与渐近线交于A，

∴|MF2|=2b，A为F2M的中点，

又0是F1F2的中点，∴OA∥F1M，∴∠F1MF2为直角，

∴△MF1F2为直角三角形，

∴由勾股定理得4c2=c2+4b2

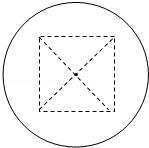
∴3c2=4（c2﹣a2），∴c2=4a2，

∴c=2a，∴e=2．

故选C．

【点评】本题主要考查了双曲线的几何性质以及有关离心率和渐近线，考查勾股定理的运用，考查学生的计算能力，属于中档题．

11．（5分）（2017•河南一模）一个四面体的顶点都在球面上，它们的正视图、侧视图、俯视图都是右图．图中圆内有一个以圆心为中心边长为1的正方形．则这个四面体的外接球的表面积是（　　）



A．π B．3π C．4π D．6π

【考点】球的体积和表面积．菁优网版权所有

【专题】计算题；空间位置关系与距离．

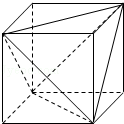
【分析】由三视图可知：该四面体是正方体的一个内接正四面体．此四面体的外接球的半径为正方体的对角线长为菁优网-jyeoo．利用球的表面积计算公式即可得出．

【解答】解：由三视图可知：该四面体是正方体的一个内接正四面体．

∴此四面体的外接球的直径为正方体的对角线长为菁优网-jyeoo．

∴此四面体的外接球的表面积为表面积为菁优网-jyeoo=3π．

故选：B．



【点评】本题考查了三棱锥的三视图、正方体与外接球的性质、球的表面积的计算公式，考查了推理能力与空间想象能力、计算能力，属于中档题．

12．（5分）（2017•河南一模）中国传统文化中很多内容体现了数学的对称美，如图所示的太极图是由黑白两个鱼形纹组成的圆形图案，充分展现了相互转化、对称统一的形式美、和谐美，给出定义：能够将圆O的周长和面积同时平分的函数称为这个圆的“优美函数”，给出下列命题：

①对于任意一个圆O，其“优美函数“有无数个”；

②函数菁优网-jyeoo可以是某个圆的“优美函数”；

③正弦函数y=sinx可以同时是无数个圆的“优美函数”；

④函数y=f（x）是“优美函数”的充要条件为函数y=f（x）的图象是中心对称图形．

其中正确的命题是（　　）



A．①③ B．①③④ C．②③ D．①④

【考点】命题的真假判断与应用；函数的图象．菁优网版权所有

【专题】计算题；数形结合；方程思想；转化思想；函数的性质及应用；简易逻辑．

【分析】过圆心的直线都可以将圆的周长和面积同时平分，故①正确；

作函数菁优网-jyeoo的大致图象，从而判断②的正误；

将圆的圆心放在正弦函数y=sinx的对称中心上，则正弦函数y=sinx是该圆的“优美函数”；即可判断③的正误；

函数y=f（x）的图象是中心对称图形，则y=f（x）是“优美函数”，但函数y=f（x）是“优美函数”时，图象不一定是中心对称图形，作图举反例即可．

【解答】解：过圆心的直线都可以将圆的周长和面积同时平分，

故对于任意一个圆O，其“优美函数”有无数个，故①正确；

函数菁优网-jyeoo的大致图象如图1，故其不可能为圆的“优美函数”；∴②不正确；

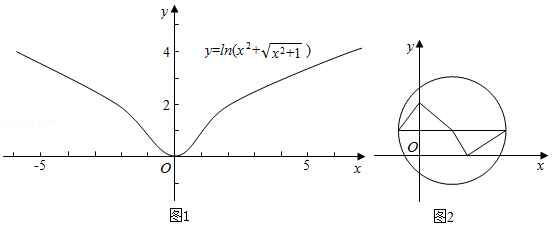
将圆的圆心放在正弦函数y=sinx的对称中心上，

则正弦函数y=sinx是该圆的“优美函数”；

故有无数个圆成立，故③正确；

函数y=f（x）的图象是中心对称图形，则y=f（x）是“优美函数”，

但函数y=f（x）是“优美函数”时，图象不一定是中心对称图形，如图2，



故选：A．

【点评】本题考查了学生的学习能力及数形结合的思想方法应用，命题真假的判断，函数的性质的应用，属于中档题．

**二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，满分20分，将答案填在答题纸上）**

13．（5分）（2017•河南一模）已知向量菁优网-jyeoo，若菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo=　菁优网-jyeoo　．

【考点】平面向量数量积的运算．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；向量法；平面向量及应用．

【分析】可先求出向量菁优网-jyeoo的坐标，根据条件得到菁优网-jyeoo，从而可求出x=1，进而求出向量菁优网-jyeoo的坐标，从而求得该向量的长度．

【解答】解：∵菁优网-jyeoo，且菁优网-jyeoo；

∴菁优网-jyeoo=﹣x2+2x﹣1=0；

∴x=1；

∴菁优网-jyeoo；

∴菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】考查向量坐标的概念，向量垂直的充要条件，以及向量坐标的数乘运算．

14．（5分）（2017•河南一模）（2x2+x﹣1）5的展开式中，x3的系数为　﹣30　．

【考点】二项式系数的性质．菁优网版权所有

【专题】分类讨论；转化法；二项式定理．

【分析】先求得二项式展开式的通项公式，再根据通项公式，讨论r的值，即可求得x3项的系数．

【解答】解：∵（2x2+x﹣1）5 =[（2x2+x）﹣1]5展开式的通项公式为

Tr+1=菁优网-jyeoo•（2x2+x）5﹣r•（﹣1）r，

当r=0或1时，二项式（2x2+x）5﹣r展开式中无x3项；

当r=2时，二项式（2x2+x）5﹣r展开式中x3的系数为1；

当r=3时，二项式（2x2+x）5﹣r展开式中x3的系数为4；

当r=4或5时，二项式（2x2+x）5﹣r，展开式中无x3项；

∴所求展开式中x3项的系数为1×菁优网-jyeoo+4×（﹣菁优网-jyeoo）=﹣30．

故答案为：﹣30．

【点评】本题主要考查二项式定理的应用，二项式展开式的通项公式，求展开式中某项的系数，二项式系数的性质，属于中档题．

15．（5分）（2017•河南一模）在△ABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，且2c•cosB=2a+b，若△ABC的面积为S=菁优网-jyeooc，则ab的最小值为　12　．

【考点】正弦定理．菁优网版权所有

【专题】解三角形．

【分析】由条件里用正弦定理、两角和的正弦公式求得cosC=﹣菁优网-jyeoo，C=菁优网-jyeoo．根据△ABC的面积为S=菁优网-jyeooab•sinC=菁优网-jyeooc，求得c=菁优网-jyeooab．再由余弦定理化简可得菁优网-jyeooa2b2=a2+b2+ab≥3ab，由此求得ab的最小值．

【解答】解：在△ABC中，由条件里用正弦定理可得2sinCcosB=2sinA+sinB=2sin（B+C）+sinB，

即 2sinCcosB=2sinBcosC+2sinCcosB+sinB，∴2sinBcosC+sinB=0，∴cosC=﹣菁优网-jyeoo，C=菁优网-jyeoo．

由于△ABC的面积为S=菁优网-jyeooab•sinC=菁优网-jyeooab=菁优网-jyeooc，∴c=菁优网-jyeooab．

再由余弦定理可得c2=a2+b2﹣2ab•cosC，整理可得菁优网-jyeooa2b2=a2+b2+ab≥3ab，

当且仅当a=b时，取等号，∴ab≥12，

故答案为：12．

【点评】本题主要考查正弦定理和余弦定理的应用，诱导公式、两角和的正弦公式、基本不等式的应用，属于基础题．

16．（5分）（2017•河南一模）椭圆C：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1的上、下顶点分别为A1、A2，点P在C上且直线PA2斜率的取值范围是[﹣2，﹣1]，那么直线PA1斜率的取值范围是　[菁优网-jyeoo]　．

【考点】椭圆的简单性质．菁优网版权所有

【专题】转化思想；转化法；三角函数的图像与性质．

【分析】由题意求A1、A2的坐标，设出点P的坐标，代入求斜率，进而求PA1斜率的取值范围

【解答】解：由椭圆的标准方程可知，

上、下顶点分别为A1（0，菁优网-jyeoo）、A2（0，﹣菁优网-jyeoo），

设点P（a，b）（a≠±2），则菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1．即菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo

直线PA2斜率k2=菁优网-jyeoo，直线PA1斜率k1=菁优网-jyeoo．

k1k2=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo；

k1=﹣菁优网-jyeoo

∵直线PA2斜率的取值范围是[﹣2，﹣1]，即：﹣2≤k2≤﹣1

∴直线PA1斜率的取值范围是[菁优网-jyeoo]．

故答案为：[菁优网-jyeoo]．

【点评】本题考查了圆锥曲线的简单性质应用，同时考查了直线的斜率公式及学生的化简能力，属于中档题

**三、解答题（本题必作题5小题，共60分；选作题2小题，考生任作一题，共10分.）**

17．（12分）（2017•河南一模）观察下列三角形数表：



假设第n行的第二个数为菁优网-jyeoo，

（1）归纳出an+1与an的关系式，并求出an的通项公式；

（2）设anbn=1（n≥2），求证：b2+b3+…+bn＜2．

【考点】数列的求和；归纳推理．菁优网版权所有

【专题】计算题；方程思想；转化思想；等差数列与等比数列；推理和证明．

【分析】（1）利用数列的关系归纳出an+1与an的关系式，利用累加法求解即可．

（2）利用放缩法化简通项公式，通过裂项消项法求解即可．

【解答】解：（1）依题意an+1=an+n（n≥2），a2=2，

菁优网-jyeoo，

所以菁优网-jyeoo；

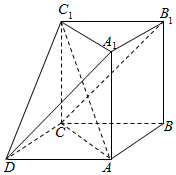
（2）因为anbn=1，所以菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查数列的应用，放缩法的应用，数列求和以及通项公式的求法，考查计算能力．

18．（12分）（2017•河南一模）如图所示的几何体中，ABC﹣A1B1C1为三棱柱，且AA1⊥平面ABC，四边形ABCD为平行四边形，AD=2CD，∠ADC=60°．

（1）若AA1=AC，求证：AC1⊥平面A1B1CD；

（2）若CD=2，AA1=λAC，二面角A﹣C1D﹣C的余弦值为菁优网-jyeoo，求三棱锥C1﹣A1CD的体积．



【考点】棱柱、棱锥、棱台的体积；直线与平面垂直的判定．菁优网版权所有

【专题】计算题；规律型；数形结合；转化思想；空间位置关系与距离．

【分析】（I）连接A1C交AC1于E，证明AA1⊥AC，CD⊥AC，推出CD⊥平面A1ACC1，然后证明AC1⊥平面A1 B1CD．

（II）如图建立直角坐标系，求出相关点的坐标，求出平面 AC1D的法向量菁优网-jyeoo，平面C1CD的法向量为菁优网-jyeoo，通过向量的数量积求出λ=1，然后利用等体积法求解体积即可．

【解答】（I）证明：连接A1C交AC1于E，因为AA1=AC，又A A1⊥平面ABCD，所以AA1⊥AC，

所以A1ACC1为正方形，所以A1C⊥AC1，…（2分）

在△ACD中，AD=2CD，∠ADC=60°，由余弦定理得 AC2=AD2+CD2﹣2 AC•DCcos60°，

所以菁优网-jyeoo，所以AD2=AC2+CD2，

所以CD⊥AC，又AA1⊥CD．所以CD⊥平面A1ACC1，

所以CD⊥AC1，所以AC1⊥平面A1 B1CD．…（6分）

（II）如图建立直角坐标系，则D（2，0，0），菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo∴菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo

对平面 AC1D，因为菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo

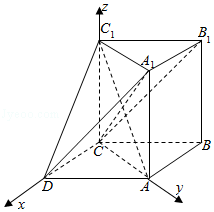
所以法向量菁优网-jyeoo，

平面C1CD的法向量为菁优网-jyeoo，…（8分）

由菁优网-jyeoo，得λ=1，…（10分）

所以 A A1=AC，此时，CD=2，菁优网-jyeoo，

所以菁优网-jyeoo…（12分）



【点评】本题考查二面角的平面镜的求法与应用，直线与平面垂直的判定定理的应用，考查空间想象能力以及计算能力．

19．（12分）（2017•河南一模）为了对2016年某校中考成绩进行分析，在60分以上的全体同学中随机抽出8位，他们的数学分数（已折算为百分制）从小到大排是60、65、70、75、80、85、90、95，物理分数从小到大排是72、77、80、84、88、90、93、95．

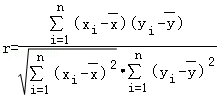
（1）若规定85分以上为优秀，求这8位同学中恰有3位同学的数学和物理分数均为优秀的概率；

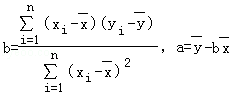
（2）若这8位同学的数学、物理、化学分数事实上对应如下表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 学生编号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 数学分数x | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 | 95 |
| 物理分数y | 72 | 77 | 80 | 84 | 88 | 90 | 93 | 95 |
| 化学分数z | 67 | 72 | 76 | 80 | 84 | 87 | 90 | 92 |

①用变量y与x、z与x的相关系数说明物理与数学、化学与数学的相关程度；

②求y与x、z与x的线性回归方程（系数精确到0.01），当某同学的数学成绩为50分时，估计其物理、化学两科的得分．

参考公式：相关系数，

回归直线方程是：菁优网-jyeoo，其中，

参考数据：菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

【考点】线性回归方程；两个变量的线性相关．菁优网版权所有

【专题】对应思想；综合法；概率与统计．

【分析】（1）求出从这8位同学中恰有3位同学的数学和物理分数均为优秀的基本事件数，

以及这8位同学的物理分数和数学分数分别对应基本事件数，计算所求的概率值；

（2）①变量y与x、z与x的相关系数，得出物理与数学、化学与数学成绩都是高度正相关；

②求出y与x、z与x的线性回归方程，由此计算x=50时y与z的值即可．

【解答】解：（1）这8位同学中恰有3位同学的数学和物理分数均为优秀，

则需要先从物理4 个优秀分数中选出3个与数学分数对应，

不同的种数是菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo（或菁优网-jyeoo），

然后剩下的5个数学分数和物理分数任意对应，不同的种数是菁优网-jyeoo；

根据乘法原理，满足条件的不同种数是菁优网-jyeoo；

这8位同学的物理分数和数学分数分别对应种数共有菁优网-jyeoo，

故所求的概率为菁优网-jyeoo；

（2）①变量y与x、z与x的相关系数分别是

菁优网-jyeoo，

可以看出：物理与数学、化学与数学成绩都是高度正相关；

②设y与x、z与x的线性回归方程分别是菁优网-jyeoo，

根据所给的数据，计算出

菁优网-jyeoo，

菁优网-jyeoo，

所以y与x、z与x的回归方程分别是

菁优网-jyeoo、菁优网-jyeoo，

当x=50时，菁优网-jyeoo，

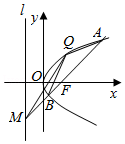
∴当该生的数学为50分时，其物理、化学成绩分别约为66.85分、61.2分．

【点评】本题考查了古典概型的概率与线性回归方程的应用问题，是基础题目．

20．（12分）（2017•河南一模）如图，抛物线C：y2=2px的焦点为F，抛物线上一定点Q（1，2）．

（1）求抛物线C的方程及准线l的方程；

（2）过焦点F的直线（不经过Q点）与抛物线交于A，B两点，与准线l交于点M，记QA，QB，QM的斜率分别为k1，k2，k3，问是否存在常数λ，使得k1+k2=λk3成立？若存在λ，求出λ的值；若不存在，说明理由．



【考点】直线与抛物线的位置关系．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）把Q（1，2）代入y2=2px，得2p=4，即可求抛物线C的方程及准线l的方程；

（2）把直线AB的方程y=k（x﹣1），代入抛物线方程y2=4x，并整理，求出k1+k2，k3，即可得出结论．

【解答】解：（1）把Q（1，2）代入y2=2px，得2p=4，所以抛物线方程为y2=4x，

准线l的方程为x=﹣1．

（2）由条件可设直线AB的方程为y=k（x﹣1），k≠0．

由抛物线准线l：x=﹣1，可知M（﹣1，﹣2k），又Q（1，2），所以菁优网-jyeoo，

把直线AB的方程y=k（x﹣1），代入抛物线方程y2=4x，并整理，可得k2x2﹣2（k2+2）x+k2=0，设A（x1，y1），B（x2，y2），则菁优网-jyeoo，

又Q（1，2），故菁优网-jyeoo．因为A，F，B三点共线，所以kAF=kBF=k，

即菁优网-jyeoo，

所以菁优网-jyeoo，

即存在常数λ=2，使得k1+k2=2k3成立．

【点评】本题主要考查直线与圆锥曲线的综合应用能力，具体涉及到轨迹方程的求法及直线与抛物线的相关知识，解题时要注意合理地进行等价转化．

21．（12分）（2017•河南一模）已知函数f（x）=（a﹣bx3）ex﹣菁优网-jyeoo，且函数f（x）的图象在点（1，e）处的切线与直线x﹣（2e+1）y﹣3=0垂直．

（Ⅰ）求a，b；

（Ⅱ）求证：当x∈（0，1）时，f（x）＞2．

【考点】利用导数研究曲线上某点切线方程；利用导数求闭区间上函数的最值．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；导数的综合应用．

【分析】（Ⅰ）根据函数f（x）的图象在点（1，e）处的切线与直线x﹣（2e+1）y﹣3=0垂直，求得a，b；

（Ⅱ）由（Ⅰ）得菁优网-jyeoo，证f（x）＞2，即证2ex﹣exx3＞2菁优网-jyeoo，构造函数，确定函数的单调性，即可证明结论．

【解答】（Ⅰ）解：因为f（1）=e，故（a﹣b）e=e，故a﹣b=1①；

依题意，f′（1）=﹣2e﹣1；又菁优网-jyeoo，

故f′（1）=ae﹣1﹣4be=﹣2e﹣1，故a﹣4b=﹣2②，

联立①②解得a=2，b=1，…（5分）

（Ⅱ）证明：由（Ⅰ）得菁优网-jyeoo

要证f（x）＞2，即证2ex﹣exx3＞2菁优网-jyeoo； …（7分）

令g（x）=2ex﹣exx3，∴g′（x）=ex（﹣x3﹣3x2+2）=﹣ex（x3+3x2﹣2）=﹣ex（x+1）（x2+2x﹣2），

故当x∈（0，1）时，﹣ex＜0，x+1＞0；

令p（x）=x2+2x﹣2，因为p（x）的对称轴为x=﹣1，且p（0）•p（1）＜0，

故存在x0∈（0，1），使得p（x0）=0；

故当x∈（0，x0）时，p（x）=x2+2x﹣2＜0，g′（x）=﹣ex（x+1）（x2+2x﹣2）＞0，

即g（x）在（0，x0）上单调递增；

当x∈（x0，1）时，p（x）=x2+2x﹣2＞0，故g′（x）=﹣ex（x+1）（x2+2x﹣2）＜0，

即g（x）在（x0，1）上单调递减；因为g（0）=2，g（1）=e，

故当x∈（0，1）时，g（x）＞g（0）=2，…（10分）

又当x∈（0，1）时，菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo…（11分）

所以2ex﹣exx3＞2菁优网-jyeoo，即f（x）＞2…（12分）

【点评】本题考查导数的应用，考查导数的几何意义，考查不等式的证明，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．

**请考生在22、23两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22．（10分）（2017•河南一模）在直角坐标系xOy中，直线l的参数方程为（t为参数）若以O点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，则曲线C的极坐标方程为ρ=4cos θ．

（1）求曲线C的直角坐标方程及直线l的普通方程；

（2）将曲线C上各点的横坐标缩短为原来的菁优网-jyeoo，再将所得曲线向左平移1个单位，得到曲线C1，求曲线C1上的点到直线l的距离的最小值．

【考点】直线的参数方程；简单曲线的极坐标方程．菁优网版权所有

【专题】直线与圆．

【分析】（1）利用直角坐标与极坐标间的关系：ρcosθ=x，ρsinθ=y，ρ2=x2+y2，进行代换即得C的直角坐标方程，将直线l的参数消去得出直线l的普通方程．

（2）曲线C1的方程为4x2+y2=4，设曲线C1上的任意点（cosθ，2sinθ），利用点到直线距离公式，建立关于θ的三角函数式求解．

【解答】解：（1）由ρ=4cosθ，得出ρ2=4ρcosθ，化为直角坐标方程：x2+y2=4x

即曲线C的方程为（x﹣2）2+y2=4，直线l的方程是：x+y=0…（4分）

（2）将曲线C横坐标缩短为原来的 菁优网-jyeoo，再向左平移1个单位，得到曲线C1的方程为4x2+y2=4，设曲线C1上的任意点（cosθ，2sinθ）

到直线l距离d=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

当sin（θ+α）=0时

到直线l距离的最小值为0．

【点评】本题考查点的极坐标和直角坐标的互化，以及利用平面几何知识解决最值问题．利用直角坐标与极坐标间的关系，即利用ρcosθ=x，ρsinθ=y，ρ2=x2+y2，进行代换即得．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•河南一模）设f（x）=|x﹣1|+|x+1|．

（1）求f（x）≤x+2的解集；

（2）若不等式f（x）≥菁优网-jyeoo对任意实数a≠0恒成立，求实数x的取值范围．

【考点】函数恒成立问题；绝对值不等式的解法．菁优网版权所有

【专题】分类讨论；函数的性质及应用；不等式的解法及应用．

【分析】（1）运用绝对值的含义，对x讨论，分x≥1，﹣1＜x＜1，x≤﹣1，去掉绝对值，得到不等式组，解出它们，再求并集即可得到解集；

（2）运用绝对值不等式的性质，可得不等式右边的最大值为3，再由不等式恒成立思想可得f（x）≥3，再由去绝对值的方法，即可解得x的范围．

【解答】解：（1）由f（x）≤x+2得：

菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo，

即有1≤x≤2或0≤x＜1或x∈∅，

解得0≤x≤2，

所以f（x）≤x+2的解集为[0，2]；

（2）菁优网-jyeoo=|1+菁优网-jyeoo|﹣|2﹣菁优网-jyeoo|≤|1+菁优网-jyeoo+2﹣菁优网-jyeoo|=3，

当且仅当（1+菁优网-jyeoo）（2﹣菁优网-jyeoo）≤0时，取等号．

由不等式f（x）≥菁优网-jyeoo对任意实数a≠0恒成立，

可得|x﹣1|+|x+1|≥3，即菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo，

解得x≤﹣菁优网-jyeoo或x≥菁优网-jyeoo，

故实数x的取值范围是（﹣∞，﹣菁优网-jyeoo]∪[菁优网-jyeoo，+∞）．

【点评】本题考查绝对值不等式的解法，同时考查不等式恒成立问题的求法，运用分类讨论的思想方法和绝对值不等式的性质是解题的关键．