**2017郑州市、平顶山市、濮阳市高考理科数学二模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）**

1．（5分）（2017•河南二模）已知复数f（n）=in（n∈N\*），则集合{z|z=f（n）}中元素的个数是（　　）

A．4 B．3 C．2 D．无数

【考点】虚数单位i及其性质；集合中元素个数的最值．菁优网版权所有

【专题】数系的扩充和复数．

【分析】直接利用复数的幂运算，化简求解即可．

【解答】解：复数f（n）=in（n∈N\*），可得f（n）=，k∈Z．

集合{z|z=f（n）}中元素的个数是4个．

故选：A．

【点评】本题考查复数单位的幂运算，基本知识的考查．

2．（5分）（2017•河南二模）设x=30.5，y=log32，z=cos2，则（　　）

A．z＜y＜x B．z＜x＜y C．y＜z＜x D．x＜z＜y

【考点】对数值大小的比较．菁优网版权所有

【专题】函数的性质及应用．

【分析】利用指数函数、对数函数、三角函数的性质求解．

【解答】解：∵x=30.5=菁优网-jyeoo＞1，

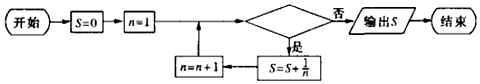
0=log31＜y=log32＜log33=1，

z=cos2＜0，

∴z＜y＜x．

故选：A．

【点评】本题考查三个数的大小的比较，是基础题，解题时要注意指数函数、对数函数、三角函数的性质的合理运用．

3．（5分）（2017•河南二模）要计算1+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo的结果，如图程序框图中的判断框内可以填（　　）

A．n＜2017 B．n≤2017 C．n＞2017 D．n≥2017

【考点】程序框图．菁优网版权所有

【专题】对应思想；转化法；算法和程序框图．

【分析】通过观察程序框图，分析为填判断框内判断条件，n的值在执行运算之后还需加1，故判断框内数字应减1，按照题意填入判断框即可．

【解答】解：通过分析，本程序框图为“当型“循环结构，

判断框内为满足循环的条件，

第1次循环，S=1，n=1+1=2，

第2次循环，S=1+菁优网-jyeoo，n=2+1=3，

…

当n=2018时，由题意，此时，应该不满足条件，

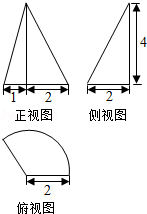
退出循环，输出S的值．

所以，判断框内的条件应为：n≤2017．

故选：B．

【点评】本题考查程序框图，通过对程序框图的分析对判断框进行判断，属于基础题．

4．（5分）（2017•河南二模）某几何体的三视图如图所示，其中俯视图为扇形，则该几何体的体积为（　　）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】由三视图求面积、体积．菁优网版权所有

【专题】计算题；空间位置关系与距离．

【分析】根据三视图判断几何体是圆锥的一部分，再根据俯视图与左视图的数据可求得底面扇形的圆心角为120°，又由侧视图知几何体的高为4，底面圆的半径为2，把数据代入圆锥的体积公式计算．

【解答】解：由三视图知几何体是圆锥的一部分，由俯视图与左视图可得：底面扇形的圆心角为120°，

又由侧视图知几何体的高为4，底面圆的半径为2，

∴几何体的体积V=菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo×π×22×4=菁优网-jyeoo．

故选：D．

【点评】本题考查了由三视图求几何体的体积，解答的关键是判断几何体的形状及三视图的数据所对应的几何量．

5．（5分）（2017•河南二模）下列命题是真命题的是（　　）

A．∀φ∈R，函数f（x）=sin（2x+φ）都不是偶函数

B．∃α，β∈R，使cos（α+β）=cosα+cosβ

C．向量菁优网-jyeoo=（2，1），菁优网-jyeoo=（﹣1，0），则菁优网-jyeoo在菁优网-jyeoo方向上的投影为2

D．“|x|≤1”是“x≤1”的既不充分又不必要条件

【考点】命题的真假判断与应用．菁优网版权所有

【专题】探究型；定义法；简易逻辑．

【分析】举出反例φ=菁优网-jyeoo，可判断A；举出正例α=菁优网-jyeoo，β=﹣菁优网-jyeoo，可判断B；求出向量的投影，可判断C；根据充要条件的定义，可判断D．

【解答】解：当φ=菁优网-jyeoo时，函数f（x）=sin（2x+φ）=cos2x是偶函数，故A为假命题；

∃α=菁优网-jyeoo，β=﹣菁优网-jyeoo∈R，使cos（α+β）=cosα+cosβ=1，故B为真命题；

向量菁优网-jyeoo=（2，1），菁优网-jyeoo=（﹣1，0），则菁优网-jyeoo在菁优网-jyeoo方向上的投影为﹣2，故C为假命题；

“|x|≤1”⇔“﹣1≤x≤1”是“x≤1”的充分不必要条件，故D为假命题，

故选：B

【点评】本题以命题的真假判断与应用为载体，考查奇数的奇偶性，特称命题，向量的投影，充要条件等知识点，难度中档．

6．（5分）（2017•河南二模）在区间[1，e]上任取实数a，在区间[0，2]上任取实数b，使函数f（x）=ax2+x+菁优网-jyeoob有两个相异零点的概率是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】几何概型．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；概率与统计．

【分析】设所求的事件为A，由方程ax2+x+菁优网-jyeoob=0有两个相异根，即△=1﹣ab＞0求出ab范围，判断出是一个几何概型后，在坐标系中画出所有的实验结果和事件A构成的区域，再用定积分求出事件A构成的区域的面积，代入几何概型的概率公式求解．

【解答】解：设事件A={使函数f（x）=ax2+x+菁优网-jyeoob有两个相异零点}，

方程ax2+x+菁优网-jyeoob=0有两个相异根，即△=1﹣ab＞0，解得ab＜1，

∵在[1，e]上任取实数a，在[0，2]上任取实数b，

∴这是一个几何概型，所有的实验结果Ω={（a，b）|1≤a≤e且 0≤b≤2}，面积为2（e﹣1）；

事件A={（a，b）|ab＜1，1≤a≤e且 0≤b≤2}，面积S=菁优网-jyeoo=1，

∴事件A的概率P（A）=菁优网-jyeoo．

故选A．

【点评】本题考查了几何概型下事件的概率的求法，用一元二次方程根的个数求出ab的范围，用定积分求不规则图形的面积，考查了学生综合运用知识的能力．

7．（5分）（2017•河南二模）已知数列{an}满足an+1=an﹣an﹣1（n≥2），a1=m，a2=n，Sn为数列{an}的前n项和，则S2017的值为（　　）

A．2017n﹣m B．n﹣2017m C．m D．n

【考点】数列递推式．菁优网版权所有

【专题】方程思想；转化思想；等差数列与等比数列．

【分析】an+1=an﹣an﹣1（n≥2），a1=m，a2=n，可得an+6=an．即可得出．

【解答】解：∵an+1=an﹣an﹣1（n≥2），a1=m，a2=n，

∴a3=n﹣m，a4=﹣m，a5=﹣n，a6=m﹣n，a7=m，a8=n，…，

∴an+6=an．

则S2017=S336×6+1=336×（a1+a2+…+a6）+a1=336×0+m=m，

故选：C．

【点评】本题考查了数列递推关系、数列的周期性，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

8．（5分）（2017•河南二模）已知实数x，y满足菁优网-jyeoo，则z=2|x﹣2|+|y|的最小值是（　　）

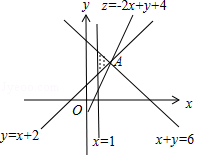
A．6 B．5 C．4 D．3

【考点】简单线性规划．菁优网版权所有

【专题】计算题；对应思想；数形结合法；不等式的解法及应用．

【分析】由约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，联立方程组求得最优解的坐标，代入目标函数得答案．

【解答】解：由约束条件菁优网-jyeoo作出可行域如图，



联立菁优网-jyeoo，解得A（2，4），

z=2|x﹣2|+|y|=﹣2x+y+4，化为y=2x+z﹣4．

由图可知，当直线y=2x+z﹣4过A时，直线在y轴上的截距最小，z有最大值为4．

故选：C．

【点评】本题考查简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法，是中档题．

9．（5分）（2017•河南二模）已知空间四边形ABCD，满足|菁优网-jyeoo|=3，|菁优网-jyeoo|=7，|菁优网-jyeoo|=11，|菁优网-jyeoo|=9，则菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo的值（　　）

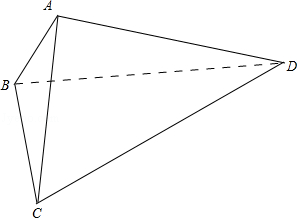
A．﹣1 B．0 C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】平面向量数量积的运算．菁优网版权所有

【专题】计算题；数形结合；向量法；平面向量及应用．

【分析】可画出图形，菁优网-jyeoo代入菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，同样方法，代入菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，进一步化简即可求出菁优网-jyeoo的值．

【解答】解：如图，



菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo

=0．

故选B．

【点评】考查向量加法和减法的几何意义，向量的数量积的运算．

10．（5分）（2017•河南二模）将数字“124467”重新排列后得到不同的偶数个数为（　　）

A．72 B．120 C．192 D．240

【考点】排列、组合的实际应用．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；排列组合．

【分析】由题意，末尾是2或6，不同的偶数个数为菁优网-jyeoo=120；末尾是4，不同的偶数个数为菁优网-jyeoo=120，即可得出结论．

【解答】解：由题意，末尾是2或6，不同的偶数个数为菁优网-jyeoo=120；

末尾是4，不同的偶数个数为菁优网-jyeoo=120，

故共有120+120=240个，

故选D．

【点评】本题考查排列、组合知识的运用，考查学生的计算能力，属于中档题．

11．（5分）（2017•河南二模）已知P为双曲线菁优网-jyeoo﹣x2=1上任一点，过P点向双曲线的两条渐近线分别作垂线，垂足分别为A，B，则|PA|•|PB|的值为（　　）

A．4 B．5

C．菁优网-jyeoo D．与点P的位置有关

【考点】双曲线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】计算题；方程思想；转化思想；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】设P（m，n），则菁优网-jyeoo﹣n2=1，即m2﹣4n2=4，求出渐近线方程，求得交点A，B，再求向量PA，PB的坐标，由向量的模，计算即可得到．

【解答】解：设P（m，n），则菁优网-jyeoo﹣m2=1，即n2﹣4m2=4，

由双曲线菁优网-jyeoo﹣x2=1的渐近线方程为y=±2x，

则由菁优网-jyeoo，解得交点A（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）；

由菁优网-jyeoo，解得交点B（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）．

菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），

则有|PA|•|PB|=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：C．

【点评】本题考查双曲线的方程和性质，考查渐近线方程的运用，考查联立方程组求交点的方法，考查向量的模求法，考查运算能力，属于中档题．

12．（5分）（2017•河南二模）已知函数f（x）=菁优网-jyeoo，如果当x＞0时，若函数f（x）的图象恒在直线y=kx的下方，则k的取值范围是（　　）

A．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] B．[菁优网-jyeoo，+∞） C．[菁优网-jyeoo，+∞） D．[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]

【考点】利用导数研究曲线上某点切线方程．菁优网版权所有

【专题】转化思想；转化法；导数的综合应用．

【分析】由于f（x）的图象和y=kx的图象都过原点，当直线y=kx为y=f（x）的切线时，切点为（0，0），求出f（x）的导数，可得切线的斜率，即可得到切线的方程，结合图象，可得k的范围．

【解答】解：函数f（x）的图象恒在直线y=kx的下方，

由于f（x）的图象和y=kx的图象都过原点，

当直线y=kx为y=f（x）的切线时，切点为（0，0），

由f（x）的导数f′（x）=菁优网-jyeoo

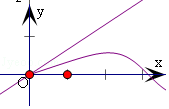
=菁优网-jyeoo，

可得切线的斜率为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

可得切线的方程为y=菁优网-jyeoox，

结合图象，可得k≥菁优网-jyeoo．

故选：B．



【点评】本题考查导数的运用：求切线的方程，正确求导和确定原点为切点，结合图象是解题的关键，考查运算能力，属于中档题．

**二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）**

13．（5分）（2017•河南二模）正方体的8个顶点中，有4个恰是正四面体的顶点，则正方体与正四面体的表面积之比为　菁优网-jyeoo：1　．

【考点】棱柱、棱锥、棱台的侧面积和表面积．菁优网版权所有

【专题】计算题；空间位置关系与距离．

【分析】作图分析．

【解答】解：如图：设正方体的棱长为a，

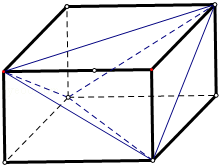
则正方体的表面积为S=6a2；

正四面体的边长为菁优网-jyeoo

则其表面积为4菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo•sin60°=2菁优网-jyeooa2；

则面积比为6a2：2菁优网-jyeooa2=菁优网-jyeoo：1．

故答案为：菁优网-jyeoo：1．



【点评】考查了学生的空间想象力．

14．（5分）（2017•河南二模）已知幂函数y=xa的图象过点（3，9），则菁优网-jyeoo的展开式中x的系数为　112　．

【考点】二项式系数的性质；幂函数的概念、解析式、定义域、值域．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；定义法；二项式定理．

【分析】直接利用幂函数求出a的值，然后求出二项式展开式中所求项的系数．

【解答】解：幂函数y=xa的图象过点（3，9），

∴3a=9，

∴a=2，

∴菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）8的通项为Tr+1=（﹣1）rC8r28﹣rx菁优网-jyeoo，

令菁优网-jyeoor﹣8=1，

解得r=6，

展开式中x的系数为（﹣1）6C8628﹣6=112，

故答案为：112．

【点评】本题考查二项式定理的应用，幂函数的应用，考查计算能力．

15．（5分）（2017•河南二模）过点P（﹣1，0）作直线与抛物线y2=8x相交于A，B两点，且2|PA|=|AB|，则点B到该抛物线焦点的距离为　5　．

【考点】直线与抛物线的位置关系．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】利用过P（﹣1，0）作直线与抛物线y2=8x相交于A，B两点，且2|PA|=|AB|，求出B的横坐标，即可求出点B到抛物线的焦点的距离．

【解答】解：设A（x1，y1），B（x2，y2），设A，B在直线x=﹣1的射影分别为D，E．

∵2|PA|=|AB|，

∴3（x1+1）=x2+1即3x1+2=x2，3y1=y2，

∵A．B两点在抛物线y2=8x上

∴3菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

解得x1=菁优网-jyeoo，x2=3，

∴点B到抛物线的焦点的距离为BF=3+2=5．

故答案为5

【点评】本题考查抛物线的定义，考查学生的计算能力，解题的关键是利用抛物线的定义确定B的横坐标．

16．（5分）（2017•河南二模）等腰△ABC中，AB=AC，BD为AC边上的中线，且BD=3，则△ABC的面积最大值为　6　．

【考点】正弦定理．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；综合法；函数的性质及应用．

【分析】设AB=AC=2x，三角形的顶角θ，则由余弦定理求得cosθ的表达式，进而根据同角三角函数基本关系求得sinθ，最后根据三角形面积公式表示出三角形面积的表达式，根据一元二次函数的性质求得面积的最大值．

【解答】解：设AB=AC=2x，AD=x．

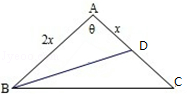
设三角形的顶角θ，则由余弦定理得cosθ=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴sinθ=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴根据公式三角形面积S=菁优网-jyeooabsinθ=菁优网-jyeoo×2x•2x•菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，

∴当 x2=5时，三角形面积有最大值 6．

故答案为：6．



【点评】本题主要考查函数最值的应用，根据条件设出变量，根据三角形的面积公式以及三角函数的关系是解决本题的关键，利用二次函数的性质即可求出函数的最值，考查学生的运算能力．运算量较大．

**三、解答题（本大题共5小题，共70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）**

17．（12分）（2017•河南二模）已知数列{an}前n项和为Sn，a1=﹣2，且满足Sn=菁优网-jyeooan+1+n+1（n∈N\*）．

（Ⅰ）求数列{an}的通项公式；

（Ⅱ）若bn=log3（﹣an+1），求数列{菁优网-jyeoo}前n项和为Tn，求证Tn＜菁优网-jyeoo．

【考点】数列的求和；数列递推式．菁优网版权所有

【专题】方程思想；转化思想；等差数列与等比数列．

【分析】（I）Sn=菁优网-jyeooan+1+n+1（n∈N\*）．n≥2时，an=Sn﹣Sn﹣1=菁优网-jyeooan+1+n+1﹣菁优网-jyeoo，化为：an+1=3an﹣2，可得：an+1﹣1=3（an﹣1），利用等比数列的通项公式即可得出．

（II）bn=log3（﹣an+1）=n，可得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．再利用“裂项求和”方法与数列的单调性即可证明．

【解答】（I）解：∵Sn=菁优网-jyeooan+1+n+1（n∈N\*）．∴n=1时，﹣2=菁优网-jyeooa2+2，解得a2=﹣8．

n≥2时，an=Sn﹣Sn﹣1=菁优网-jyeooan+1+n+1﹣菁优网-jyeoo，

化为：an+1=3an﹣2，可得：an+1﹣1=3（an﹣1），

n=1时，a2﹣1=3（a1﹣1）=﹣9，

∴数列{an﹣1}是等比数列，首项为﹣3，公比为3．

∴an﹣1=﹣3n，即an=1﹣3n．

（II）证明：bn=log3（﹣an+1）=n，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

∴数列{菁优网-jyeoo}前n项和为Tn=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo．

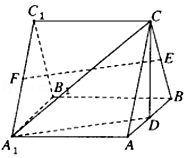
∴Tn＜菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了“裂项求和”方法、等比数列的通项公式、数列递推关系、数列的单调性，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

18．（12分）（2017•河南二模）如图，三棱柱ABC﹣A1B1C1中，各棱长均相等，D，E，F分别为棱AB，BC，A1C1的中点．

（Ⅰ）证明EF∥平面A1CD；

（Ⅱ）若三棱柱ABC﹣A1B1C1为直棱柱，求直线BC与平面A1CD所成角的正弦值．



【考点】直线与平面所成的角；直线与平面平行的判定．菁优网版权所有

【专题】数形结合；数形结合法；空间位置关系与距离；空间角．

【分析】（I）连接DE，通过证明四边形A1DEF是平行四边形得出EF∥A1D，从而EF∥平面A1CD；

（II）过B作BM⊥A1D交延长线于M，连接CM，则可证BM⊥平面A1CD，即∠BCM为所求线面角，设三棱柱棱长为1，利用三角形相似求出BM即可得出sin∠BCM=菁优网-jyeoo．

【解答】证明：（I）连接DE，

∵D，E分别是AB，BC的中点，

∴DE菁优网-jyeoo菁优网-jyeooAC，

∵F是A1C1的中点，∴A1F=菁优网-jyeooA1C1，

又AC菁优网-jyeooA1C1，

∴A1F菁优网-jyeooDE，

∴四边形A1DEF是平行四边形，

∴EF∥A1D，又EF⊄平面A1CD，A1D⊂平面A1CD，

∴EF∥平面A1CD．

（II）过B作BM⊥A1D交延长线于M，连接CM，

∵ABC是等边三角形，∴CD⊥AB，

又A1A⊥平面ABC，CD⊂平面ABC，

∴A1A⊥CD，

∴CD⊥平面ABCD，又BM⊂平面ABCD，

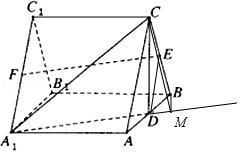
∴CD⊥BM，又CD⊂平面A1CD，A1D⊂平面A1CD，CD∩A1D=D，

∴BM⊥平面A1CD，

∴∠BCM为直线BC与平面A1CD所成的角，

设直三棱柱棱长为1，则BM=菁优网-jyeoo，

∴sin∠BCM=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查了线面平行的判定，线面角的计算，属于中档题．

19．（12分）（2017•河南二模）某食品公司研发生产一种新的零售食品，从产品中抽取100件作为样本，测量这些产品的一项质量指标值，由测量结果得到如图频率分布直方图．

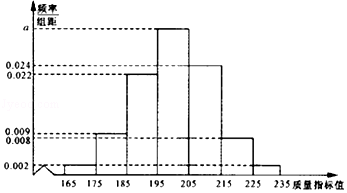
（Ⅰ）求直方图中a的值；

（Ⅱ）由频率分布直方图可以认为，这种产品的质量指标值Z服从正态分布N（200，12.22），试计算数据落在（187.8，212.2）上的频率；

参考数据

若Z～N（μ，δ2），则P（μ﹣δ＜Z＜μ+δ）=0.6826，P（μ﹣2δ＜Z＜μ+2δ）=0.9544．

（Ⅲ）设生产成本为y，质量指标为x，生产成本与质量指标之间满足函数关系y=菁优网-jyeoo，假设同组中的每个数据用该组区间的右端点值代替，试计算生产该食品的平均成本．



【考点】正态分布曲线的特点及曲线所表示的意义．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；定义法；概率与统计．

【分析】（Ⅰ）根据频率分布直方图即可求出a的值，

（Ⅱ）根据正态分布的定义即可求出答案，

（Ⅲ）根据分段函数的关系式代值计算即可．

【解答】解：（Ⅰ）a=0.1﹣（0.002+0.009+0.022+0.024+0.008+0.002）=0.033，

（Ⅱ）S2=（﹣30）2×0.02+（﹣20）2×0.09+（﹣10）2×0.22+0×0.33+102×0.24+202×0.08+302×0.08=150

所以为质量指标值Z服从正态分布N（200，150），

所以P（187.8＜Z＜212.2）=P（200﹣12.2＜Z＜200+12.2）=0.6826，

故p（187.8，212.2）上的频率为0.6826；

（Ⅲ）设生产成本为y，质量指标为x，生产成本与质量指标之间满足函数关系y=菁优网-jyeoo，

则y=0.4（175+185+195+205）+0.8×215﹣80+0.8×225﹣80﹣0.8×235﹣80=604

【点评】本题考查了频率分布直方图和正态分布以及分段函数的问题，属于基础题．

20．（12分）（2017•河南二模）已知椭圆x2+2y2=m（m＞0），以椭圆内一点M（2，1）为中点作弦AB，设线段AB的中垂线与椭圆相交于C，D两点．

（Ⅰ）求椭圆的离心率；

（Ⅱ）试判断是否存在这样的m，使得A，B，C，D在同一个圆上，并说明理由．

【考点】直线与圆锥曲线的综合问题；椭圆的标准方程．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（Ⅰ）由题意，a=菁优网-jyeoo，b=菁优网-jyeoo，c=菁优网-jyeoo，即可求椭圆的离心率；

（Ⅱ）CD的中点为M，证明|MA|2=|MB|2=d2+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，即可得出结论．

【解答】解：（Ⅰ）由题意，a=菁优网-jyeoo，b=菁优网-jyeoo，c=菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）设A（x1，y1），B（x2，y2），代入作差，整理可得（x1﹣x2） （x1+x2）+2（y1+y2）（y1﹣y2）=0．

依题意，M（2，1）是AB的中点，∴x1+x2=4，y1+y2=2，从而kAB=﹣1．

直线AB的方程为y﹣1=﹣（x﹣2），即x+y﹣3=0．

与椭圆方程联立，可得3x2﹣12x+18﹣m=0，∴|AB|=菁优网-jyeoo•|x1﹣x2|=菁优网-jyeoo．①

∵CD垂直平分AB

∴直线CD的方程为y﹣1=x﹣2，即x﹣y﹣1=0代入椭圆方程，整理得3x2﹣4x+2﹣m=0．

又设C（x3，y3），D（x4，y4），CD的中点为M（x0，y0），

则x3，x4是方程③的两根，

∴x3+x4=菁优网-jyeoo，∴M（菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo）

于是由弦长公式可得|CD|=菁优网-jyeoo•|x3﹣x4|=菁优网-jyeoo．②

点M到直线AB的距离为d=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．③

于是，由①②③式及勾股定理可得|MA|2=|MB|2=d2+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，此时|AB|＜|CD|

故A、B、C、D四点均在以M为圆心，|菁优网-jyeoo|为半径的圆上．

【点评】本题综合考查直线和椭圆的位置关系，难度较大，解题时要仔细审题，注意公式的灵活运用．

21．（12分）（2017•河南二模）已知函数f（x）=xlnx﹣x，g（x）=菁优网-jyeoox2﹣ax（a∈R）．

（Ⅰ）若f（x）和g（x）在（0，+∞）有相同的单调区间，求a的取值范围；

（Ⅱ）令h（x）=f（x）﹣g（x）﹣ax（a∈R），若h（x）在定义域内有两个不同的极值点．

（i）求a的取值范围；

（ii）设两个极值点分别为x1，x2，证明：x1•x2＞e2．

【考点】利用导数研究函数的单调性；导数在最大值、最小值问题中的应用．菁优网版权所有

【专题】转化思想；分析法；导数的综合应用．

【分析】（Ⅰ）求导，求得f（x）的单调区间，由二次函数的性质即可求得a的取值范围；

（Ⅱ）（i）求导h′（x）=lnx﹣ax，由方程lnx﹣ax=0在（0，+∞）有两个不同根，方法一：根据函数图象直线y=ax与y=lnx有两个交点，求得y=lnx的切点，即可求得a的取值范围；方法二：构造函数g（x）=lnx﹣ax，求导，根据函数的单调性，即可求得a的取值范围；

（ii）由题意可知：x1，x2，分别是方程lnx﹣ax=0的两个根，则只需证明lnt＞菁优网-jyeoo，t＞1，构造辅助函数，根据函数的单调性，求得g（t）＞g（1）=0，即可证明lnt＞菁优网-jyeoo，成立，则x1•x2＞e2．

【解答】解：（Ⅰ）f（x）=xlnx﹣x，x＞0，求导f′（x）=lnx，令f′（x）=0，解得：x=1，

则当f′（x）＞0，解得：x＞1，当f′（x）＜0时，解得：0＜x＜1，

∴f（x）单调递增区间为（1，+∞），单调递减区间为（0，1），

由g（x）=菁优网-jyeoox2﹣ax（a∈R）在（1，+∞）单调递增，在（0，1）单调递减，

则g（x）开口向上，对称轴x=1，

则a＞0，

∴a的取值范围（0，+∞）；

（Ⅱ） （ⅰ）依题意，函数h（x）=f（x）﹣g（x）﹣ax=xlnx﹣x﹣菁优网-jyeoox2的定义域为（0，+∞），

求导h′（x）=lnx﹣ax，

则方程h′（x）=0在（0，+∞）有两个不同根，

即方程lnx﹣ax=0在（0，+∞）有两个不同根．

（解法一）转化为，函数y=lnx与函数y=ax的图象在（0，+∞）上有两个不同交点，如图．

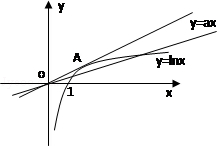
可见，若令过原点且切于函数y=lnx图象的直线斜率为k，

只须0＜a＜k．…6分

令切点A（x0，lnx0），则k=y′菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，又k=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

解得，x0=1，于是k=菁优网-jyeoo，

∴0＜a＜菁优网-jyeoo； …8分



解法二：令g（x）=lnx﹣ax，从而转化为函数g（x）有两个不同零点，

求导g′（x）=菁优网-jyeoo﹣ax=菁优网-jyeoo（x＞0）

若a≤0，可见g′（x）在（0，+∞）上恒成立，

g（x）在（0，+∞）单调增，

此时g（x）不可能有两个不同零点．…5分

若a＞0，在0＜x＜菁优网-jyeoo时，g′（x）＞0，在x＞菁优网-jyeoo时，g′（x）＜0，

∴g（x）在（0，菁优网-jyeoo）上单调增，在（菁优网-jyeoo，+∞）上单调减，

从而g（x）的极大值，g（x）极大值=g（菁优网-jyeoo）=ln菁优网-jyeoo﹣1，…6分

又在x→0时，g（x）→﹣∞，在x→+∞时，g（x）→﹣∞，于是只须：

g（x）极大值＞0，即ln菁优网-jyeoo﹣1＞0，

∴0＜a＜菁优网-jyeoo，…7分

综上所述，0＜a＜菁优网-jyeoo； …8分

（ⅱ）证明：由（i）可知x1，x2，分别是方程lnx﹣ax=0的两个根，

即lnx1=ax1，lnx2=ax2，

不妨设x1＞x2，作差得，ln菁优网-jyeoo=a（x1﹣x2），即a=菁优网-jyeoo，

原不等式x1•x2＞e2等价于lnx1+lnx2＞2，则a（x1+x2）＞2，

ln菁优网-jyeoo＞菁优网-jyeoo，

令菁优网-jyeoo=t，则t＞1，ln菁优网-jyeoo＞菁优网-jyeoo，则lnt＞菁优网-jyeoo，…10分

设g（t）=lnt﹣菁优网-jyeoo，t＞1，g′（t）=菁优网-jyeoo＞0，

∴函数g（t）在（0，+∞）上单调递增，

∴g（t）＞g（1）=0，

即不等式lnt＞菁优网-jyeoo，成立，

故所证不等式x1•x2＞e2成立．

【点评】本题考查导数的综合应用，考查导数与函数单调性的关系，利用导数求函数的最值，考查转化思想，分析法证明不等式成立，属于中档题．

**四、请考生在第22、23二题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分，作答时，用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑．**

**选修4-4：坐标系与参数方程**

22．（10分）（2017•河南二模）已知直线l的极坐标方程是ρsin（θ﹣菁优网-jyeoo）=0，以极点为平面直角坐标系的原点，极轴为x轴的正半轴，建立平面直角坐标系，曲线C的参数方程是菁优网-jyeoo（α为参数）．

（Ⅰ）求直线l被曲线C截得的弦长；

（Ⅱ）从极点作曲线C的弦，求各弦中点轨迹的极坐标方程．

【考点】简单曲线的极坐标方程；参数方程化成普通方程．菁优网版权所有

【专题】方程思想；转化思想；坐标系和参数方程．

【分析】（I）直线l的极坐标方程是ρsin（θ﹣菁优网-jyeoo）=0，展开可得：菁优网-jyeoo=0，化为直角坐标方程．

曲线C的参数方程是菁优网-jyeoo（α为参数），利用平方关系消去参数α可得普通方程，求出圆心C到直线l的距离d，可得直线l被曲线C截得的弦长=2菁优网-jyeoo．

（II）设Q圆C上的任意一点，P（x，y）为线段OQ的中点，则Q（2x，2y），代入圆C的方程可得各弦中点轨迹的直角坐标方程，再化为极坐标方程即可．

【解答】解：（I）直线l的极坐标方程是ρsin（θ﹣菁优网-jyeoo）=0，展开可得：菁优网-jyeoo=0，化为：y﹣菁优网-jyeoox=0．

曲线C的参数方程是菁优网-jyeoo（α为参数），消去参数α可得：x2+（y﹣2）2=4，圆心C（0，2），半径r=2．

∴圆心C到直线l的距离d=菁优网-jyeoo=1，

∴直线l被曲线C截得的弦长=2菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo．

（II）设Q圆C上的任意一点，P（x，y）为线段OQ的中点，则Q（2x，2y），

代入圆C的方程可得：（2x）2+（2y﹣2）2=4，化为：x2+y2﹣2y﹣3=0，

可得ρ2﹣2ρcosθ﹣3=0，即为各弦中点轨迹的极坐标方程．

【点评】本题考查了极坐标方程化为直角坐标方程、参数方程化为普通方程、直线与圆相交弦长问题、点到直线的距离公式、弦长公式、中点坐标公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

**选修4-5：不等式选讲**

23．（2017•衡阳二模）已知函数f（x）=|2x+1|，g（x）=|x|+a

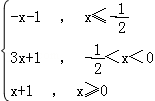
（Ⅰ）当a=0时，解不等式f（x）≥g（x）；

（Ⅱ）若存在x∈R，使得f（x）≤g（x）成立，求实数a的取值范围．

【考点】绝对值不等式的解法；带绝对值的函数．菁优网版权所有

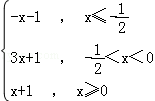
【专题】不等式的解法及应用．

【分析】（Ⅰ）当a=0时，由不等式可得|2x+1|≥|x|，两边平方整理得3x2+4x+1≥0，解此一元二次不等式求得原不等式的解集．

（Ⅱ）由f（x）≤g（x） 得 a≥|2x+1|﹣|x|，令 h（x）=|2x+1|﹣|x|，则 h（x）=，求得h（x）的最小值，即可得到从而所求实数a的范围．

【解答】解：（Ⅰ）当a=0时，由f（x）≥g（x）得|2x+1|≥|x|，两边平方整理得3x2+4x+1≥0，

解得x≤﹣1 或x≥﹣菁优网-jyeoo，∴原不等式的解集为 （﹣∞，﹣1]∪[﹣菁优网-jyeoo，+∞）．

（Ⅱ）由f（x）≤g（x） 得 a≥|2x+1|﹣|x|，令 h（x）=|2x+1|﹣|x|，即 h（x）=，

故 h（x）min=h（﹣菁优网-jyeoo）=﹣菁优网-jyeoo，故可得到所求实数a的范围为[﹣菁优网-jyeoo，+∞）．

【点评】本题主要考查带有绝对值的函数，绝对值不等式的解法，求函数的最值，属于中档题．