**[2017河南省许昌市文科数学一模试卷（Word版含解析）](http://gao.qida100.com/shiti/20170912/1080.html" \t "http://www.qida100.com/_blank)**

**一、选择题：本大题共13小题，每小题5分，共60分.在每个小题给出的四个选项中，有且只有一项符合题目要求.**

1．（5分）（2017•许昌二模）已知集合U=R，A={x|（x﹣2）（x+1）≤0}，B={x|0≤x＜3}，则∁U（A∪B）=（　　）

A．（﹣1，3） B．（﹣∞，﹣1]∪[3，+∞） C．[﹣1，3] D．（﹣∞，﹣1）∪[3，+∞）

【考点】交、并、补集的混合运算．菁优网版权所有

【专题】集合思想；定义法；不等式的解法及应用；集合．

【分析】解不等式求出集合A，根据并集与补集的定义写出运算结果即可．

【解答】解：集合U=R，

A={x|（x﹣2）（x+1）≤0}={x|﹣1≤x≤2}，

B={x|0≤x＜3}，

∴A∪B={x|﹣1≤x＜3}，

∴∁U（A∪B）={x|x＜﹣1或x≥3}=（﹣∞，﹣1）∪[3，+∞）．

故选：D．

【点评】本题考查了解不等式与集合的基本运算问题，是基础题目．

2．（5分）（2017•许昌二模）欧拉（Leonhard Euler，国籍瑞士）是科学史上最多产的一位杰出的数学家，他发明的公式eix=cosx+isinx（i为虚数单位），将指数函数的定义域扩大到复数，建立了三角函数和指数函数的关系，这个公式在复变函数理论中占有非常重要的地位，被誉为“数学中的天桥”．根据此公式可知，表示的复数e﹣iπ在复平面内位于

（　　）

A．第一象限 B．在实数轴上 C．第三象限 D．第四象限

【考点】复数代数形式的混合运算．菁优网版权所有

【专题】方程思想；转化思想；数系的扩充和复数．

【分析】复数e﹣iπ=cos（﹣π）+isin（﹣π）=﹣1，即可判断出结论．

【解答】解：复数e﹣iπ=cos（﹣π）+isin（﹣π）=﹣1，位于复平面内的实数轴上．

故选：B．

【点评】本题考查了欧拉公式、复数的三角形式，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

3．（5分）（2017•许昌二模）已知向量菁优网-jyeoo，且菁优网-jyeoo，则实数k的值为（　　）

A．﹣2 B．2 C．8 D．﹣8

【考点】平面向量共线（平行）的坐标表示．菁优网版权所有

【专题】方程思想；转化思想；平面向量及应用．

【分析】利用向量共线定理即可得出．

【解答】解：∵菁优网-jyeoo，∴﹣2k﹣4=0，解得k=﹣2．

故选：A．

【点评】本题考查了向量共线定理，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

4．（5分）（2017•许昌二模）下列命题正确的是（　　）

A．∃x0∈R，sinx0+cosx0=菁优网-jyeoo

B．∀x≥0且x∈R，2x＞x2

C．已知a，b为实数，则a＞2，b＞2是ab＞4的充分条件

D．已知a，b为实数，则a+b=0的充要条件是菁优网-jyeoo=﹣1

【考点】命题的真假判断与应用．菁优网版权所有

【专题】转化思想；定义法；简易逻辑．

【分析】根据sinx+cosx=菁优网-jyeoosin（x+菁优网-jyeoo）≤菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo，判断A错误；

举例说明x=2时2x=x2=4，判断B错误；

根据a＞2，b＞2时ab＞4，判断充分性成立C正确；

举例说明a=b=0时菁优网-jyeoo=﹣1不成立，判断D错误．

【解答】解：对于A，∀x∈R，sinx+cosx=菁优网-jyeoosin（x+菁优网-jyeoo）≤菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo正确，

∴该命题的否定是假命题，A错误；

对于B，当x=2时，2x=x2=4，∴B错误；

对于C，a，b为实数，当a＞2，b＞2时，ab＞4，充分性成立，

是充分条件，C正确；

对于D，a，b为实数，a+b=0时，若a=b=0，则菁优网-jyeoo=﹣1不成立，

∴不是充要条件，D错误．

故选：C．

【点评】本题考查了命题真假的判断问题，也考查了简易逻辑的应用问题，是基础题目．

5．（5分）（2017•许昌二模）命题“∀x≥0且x∈R，2x＞x2”的否定是（　　）

A．∃x0≥0且x0∈R，菁优网-jyeoo B．∀x≥0且x∈R，2x≤x2

C．∃x0≥0且x0∈R，菁优网-jyeoo D．∃x0＜0且x0∈R，菁优网-jyeoo

【考点】命题的否定．菁优网版权所有

【专题】计算题；对应思想；定义法；简易逻辑．

【分析】利用全称命题的否定是特称命题，去判断．

【解答】解：因为命题是全称命题，根据全称命题的否定是特称命题，

所以命题的否定：∃x0≥0且x0∈R，菁优网-jyeoo

故选：C

【点评】本题主要考查全称命题的否定，要求掌握全称命题的否定是特称命题．

6．（5分）（2017•许昌二模）已知蝴蝶（体积忽略不计）在一个长、宽、高分别为5，4，3的长方体内自由飞行，若蝴蝶在飞行过程中始终保持与长方体的6个面的距离均大于1，称其为“安全飞行”，则蝴蝶“安全飞行”的概率为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】几何概型．菁优网版权所有

【专题】综合题；方程思想；演绎法；概率与统计．

【分析】蝴蝶的安全飞行范围为：以这个长方体的中心为中心且长、宽、高分别为3，2，1的长方体内，分别求出体积，即可得出安全飞行的概率．

【解答】解：由题知蝴蝶的安全飞行范围为：

以这个长方体的中心为中心且长、宽、高分别为3，2，1的长方体内．

这个小长方体的体积为6，

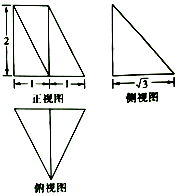
大长方体的体积为60，

故安全飞行的概率为p=菁优网-jyeoo．

故选A．

【点评】本题考查几何概型概率的求法，解题时要认真审题，注意蝴蝶的安全飞行范围为：以这个长方体的中心为中心且长、宽、高分别为3，2，1的长方体内．

7．（5分）（2017•许昌二模）某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）



A．3菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo

【考点】由三视图求面积、体积．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；空间位置关系与距离．

【分析】由三视图可得，几何体为底面为正视图，高为菁优网-jyeoo的四棱锥，即可求出几何体的体积．

【解答】解：由三视图可得，几何体为底面为正视图，高为菁优网-jyeoo的四棱锥，体积为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选B．

【点评】本题考查由三视图求面积、体积，考查学生的计算能力，确定几何体的形状是关键．

8．（5分）（2017•许昌二模）已知x，y均为正实数，且菁优网-jyeoo，则x+y的最小值为（　　）

A．24 B．32 C．20 D．28

【考点】基本不等式．菁优网版权所有

【专题】方程思想；转化思想；不等式的解法及应用．

【分析】变形利用基本不等式的性质即可得出．

【解答】解：∵x，y均为正实数，且菁优网-jyeoo，

则x+y=（x+2+y+2）﹣4=菁优网-jyeoo（x+2+y+2）﹣4=6菁优网-jyeoo﹣4≥菁优网-jyeoo﹣4=20，

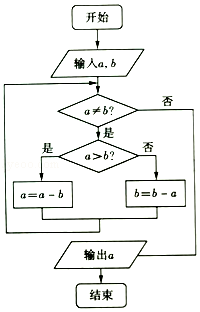
当且仅当x=y=10时取等号．

∴x+y的最小值为20．

故选：C．

【点评】本题考查了基本不等式的性质，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

9．（5分）（2017•许昌二模）如图所示的程序框图的算法思路来源于我国古代数学名著《九章算术》中的“更相减损术”，执行该程序框图，若输入a，b的值分别是21，28，则输出a的值为（　　）



A．14 B．7 C．1 D．0

【考点】程序框图．菁优网版权所有

【专题】计算题；图表型；试验法；算法和程序框图．

【分析】由循环结构的特点，先判断，再执行，分别计算出当前的a，b的值，即可得到结论．

【解答】解：由a=21，b=28，不满足a＞b，

则b变为28﹣21=7，

由b＜a，则a变为21﹣7=14，

由b＜a，则a变为14﹣7=7，

由a=b=7，

则输出的a=7．

故选：B．

【点评】本题考查算法和程序框图，主要考查循环结构的理解和运用，以及赋值语句的运用，属于基础题．

10．（5分）（2017•许昌二模）若函数菁优网-jyeoo的图象的对称中心在区间菁优网-jyeoo内有且只有一个，则φ的值可以是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】正弦函数的图象．菁优网版权所有

【专题】函数思想；转化法；三角函数的图像与性质．

【分析】根据正弦函数图象的对称中心是（kπ，0），求出φ的表达式，再根据题意求出φ的取值范围，即可得出φ的一个可能取值．

【解答】解：根据题意，令2x+φ=kπ，k∈Z，

得φ=kπ﹣2x，k∈Z；

又函数f（x）图象的对称中心在区间（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）内，

∴﹣2x∈（﹣菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo），

∴kπ﹣2x∈（kπ﹣菁优网-jyeoo，kπ﹣菁优网-jyeoo），k∈Z；

当k=1时，φ∈（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），

又0＜φ＜菁优网-jyeoo，

∴φ的一个可能取值是菁优网-jyeoo．

故选：D．

【点评】本题考查了三角函数的图象与性质的应用问题，是基础题目．

11．（5分）（2017•许昌二模）已知函数f（x）=菁优网-jyeoo的最大值为M，最小值为m，则M+m等于（　　）

A．0 B．2 C．4 D．8

【考点】函数的最值及其几何意义．菁优网版权所有

【专题】计算题；函数思想；转化法；函数的性质及应用．

【分析】设g（x）=菁优网-jyeoo，得到g（x）为奇函数，得到g（x）max+g（x）min=0，相加可得答案．

【解答】解：f（x）=菁优网-jyeoo=2+菁优网-jyeoo，

设g（x）=菁优网-jyeoo，

∴g（﹣x）=﹣g（x），

∴g（x）为奇函数，

∴g（x）max+g（x）min=0

∵M=f（x）max=2+g（x）max，m=f（x）min=2+g（x）min，

∴M+m=2+g（x）max+2+g（x）min=4，

故选：C

【点评】本题主要考查了利用函数的奇偶性求函数的最大值与最小值，属于中档题．

12．（5分）（2017•湖南二模）已知双曲线C：菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=1（a＞0，b＞0）的左、右焦点分别为F1，F2，O为坐标原点，点P是双曲线在第一象限内的点，直线PO，PF2分别交双曲线C的左、右支于另一点M，N，若|PF1|=2|PF2|，且∠MF2N=120°，则双曲线的离心率为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】直线与椭圆的位置关系．菁优网版权所有

【专题】数形结合；数形结合法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】由题意，|PF1|=2|PF2|，|PF1|﹣|PF2|=2a，可得|PF1|=4a，|PF2|=2a，由∠MF2N=120°，可得∠F1PF2=120°，由余弦定理可得4c2=16a2+4a2﹣2•4a•2a•cos120°，即可求出双曲线C的离心率．

【解答】解：由题意，|PF1|=2|PF2|，

由双曲线的定义可得，|PF1|﹣|PF2|=2a，

可得|PF1|=4a，|PF2|=2a，

由四边形PF1MF2为平行四边形，

又∠MF2N=120°，可得∠F1PF2=120°，

在三角形PF1F2中，由余弦定理可得

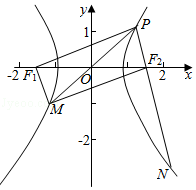
4c2=16a2+4a2﹣2•4a•2a•cos120°，

即有4c2=20a2+8a2，即c2=7a2，

可得c=菁优网-jyeooa，

即e=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选B．



【点评】本题考查双曲线C的离心率，注意运用双曲线的定义和三角形的余弦定理，考查学生的计算能力，属于中档题．

13．（5分）（2017•湖南二模）已知函数菁优网-jyeoo的图象与直线x﹣2y=0相切，当函数g（x）=f（f（x））﹣t恰有一个零点时，实数t的取值范围是（　　）

A．{0} B．[0，1] C．[0，1） D．（﹣∞，0）

【考点】利用导数研究曲线上某点切线方程．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；函数的性质及应用．

【分析】先利用函数菁优网-jyeoo的图象与直线x﹣2y=0相切，求出a，再作出f（x）的图象，利用当函数g（x）=f（f（x））﹣t恰有一个零点时，即可实数t的取值范围．

【解答】解：由题意，f′（x）=菁优网-jyeoo，

取切点（m，n），则n=菁优网-jyeoo，m=2n，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴a=e．∴f（x）=菁优网-jyeoo，

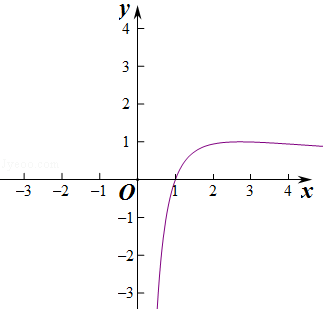
f′（x）=菁优网-jyeoo，函数f（x）在（0，e）上单调递增，（e，+∞）上单调递减，

f（1）=0，x→+∞，f（x）→0，

由于f（e）=1，f（1）=0，

∴当函数g（x）=f（f（x））﹣t恰有一个零点时，实数t的取值范围是{0}，

故选A．



【点评】本题考查导数知识的运用，考查导数的几何意义，考查数形结合的数学思想，属于中档题．

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.**

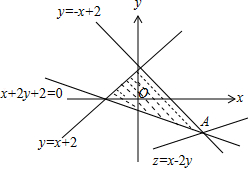
14．（5分）（2017•许昌二模）已知x，y满足菁优网-jyeoo，则z=x﹣2y的最大值为　14　．

【考点】简单线性规划．菁优网版权所有

【专题】计算题；对应思想；数形结合法；不等式的解法及应用．

【分析】由约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，把最优解的坐标代入目标函数得答案．

【解答】解：由约束条件菁优网-jyeoo作出可行域如图，



化目标函数z=x﹣2y为菁优网-jyeoo，

由图可知，当直线菁优网-jyeoo过点A（6，﹣4）时，直线在y轴上的截距最小，z有最大值为14．

故答案为：14．

【点评】本题考查简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法，是中档题．

15．（5分）（2017•许昌二模）已知圆C经过坐标原点O和点A（4，2），圆心C在直线x+2y﹣1=0上，则圆心到弦OA的距离为　菁优网-jyeoo　．

【考点】点到直线的距离公式．菁优网版权所有

【专题】方程思想；转化思想；直线与圆．

【分析】线段OA的中点为（2，1），kOA=菁优网-jyeoo．圆心所在直线方程为：y﹣1=﹣2（x﹣2），与直线x+2y﹣1=0联立解得x，y，再利用点到直线的距离公式即可得出．

【解答】解：线段OA的中点为（2，1），kOA=菁优网-jyeoo．

∴圆心所在直线方程为：y﹣1=﹣2（x﹣2），化为2x+y﹣5=0．

联立菁优网-jyeoo，解得x=3，y=﹣1．

∴圆心（3，﹣1），

∴圆心到直线OA：y=菁优网-jyeoox的距离d=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了圆的性质、两点之间的距离公式、点到直线的距离公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

16．（5分）（2017•许昌二模）已知侧棱与底面垂直的三棱柱ABC﹣A1B1C1满足AA1=2AB=2BC=4，∠ABC=90°，则其外接球的表面积为　24π　．

【考点】球内接多面体；球的体积和表面积．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；空间位置关系与距离．

【分析】根据题意判断直三棱柱ABC﹣A1B1C1的底面ABC为等腰直角三角形，我们可以把直三棱柱ABC﹣A1B1C1补成正四棱柱，则正四棱柱的体对角线是其外接球的直径，求出外接球的直径后，代入外接球的表面积公式，即可求出该三棱柱的外接球的表面积

【解答】解：由题意，直三棱柱ABC﹣A1B1C1的底面ABC为等腰直角三角形，

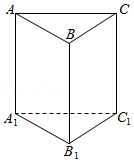
把直三棱柱ABC﹣A1B1C1补成正四棱柱，

则正四棱柱的体对角线是其外接球的直径，

所以外接球半径为R=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

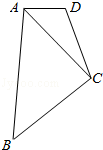
表面积为S=4π•6=24π．

故答案为：24π．



【点评】在求一个几何体的外接球表面积（或体积）时，关键是求出外接球的半径，我们通常有如下办法：①构造三角形，解三角形求出R；②找出几何体上到各顶点距离相等的点，即球心，进而求出R；③将几何体补成一个长方体，其对角线即为球的直径，进而求出R．

17．（5分）（2017•许昌二模）如图所示，在平面四边形ABCD中，AD=1，CD=2，AC=菁优网-jyeoo，若菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，则BC=　3　．



【考点】解三角形．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；综合法；解三角形．

【分析】由题意在△ADC中应用余弦定理易得cos∠CAD，进而由同角三角函数基本关系可得sin∠CAD和sin∠BAD，再由和差角公式可得sin∠CAB，在△ABC中由正弦定理可得BC．

【解答】解：由题意在△ADC中，AD=1，CD=2，AC=菁优网-jyeoo，

∴由余弦定理可得cos∠CAD=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴sin∠CAD=菁优网-jyeoo，

同理由cos∠BAD=﹣菁优网-jyeoo，可得sin∠BAD=菁优网-jyeoo，

∴sin∠CAB=sin（∠BAD﹣∠CAD）

=sin∠BADcos∠CAD﹣cos∠BADsin∠CAD=菁优网-jyeoo

在△ABC中由正弦定理可得BC==3

故答案为：3．

【点评】本题考查三角形中的几何运算，涉及正余弦定理的综合应用，属中档题．

**三、解答题：本大题共5小题，共70分.解答应写出必要的文字说明或推理、验算过程.**

18．（12分）（2017•许昌二模）已知数列菁优网-jyeoo．

（1）证明：数列{nan}是等差数列；

（2）记菁优网-jyeoo，{bn}的前n项和为Sn，证明：Sn＜1．

【考点】数列的求和；等差关系的确定．菁优网版权所有

【专题】方程思想；转化思想；等差数列与等比数列．

【分析】（1）数列菁优网-jyeoo，可得nan=（n﹣1）an﹣1+1，即nan﹣（n﹣1）an﹣1=1，即可证明．

（2）由（1）可得：nan=2+（n﹣1），可得n2an=n（n+1），bn=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．利用“裂项求和”方法与数列的单调性即可得出．

【解答】证明：（1）∵数列菁优网-jyeoo，∴nan=（n﹣1）an﹣1+1，即nan﹣（n﹣1）an﹣1=1，

∴数列{nan}是等差数列，首项为2，公差为1．

（2）由（1）可得：nan=2+（n﹣1），可得n2an=n（n+1）．∴bn=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

∴{bn}的前n项和Sn=菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo=1﹣菁优网-jyeoo＜1．

【点评】本题考查了数列递推关系、等差数列的定义与通项公式、“裂项求和”方法、数列的单调性，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

19．（12分）（2017•许昌二模）为了解某高校学生中午午休时间玩手机情况，随机抽取了100名大学生进行调查．下面是根据调查结果绘制的学生日均午休时间的频率分布直方图：将日均午休时玩手机不低于40分钟的学生称为“手机控”．

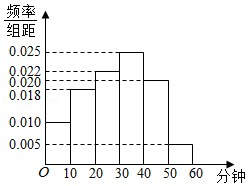
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 非手机迷 | 手机迷 | 合计 |
| 男 | x | x | m |
| 女 | y | 10 | 55 |
| 合计 | 75 | 25 | 100 |

（1）求列表中数据的值；

（2）能否有95%的把握认为“手机控”与性别有关？

注：k2=菁优网-jyeoo

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| P（k2≥x0） | 0.05 | 0.10 |
| k0 | 3.841 | 6.635 |



【考点】独立性检验的应用．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；概率与统计．

【分析】（1）由频率分布直方图能求出在抽取的100人中，“手机控”的人数．

（2）求出2×2列联表，假设H0：“手机控”与性别没有关系，求出K2＜3.841，从而得到没有95%把握认为“手机控”与性别有关．

【解答】解：（1）由频率分布直方图可知，在抽取的100人中，“手机控”有：100×（0.2+0.05）=25人，非手机控75人，∴x=30，y=45，m=15．n=45；

（2）从而2×2列联表如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 非手机控 | 手机控 | 合计 |
| 男 | 30 | 15 | 45 |
| 女 | 45 | 10 | 55 |
| 合计 | 75 | 25 | 100 |

…（3分）

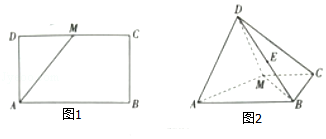
假设H0：“手机控”与性别没有关系．

将2×2列联表中的数据代入公式，计算得：K2=菁优网-jyeoo≈3.030，

当H0成立时，P（K2≥3.841）≈0.05．

∴3.030＜3.841，所以没有95%把握认为“手机控”与性别有关

【点评】本题考查独立性检验的应用，考查学生的计算能力，是中档题．

20．（12分）（2017•许昌二模）如图所示，已知长方体ABCD中，AB=4，AD=2，M为DC的中点．将△ADM沿AM折起，使得AD⊥BM．

（1）求证：平面ADM⊥平面ABCM；

（2）若点E为线段DB的中点，求点E到平面DMC的距离．

【考点】点、线、面间的距离计算；平面与平面垂直的判定．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；空间位置关系与距离．

【分析】（1）证明：BM⊥平面ADM，即可证明平面ADM⊥平面ABCM；

（2）若点E为线段DB的中点，利用等体积方法求点E到平面DMC的距离．

【解答】（I）证明：∵AD=DM=2，CM=BC=2，∠ADM=∠BCM=90°，

∴AM=BM=2菁优网-jyeoo，又AB=4，

∴AM2+BM2=AB2，∴AM⊥BM．

∴AD⊥BM，AD∩AM=A，

∴BM⊥平面ADM，

∵BM⊂平面ABCM，

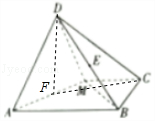
∴平面ADM⊥平面ABCM；

（2）解：取AM的中点F，连接DF，CF，则，DM=MC=2，DC=DF=菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo，

∴S△DMC=菁优网-jyeoo，

设点E到平面DMC的距离为d，则VE﹣DMC=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴d=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查线面垂直、面面垂直的证明，考查点到平面距离的计算，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．

21．（12分）（2017•许昌二模）已知函数菁优网-jyeoo．

（1）当a=﹣1时，求函数f（x）的单调区间；

（2）若函数f（x）在[0，1]上的最小值为菁优网-jyeoo，求实数a的值．

【考点】利用导数求闭区间上函数的最值；利用导数研究函数的单调性．菁优网版权所有

【专题】函数思想；转化法；导数的综合应用．

【分析】（1）求出函数的导数，解关于导函数的不等式，求出函数的单调区间即可；

（2）求出函数的导数，通过讨论a的范围，求出函数的单调区间，从而求出函数的最小值，求出a的值即可．

【解答】解：（1）f（x）的定义域是R，且f′（x）=1+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

a=﹣1时，f′（x）=菁优网-jyeoo，

由f′（x）＞0，得x∈（0，+∞），由f′（x）＜0，得x∈（﹣∞，0），

∴f（x）在（﹣∞，0）递减，在（0，+∞）递增；

（2）由（1）得f′（x）=菁优网-jyeoo，

①若a≥﹣1，则ex+a≥0，即f′（x）≥0在[0，1]上恒成立，

f（x）在[0，1]上是增函数，

∴f（x）min=f（0）=﹣a=菁优网-jyeoo，

∴a=﹣菁优网-jyeoo（舍）；

②若a≤﹣e，则 ex+a≤0，即f′（x）≤0在（0，1]恒成立，

f（x）在[0，1]递减，

∴f（x）min=f（1）=1﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴a=﹣菁优网-jyeoo（舍）；

③若﹣e＜a＜﹣1，当0＜x＜ln（﹣a）时，f′（x）＜0，

∴f（x）在（0，ln（﹣a））递减，

当ln（﹣a）＜x＜1时，f′（x）＞0，

∴f（x）在（ln（﹣a），1）递增；

∴f（x）min=f（ln（﹣a））=ln（﹣a）+1=菁优网-jyeoo，

∴a=﹣菁优网-jyeoo，

综上所述：a=﹣菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及分类讨论思想，转化思想，是一道中档题．

22．（12分）（2017•许昌二模）设抛物线的顶点在坐标原点，焦点F在y轴正半轴上，过点F的直线交抛物线于A，B两点，线段AB的长是8，AB的中点到x轴的距离是3．

（1）求抛物线的标准方程；

（2）设直线m在y轴上的截距为6，且与抛物线交于P，Q两点，连结QF并延长交抛物线的准线于点R，当直线PR恰与抛物线相切时，求直线m的方程．

【考点】直线与抛物线的位置关系．菁优网版权所有

【专题】方程思想；设而不求法；转化法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）设抛物线的方程为x2=2py（p＞0），求出准线方程，运用抛物线的定义和中位线定理，可得2（3+菁优网-jyeoo）=8，解得p，即可得到抛物线的方程；

（2）设直线PQ的方程为y=kx+6，代入抛物线的方程，运用韦达定理，结合导数求得切线的斜率，再由两点的方斜率公式，以及三点共线的条件：斜率相等，化简整理解方程可得k的值，客人得到直线m的方程．

【解答】解：（1）设抛物线的方程为x2=2py（p＞0），

准线方程为y=﹣菁优网-jyeoo，

由抛物线的定义可得|AF|+|BF|=|AB|=2（3+菁优网-jyeoo）=8，

解得p=2，

即有抛物线的方程为x2=4y；

（2）设直线PQ的方程为y=kx+6，代入抛物线的方程，可得

x2﹣4kx﹣24=0，

设P（x1，菁优网-jyeoo），Q（x2，菁优网-jyeoo），

可得x1+x2=4k，x1x2=﹣24，

由y=菁优网-jyeoox2的导数为y′=菁优网-jyeoox，

设R（t，﹣1），可得kPR=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoox1，

可得t=菁优网-jyeoox1﹣菁优网-jyeoo，

再由Q，F，R共线，可得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

消去t，可得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

即有16x1x2=4（x12+x22）﹣16﹣（x1x2）2，

即有16×（﹣24）=4[（4k）2+2×24]﹣16﹣242，

解方程可得k=±菁优网-jyeoo，

即有直线m的方程为y=±菁优网-jyeoox+6．

【点评】本题考查抛物线的方程的求法，注意运用定义法和方程思想，考查直线方程和抛物线方程联立，运用韦达定理和导数，由两点的斜率公式，以及三点共线的条件：斜率相等，考查化简整理的运算能力，属于中档题．

**[选修4-4：参数方程与极坐标系]**

23．（10分）（2017•许昌二模）在平面直角坐标系xoy中，曲线C1的参数方程为菁优网-jyeoo（θ为参数），以坐标原点O为极点，x轴的正半轴为极轴，与直角坐标系xoy取相同的单位长度建立极坐标系，曲线C2的极坐标方程为ρ=2cosθ﹣4sinθ．

（1）化曲线C1，C2的方程为普通方程，并说明它们分别表示什么曲线；

（2）设曲线C2与x轴的一个交点的坐标为P（m，0）（m＞0），经过点P作斜率为1的直线，l交曲线C2于A，B两点，求线段AB的长．

【考点】参数方程化成普通方程．菁优网版权所有

【专题】转化思想；参数法．

【分析】（1）根据sin2θ+cos2θ=1消去曲线C1的参数θ可得普通方程；根据ρcosθ=x，ρsinθ=y，ρ2=x2+y2，进行代换即得曲线C2的普通方程；

（2）令曲线C2的y=0，求解P的坐标，可得过P的直线方程，参数方程的几何意义求解即可．

【解答】解：（1）曲线C1的参数方程为菁优网-jyeoo，消去参数可得：菁优网-jyeoo，表示焦点在y轴上的椭圆方程．

曲线C2的极坐标方程为ρ=2cosθ﹣4sinθ，可得ρ2=2ρcosθ﹣4ρsinθ，

∴x2+y2=2x﹣4y，整理得（x﹣1）2+（y+2）2=5，表示以（1，﹣2）为圆心，半径r=5的圆．

（2）曲线C2与x轴的一个交点的坐标为P（m，0）（m＞0），令y=0，解得x=2，

∴P（2，0），可得直线l：y=x﹣2．

将曲线C1的参数方程带入直线l可得：菁优网-jyeoosinθ=2cosθ﹣2．

整理可得：cos（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，即θ=2kπ或菁优网-jyeoo，（k∈Z）．

那么：A（2，0），B（﹣1，﹣3），

∴|AB|=菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查参数方程、极坐标方程、普通方程的互化，以及直线参数方程的几何意义应用的思想，属于中档题．

**[选修4-5：不等式选讲]**

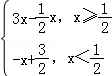
24．（2017•许昌二模）已知函数菁优网-jyeoo的最小值为m．

（1）求m的值；

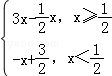
（2）若a，b，c是正实数，且a+b+c=m，求证：2（a3+b3+c3）≥ab+bc+ca﹣3abc．

【考点】不等式的证明；绝对值三角不等式．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；综合法；不等式．

【分析】（1）根据题意，将f（x）的解析式写成分段函数的形式可得f（x）=，结合函数的单调性分析可得f（x）min=f（菁优网-jyeoo）=1，即可得m的值；

（2）先用作差法证明a3+b3≥a2b+ab2，再结合基本不等式分析可得a3+b3≥a2b+ab2=ab（a+b）=ab（1﹣c）=ab﹣abc，①；同理可以证明b3+c3≥bc﹣abc，②和a3+c3≥ac﹣abc，②；将三个式子相加即可得答案．

【解答】解：（1）根据题意，函数菁优网-jyeoo=，

分析可得f（x）min=f（菁优网-jyeoo）=1，

即m=1；

（2）证明：由（1）可得a+b+c=1，

由于（a3+b3）﹣a2b﹣ab2=（a2﹣b2）（a﹣b）=（a﹣b）2（a+b），

又由a，b，c是正实数，

则有（a3+b3）﹣a2b﹣ab2=（a﹣b）2（a+b）≥0，

即a3+b3≥a2b+ab2=ab（a+b）=ab（1﹣c）=ab﹣abc，①

同理可得：b3+c3≥bc﹣abc，②

a3+c3≥ac﹣abc，③

①+②+③可得：2（a3+b3+c3）≥ab+bc+ca﹣3abc．

【点评】本题考查不等式的证明以及分段函数的性质，关键是求出m的值．