**2017年湖北省黄冈市高考理科数学模拟试卷（Word版含解析）**

**一、选择题（本大题共13小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）**

1．（5分）（2017•黄冈模拟）已知集合A={x|log2x＜4}，集合B={x||x|≤2}，则A∩B=（　　）

A．（0，2] B．[0，2] C．[﹣2，2] D．（﹣2，2）

【考点】1E：交集及其运算．

【专题】11 ：计算题；37 ：集合思想；4O：定义法；5J ：集合．

【分析】求出A与B中不等式的解集分别确定出A与B，找出两集合的交集即可．

【解答】解：由A中不等式变形得：log2x＜4=log216，即0＜x＜16，

∴A=（0，16），

由B中不等式解得：﹣2≤x≤2，即B=[﹣2，2]，

则A∩B=（0，2]，

故选A．

【点评】此题考查了交集及其运算，熟练掌握交集的定义是解本题的关键．

2．（5分）（2017•成都模拟）设复数z1，z2在复平面内的对应点关于虚轴对称，若z1=1﹣2i，i是虚数单位，则菁优网-jyeoo的虚部为（　　）

A．﹣菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．﹣菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】A5：复数代数形式的乘除运算．

【专题】11 ：计算题；38 ：对应思想；4A ：数学模型法；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】由已知结合题意得到z2，代入菁优网-jyeoo，利用复数代数形式的乘除运算化简得答案．

【解答】解：∵z1=1﹣2i，

∴由题意，z2=﹣1﹣2i，

则菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo的虚部为﹣菁优网-jyeoo．

故选：A．

【点评】本题考查复数代数形式的乘除运算，考查复数的基本概念，是基础题．

3．（5分）（2017•黄冈模拟）下列四个结论：

①若x＞0，则x＞sinx恒成立；

②命题“若x﹣sinx=0，则x=0”的逆否命题为“若x≠0，则x﹣sinx≠0”；

③“命题p∧q为真”是“命题p∨q为真”的充分不必要条件；

④命题“∀x∈R，x﹣lnx＞0”的否定是“∃x0∈R，x0﹣lnx0＜0”．

其中正确结论的个数是（　　）

A．1个 B．2个 C．3个 D．4个

【考点】2K：命题的真假判断与应用．

【专题】38 ：对应思想；48 ：分析法；5L ：简易逻辑．

【分析】由函数y=x﹣sinx的单调性，即可判断①；由若p则q的逆否命题：若非q则非p，即可判断②；由复合命题“命题p∧q为真”则p，q都是真，则“命题p∨q为真”，反之不成立，结合充分必要条件的定义即可判断③；

由全称命题的否定为特称命题，即可判断④．

【解答】解：①由y=x﹣sinx的导数为y′=1﹣cosx≥0，函数y为递增函数，若x＞0，则x＞sinx恒成立，故①正确；

②命题“若x﹣sinx=0，则x=0”的逆否命题为“若x≠0，则x﹣sinx≠0”，由逆否命题的形式，故②正确；

③“命题p∧q为真”则p，q都是真，则“命题p∨q为真”，反之不成立，则“命题p∧q为真”是“命题p∨q为真”的充分不必要条件，故③正确；

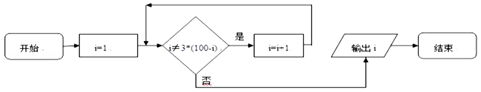
④命题“∀x∈R，x﹣lnx＞0”的否定是“∃x0∈R，x0﹣lnx0≤0”，故④不正确．

综上可得，正确的个数为3．

故选：C．

【点评】本题考查命题的真假判断，注意运用导数判断单调性，以及四种命题的性质和充分必要条件的判断，以及命题的否定形式，考查判断和推理能力，属于基础题．

4．（5分）（2017•黄冈模拟）«孙子算经»中有道算术题：“今有百鹿入城，家取一鹿不尽，又三家共一鹿适尽，问城中家几何？”意思是有100头鹿，每户分1头还有剩余；每3户再分1头，正好分完，问共有多少户人家？设计框图如图，则输出的值是（　　）



A．74 B．75 C．76 D．77

【考点】EF：程序框图．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5K ：算法和程序框图．

【分析】由题意，输出的值是100÷（1+菁优网-jyeoo），计算可得结论．

【解答】解：由题意，输出的值是100÷（1+菁优网-jyeoo）=100÷菁优网-jyeoo=75．

故选B．

【点评】解决此题关键是明白每户人家前后共分到1+菁优网-jyeoo只鹿，进而根据求一个数里面有几个另一个数，用除法计算得解．

5．（5分）（2017•辽宁模拟）已知双曲线菁优网-jyeoo的左，右焦点分别为F1，F2，双曲线的离心率为e，若双曲线上一点P使菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo的值为（　　）

A．3 B．2 C．﹣3 D．﹣2

【考点】KC：双曲线的简单性质．

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；4O：定义法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】求出双曲线的a，b，c，e，运用三角形的正弦定理和双曲线的定义，求得|PF1|=4，|PF2|=2．再由余弦定理求得cos∠PF2F1，运用向量数量积的定义计算即可得到所求值．

【解答】解：双曲线菁优网-jyeoo的a=1，b=菁优网-jyeoo，c=菁优网-jyeoo=2，

可得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=2，

F1（﹣2，0），F2（2，0），P为右支上一点，

由正弦定理可得|PF1|=2|PF2|，

由双曲线的定义可得|PF1|﹣|PF2|=2a=2，

解得|PF1|=4，|PF2|=2．

在△PF2F1中，由余弦定理得cos∠PF2F1=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

则菁优网-jyeoo=|菁优网-jyeoo|•|菁优网-jyeoo|•cos∠PF2F1=2×4×菁优网-jyeoo=2．

故选：B．

【点评】本题考查双曲线的方程和性质，主要是焦点和离心率，注意运用双曲线的定义和三角形的正弦和余弦定理，以及向量数量积的定义的应用，考查运算能力，属于中档题．

6．（5分）（2017•黄冈模拟）已知2sinθ=1﹣cosθ，则tanθ=（　　）

A．﹣菁优网-jyeoo或0 B．菁优网-jyeoo或0 C．﹣菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】GH：同角三角函数基本关系的运用．

【专题】34 ：方程思想；4R：转化法．

【分析】根据同角三角函数基本关系式，求解即可．

【解答】解：由2sinθ=1﹣cosθ，sin2θ=1﹣cos2θ，

解得：cosθ=1或菁优网-jyeoo

当cosθ=1时，sinθ=0，

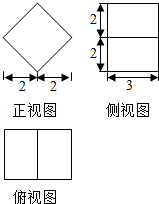
当cosθ=菁优网-jyeoo时，sinθ=菁优网-jyeoo，

∴tanθ=菁优网-jyeoo或0．

故选A

【点评】本题考查了“弦与切”及同角三同角三角函数基本关系式，考查了计算能力，属于基础题．

7．（5分）（2017•黄冈模拟）某一简单几何体的三视图如所示，该几何体的外接球的表面积是（　　）



A．13π B．16π C．25π D．27π

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；44 ：数形结合法；5Q ：立体几何．

【分析】几何体为底面为正方形的长方体，底面对角线为4，高为3．则长方体的对角线为外接球的直径．

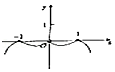
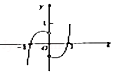
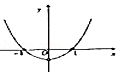
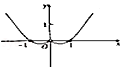
【解答】解：几何体为底面为正方形的长方体，底面对角线为4，高为3，∴长方体底面边长为2菁优网-jyeoo．

则长方体外接球半径为r，则2r=菁优网-jyeoo=5．∴r=菁优网-jyeoo．∴长方体外接球的表面积S=4πr2=25π．

故选C．

【点评】本题考查了长方体的三视图，长方体与外接球的关系，属于中档题．

8．（5分）（2017•成都模拟）函数菁优网-jyeoo的图象大致是（　　）

A． B． C． D．

【考点】3O：函数的图象．

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；35 ：转化思想；51 ：函数的性质及应用．

【分析】利用函数的奇偶性排除选项，特殊值的位置判断求解即可．

【解答】解：函数菁优网-jyeoo是偶函数，排除B，x=e时，y=e，即（e，e）在函数的图象上，排除A，

当x=菁优网-jyeoo时，y=菁优网-jyeoo，当x=菁优网-jyeoo时，y=﹣=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

可知（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）在（菁优网-jyeoo）的下方，

排除C．

故选：D．

【点评】本题考查函数的图象的判断与应用，考查转化思想以及计算能力．

9．（5分）（2017•黄冈模拟）已知事件“在矩形ABCD的边CD上随机取一点P，使△APB的最大边是AB”发生的概率为菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo=（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】CF：几何概型．

【专题】31 ：数形结合；4O：定义法；4R：转化法；5I ：概率与统计．

【分析】先明确是一个几何概型中的长度类型，然后求得事件“在矩形ABCD的边CD上随机取一点P，使△APB的最大边是AB”发生的线段长度，再利用两者的比值即为发生的概率菁优网-jyeoo，从而求出菁优网-jyeoo．

【解答】解：记“在矩形ABCD的边CD上随机取一点P，使△APB的最大边是AB”为事件M，试验的全部结果构成的长度即为线段CD，

若△APB的最大边是AB”发生的概率为菁优网-jyeoo，

则菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

设AD=y，AB=x，则DE=菁优网-jyeoox，PE=菁优网-jyeooDE=菁优网-jyeoox，

则PC=菁优网-jyeoox+菁优网-jyeoox=菁优网-jyeoox，

则PB2=AB2时，

PC2+BC2=PB2=AB2，

即（菁优网-jyeoox）2+y2=x2，

即菁优网-jyeoox2+y2=x2，

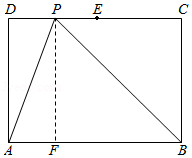
则y2=菁优网-jyeoox2，

则y=菁优网-jyeoox，

即菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

即菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选：C．



【点评】本题主要考查几何概型，基本方法是：分别求得构成事件A的区域长度和试验的全部结果所构成的区域长度，两者求比值，即为概率．综合性较强，有一定的难度．

10．（5分）（2017•黄冈模拟）已知（1﹣2x）2017=a0+a1（x﹣1）+a2（x﹣1）2+…+a2016（x﹣1）2016+a2017（x﹣1）2017（x∈R），则a1﹣2a2+3a3﹣4a4+…﹣2016a2016+2017a2017=（　　）

A．2017 B．4034 C．﹣4034 D．0

【考点】DB：二项式系数的性质．

【专题】34 ：方程思想；53 ：导数的综合应用；5P ：二项式定理．

【分析】对（1﹣2x）2017=a0+a1（x﹣1）+a2（x﹣1）2+…+a2016（x﹣1）2016+a2017（x﹣1）2017（x∈R），两边求导，取x=0即可得出．

【解答】解：∵（1﹣2x）2017=a0+a1（x﹣1）+a2（x﹣1）2+…+a2016（x﹣1）2016+a2017（x﹣1）2017（x∈R），

∴﹣2×2017（1﹣2x）2016=a1+2a2（x﹣1）+…+2017a2017（x﹣1）2016，

令x=0，则﹣4034=a1﹣2a2+3a3﹣4a4+…﹣2016a2016+2017a2017，

故选：C．

【点评】本题考查了二项式定理的应用、导数的运算法则，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

11．（5分）（2017•黄冈模拟）已知平面向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo满足|菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo|=1，菁优网-jyeoo⊥（菁优网-jyeoo﹣2菁优网-jyeoo），菁优网-jyeoo，则|菁优网-jyeoo|的最大值为（　　）

A．0 B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】9R：平面向量数量积的运算．

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；5A ：平面向量及应用．

【分析】设平面向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo的夹角为θ，由|菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo|=1，菁优网-jyeoo⊥（菁优网-jyeoo﹣2菁优网-jyeoo），可得菁优网-jyeoo•（菁优网-jyeoo﹣2菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo﹣2菁优网-jyeoo=0，解得θ=菁优网-jyeoo．不妨设菁优网-jyeoo=（1，0），菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo.菁优网-jyeoo=（x，y）．由菁优网-jyeoo，可得：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．可得|菁优网-jyeoo|=菁优网-jyeoo的最大值．

【解答】解：设平面向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo的夹角为θ，∵|菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo|=1，菁优网-jyeoo⊥（菁优网-jyeoo﹣2菁优网-jyeoo），∴菁优网-jyeoo•（菁优网-jyeoo﹣2菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo﹣2菁优网-jyeoo=1﹣2cosθ=0，

解得θ=菁优网-jyeoo．

不妨设菁优网-jyeoo=（1，0），菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo.菁优网-jyeoo=（x，y）．

∵菁优网-jyeoo，∴（x﹣菁优网-jyeoo）（x﹣2）+菁优网-jyeoo=0，

化为菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

则|菁优网-jyeoo|=菁优网-jyeoo≤菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：C．

【点评】本题考查了向量数量积运算性质、向量垂直与数量积的关系，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

12．（5分）（2017•黄冈模拟）如图，矩形ABCD中，AB=2AD=4，E为边AB的中点，将△ADE沿直线DE翻转成△A1DE，构成四棱锥A1﹣BCDE，若M为线段A1C的中点，在翻转过程中有如下4个命题：

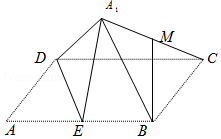
①MB∥平面A1DE；

②存在某个位置，使DE⊥A1C；

③存在某个位置，使A1D⊥CE；

④点A1在半径为菁优网-jyeoo的圆面上运动，

其中正确的命题个数是（　　）



A．1个 B．2个 C．3个 D．4个

【考点】L3：棱锥的结构特征．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】对4个命题分别进行判断，即可得出结论．

【解答】解：取CD中点F，连接MF，BF，则MF∥DA1，BF∥DE，∴平面MBF∥平面A1DE，∴MB∥平面A1DE，故①正确

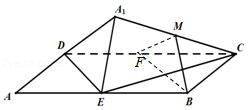
∵A1C在平面ABCD中的射影为AC，AC与DE不垂直，

∴存在某个位置，使DE⊥A1C不正确，故②不正确．

由CE⊥DE，可得平面A1DE⊥平面ABCD时，A1D⊥CE，故②正确．

∵DE的中点O是定点，OA1=菁优网-jyeoo，∴A1是在以O为圆心，菁优网-jyeoo为半径的圆上，故④正确，

故选：C．



【点评】本题以命题的真假判断与应用为载体，考查了线面、面面平行与垂直的判定和性质定理，难度中档．

13．（5分）（2017•黄冈模拟）已知函数菁优网-jyeoo，如在区间（1，+∞）上存在n（n≥2）个不同的数x1，x2，x3，…，xn，使得比值菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=…=菁优网-jyeoo成立，则n的取值集合是（　　）

A．{2，3，4，5} B．{2，3} C．{2，3，5} D．{2，3，4}

【考点】5B：分段函数的应用．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=…=菁优网-jyeoo的几何意义为点（xn，f（xn））与原点的连线有相同的斜率，利用数形结合即可得到结论．

【解答】解：∵菁优网-jyeoo的几何意义为点（xn，f（xn））与原点的连线的斜率，

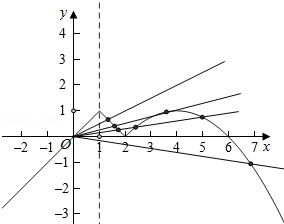
∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=…=菁优网-jyeoo的几何意义为点（xn，f（xn））与原点的连线有相同的斜率，

函数菁优网-jyeoo的图象，在区间（1，+∞）上，与y=kx的交点个数有1个，2个或者3个，

故n=2或n=3，

即n的取值集合是{2，3}．

故选：B．



【点评】本题考查的知识点是分段函数的应用，正确理解菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=…=菁优网-jyeoo的含义，是解答的关键．

**二、填空题（本大题包括4小题，每小题5分，共20分，把正确答案填在答题卡中的横线上）**

14．（5分）（2017•黄冈模拟）已知点x，y满足不等式组菁优网-jyeoo，若ax+y≤3恒成立，则实数a的取值范围是　（﹣∞，3]　．

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】44 ：数形结合法；59 ：不等式的解法及应用．

【分析】画出不等式满足的平面区域，由ax+y≤3恒成立，结合图形确定出a的范围即可．

【解答】解：满足不等式组菁优网-jyeoo的平面区域如右图所示，

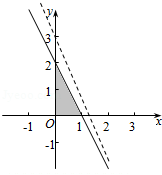
由于对任意的实数x、y，不等式ax+y≤3恒成立，

根据图形，可得斜率﹣a≥0或﹣a＞kAB=菁优网-jyeoo=﹣3，

解得：a≤3，

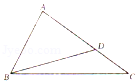
则实数a的取值范围是（﹣∞，3]．

故答案为：（﹣∞，3]．



【点评】此题考查了简单线性规划，画出正确的图形是解本题的关键．

15．（5分）（2017•黄冈模拟）如图，在△ABC中，菁优网-jyeoo，点D在线段AC上，且AD=2DC，BD=菁优网-jyeoo，则cosC=　菁优网-jyeoo　．则三角形ABC的面积为　2菁优网-jyeoo　．



【考点】HT：三角形中的几何计算．

【专题】34 ：方程思想；4R：转化法；58 ：解三角形．

【分析】在△ABC中，菁优网-jyeoo，由半角公式可得cosB=菁优网-jyeoo，在△ABC，和ABD，BDC中利用余弦定理关系，求解边长BC和AC．可得cosC和三角形ABC的面积

【解答】解：在△ABC中，菁优网-jyeoo，由半角公式可得cosB=菁优网-jyeoo，

在△ABC中，设BC=a，AC=3b，则由余弦定理可得cos∠ADB=

cos∠CDB=

∵∠ADB与∠CDB互补，

∴cos∠ADB=﹣cos∠CDB，

∴=…①

由cosB=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo…②

由①②解得a=3，b=1，

BC=3，AC=3，

那么cosC=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

则sinC=菁优网-jyeoo，

∴三角形ABC的面积为S=菁优网-jyeooBC•ACsinC=2菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo，2菁优网-jyeoo

【点评】本题考查三角形中余弦定理的灵活应用，考查转化思想和方程思想，以及化简计算能力．属于中档题．

16．（5分）（2017•黄冈模拟）已知{an}为等差数列，公差为d，且0＜d＜1，a5≠菁优网-jyeoo（k∈Z），sin2a3+2sina5•cosa5=sin2a7，函数f（x）=dsin（wx+4d）（w＞0）满足：在菁优网-jyeoo上单调且存在菁优网-jyeoo，则w范围是　0＜w≤菁优网-jyeoo．　．

【考点】8F：等差数列的性质．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；54 ：等差数列与等比数列；57 ：三角函数的图像与性质．

【分析】推导出sin4d=1，由此能求出d，可得函数解析式，利用在菁优网-jyeoo上单调且存在菁优网-jyeoo，即可得出结论．

【解答】解：∵{an}为等差数列，公差为d，且0＜d＜1，a5≠菁优网-jyeoo（k∈Z），

sin2a3+2sina5•cosa5=sin2a7，

∴2sina5cosa5=sin2a7﹣sin2a3=2sin菁优网-jyeoocos菁优网-jyeoo•2cos菁优网-jyeoosin菁优网-jyeoo=2sina5cos2d•2cosa5sin2d，

∴sin4d=1，

∴d=菁优网-jyeoo．

∴f（x）=菁优网-jyeoocoswx，

∵在菁优网-jyeoo上单调且存在菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo，

∴0＜w≤菁优网-jyeoo．

故答案为0＜w≤菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查等差数列的公差的求法，考查三角函数的图象与性质，是中档题．

17．（5分）（2017•黄冈模拟）设a＜0，（x2+2017a）（x+2016b）≥0在（a，b）上恒成立，则b﹣a的最大值为　2017　．

【考点】3R：函数恒成立问题．

【专题】11 ：计算题；32 ：分类讨论；4R：转化法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】由题意可得x2+2017a≥0，x+2016b≥0或x2+2017a≤0，x+2016b）≤0成立，若x+2016b≥0在（a，b）上恒成立，则a+2016b≥0，即b菁优网-jyeoo，此时当x=0时，x2+2017a=2017a≥0不成立；若x+2016b≤0在（a，b）上恒成立，则b+2016b≤0，即b≤0，若x2+2017a≤0在（a，b）上成立，则a2+2017a≤0，即﹣2017≤a＜0．由此即可求得b﹣a的最大值．

【解答】解：∵（x2+2017a）（x+2016b）≥0在（a，b）上恒成立，

∴x2+2017a≥0，x+2016b≥0或x2+2017a≤0，x+2016b）≤0成立，

①若x+2016b≥0在（a，b）上恒成立，则a+2016b≥0，即b菁优网-jyeoo，

此时当x=0时，x2+2017a=2017a≥0不成立；

②若x+2016b≤0在（a，b）上恒成立，则b+2016b≤0，即b≤0，若x2+2017a≤0在（a，b）上成立，

则a2+2017a≤0，即﹣2017≤a＜0．

故b﹣a的最大值为2017．

故答案为：2017．

【点评】本题考查恒成立问题，考查分类讨论的数学思想方法，考查逻辑思维能力与推理运算能力，属中档题．

**三、解答题（本大题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）**

18．（12分）（2017•黄冈模拟）数列{an}中，a1=2，菁优网-jyeoo（n∈N\*）．

（1）证明数列菁优网-jyeoo是等比数列，并求数列{an}的通项公式；

（2）设菁优网-jyeoo，若数列{bn}的前n项和是Tn，求证：菁优网-jyeoo．

【考点】8E：数列的求和；88：等比数列的通项公式．

【专题】35 ：转化思想；4M：构造法；54 ：等差数列与等比数列；59 ：不等式的解法及应用．

【分析】（1）将原式两边除以n+1，结合等比数列的定义和通项公式，即可得证；

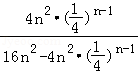
（2）求得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，可得4n≥4n2，即有菁优网-jyeoo≤菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo），运用数列的求和方法：裂项相消求和，结合不等式的性质，即可得证．

【解答】解：（1）证明：数列{an}中，a1=2，菁优网-jyeoo（n∈N\*），

菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo，则数列菁优网-jyeoo是首项为2，公比为菁优网-jyeoo的等比数列；

则菁优网-jyeoo=2•（菁优网-jyeoo）n﹣1，

即为an=2n•（菁优网-jyeoo）n﹣1；

（2）证明：菁优网-jyeoo=

=菁优网-jyeoo，

由2n=（1+1）n=1+n+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo+1≥2n，

则4n≥4n2，

即有菁优网-jyeoo≤菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo），

数列{bn}的前n项和是Tn=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo

≤菁优网-jyeoo（1﹣菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）

=菁优网-jyeoo（1﹣菁优网-jyeoo）＜菁优网-jyeoo，

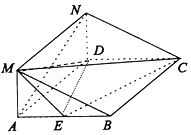
则菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查数列的通项公式的求法，注意运用构造法和等比数列的定义及通项公式，考查数列的求和和不等式的证明，注意运用放缩法和裂项相消求和以及不等式的性质，考查化简整理的运算能力，属于中档题．

19．（12分）（2017•黄冈模拟）在如图所示的几何体中，平面ADNM⊥平面ABCD，四边形ABCD是菱形，ADNM是矩形，菁优网-jyeoo，AB=2，AM=1，E是AB的中点．

（1）求证：平面DEM⊥平面ABM；

（2）在线段AM上是否存在点P，使二面角P﹣EC﹣D的大小为菁优网-jyeoo？若存在，求出AP的长；若不存在，请说明理由．



【考点】MT：二面角的平面角及求法；LY：平面与平面垂直的判定．

【专题】35 ：转化思想；41 ：向量法；5H ：空间向量及应用．

【分析】（1）推导出DE⊥CD，ND⊥AD，从而ND⊥DE，进而DE⊥平面NDC，由此能证明平面MAE⊥平面NDC．

（2）以D为原点，建立空间直角坐标系D﹣xyz，求出平面PEC的一个法向量、平面ECD的法向量．利用向量的夹角公式，建立方程，即可得出结论．

【解答】证明：（1）∵ABCD是菱形，∴AD=AB，∵∠DAB=60°，∴△ABD为等边三角形，

E为AB中点，∴DE⊥AB，∴DE⊥CD，

∵ADMN是矩形，∴ND⊥AD，

又平面ADMN⊥平面ABCD，平面ADMN∩平面ABCD=AD，

∴ND⊥平面ABCD，∴ND⊥DE，

∵CD∩ND=D，∴DE⊥平面NDC，

∵DE⊂平面MDE，∴平面MDE⊥平面NDC．

因为面ABM∥面NDC，∴平面DEM⊥平面ABM；

（2）解：设存在P符合题意．

由（Ⅰ）知，DE、DC、DN两两垂直，以D为原点，建立空间直角坐标系D﹣xyz（如图），

则D（0，0，0），A（菁优网-jyeoo，﹣1，0），E（菁优网-jyeoo，0，0），C（0，2，0），P（菁优网-jyeoo，﹣1，h）（0≤h≤1）．

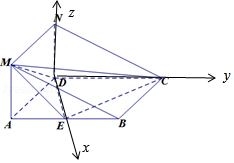
∴菁优网-jyeoo=（0，﹣1，h），菁优网-jyeoo=（﹣菁优网-jyeoo，2，0），设平面PEC的法向量为菁优网-jyeoo=（x，y，z），

则菁优网-jyeoo令x=2h，则平面PEC的一个法向量为菁优网-jyeoo=（2h，菁优网-jyeooh，菁优网-jyeoo）

取平面ECD的法向量菁优网-jyeoo=（0，0，1），

cos45°=菁优网-jyeoo，解得h=菁优网-jyeoo∈[0，1]，

即存在点P，使二面角P﹣EC﹣D的大小为菁优网-jyeoo，此时AP=菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查线面垂直，考查二面角，考查向量法的运用，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题

20．（12分）（2017•黄冈模拟）已知6只小白鼠有1只被病毒感染，需要通过对其化验病毒DNA来确定是否感染．下面是两种化验方案：方案甲：逐个化验，直到能确定感染为止．方案乙：将6只分为两组，每组三个，并将它们混合在一起化验，若存在病毒DNA，则表明感染在这三只当中，然后逐个化验，直到确定感染为止；若结果不含病毒DNA，则在另外一组中逐个进行化验．

（1）求依据方案乙所需化验恰好为2次的概率．

（2）首次化验化验费为10元，第二次化验化验费为8元，第三次及其以后每次化验费都是6元，列出方案甲所需化验费用的分布列，并估计用方案甲平均需要化验费多少元？

【考点】CH：离散型随机变量的期望与方差；CB：古典概型及其概率计算公式．

【专题】32 ：分类讨论；35 ：转化思想；5I ：概率与统计．

【分析】（1）方案乙中所需化验次数恰好为2次的事件有两种情况：第一种，先化验一组，结果不含病毒DNA，再从另一组任取一个样品进行化验，可得恰含有病毒的概率为菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo．第二种，先化验一组，结果含有病毒DNA，再从中逐个化验，恰第一个样品含有病毒的概率为菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo．利用互斥事件的概率计算公式即可得出．

（2）设方案甲化验的次数为ξ，则ξ可能的取值为1，2，3，4，5，对应的化验费为η元，利用相互独立事件的概率计算公式可得：P（ξ=1）=P（η=10），P（ξ=2）=P（η=18），P（ξ=3）=P（η=24），P（ξ=4）=P（η=30），P（ξ=5）=P（η=36）．

【解答】解：（1）方案乙中所需化验次数恰好为2次的事件有两种情况：

第一种，先化验一组，结果不含病毒DNA，再从另一组任取一个样品进行化验，

则恰含有病毒的概率为菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

第二种，先化验一组，结果含有病毒DNA，再从中逐个化验，

恰第一个样品含有病毒的概率为菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

∴依据方案乙所需化验恰好为2次的概率为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

（2）设方案甲化验的次数为ξ，则ξ可能的取值为1，2，3，4，5，对应的化验费为η元，

P（ξ=1）=P（η=10）=菁优网-jyeoo，

P（ξ=2）=P（η=18）=菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

P（ξ=3）=P（η=24）=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

P（ξ=4）=P（η=30）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

P（ξ=5）=P（η=36）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴方案甲所需化验费用η的分布列为：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| η | 10 | 18 | 24 | 30 | 36 |
| P | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |

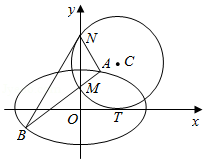
用方案甲平均需要化验费E（η）=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+24×菁优网-jyeoo+30×菁优网-jyeoo+36×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（元）．

【点评】本题考查了相互独立与互斥事件的概率计算公式、随机变量的分布列与数学期望计算公式，考查了分类讨论方法、推理能力与计算能力，属于中档题．

21．（12分）（2017•中卫二模）如图，圆C与x轴相切于点T（2，0），与y轴正半轴相交于两点M，N（点M在点N的下方），且|MN|=3．

（Ⅰ）求圆C的方程；

（Ⅱ）过点M任作一条直线与椭圆菁优网-jyeoo相交于两点A、B，连接AN、BN，求证：∠ANM=∠BNM．



【考点】KG：直线与圆锥曲线的关系；J1：圆的标准方程．

【专题】34 ：方程思想；48 ：分析法；5B ：直线与圆；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（Ⅰ）设圆C的半径为r（r＞0），依题意，圆心坐标为（2，r），根据|MN|=3，利用弦长公式求得r的值，可得圆C的方程．

（Ⅱ）把x=0代入圆C的方程，求得M、N的坐标，当AB⊥y轴时，由椭圆的对称性可知∠ANM=∠BNM，当AB与y轴不垂直时，可设直线AB的方程为y=kx+1，代入椭圆的方程，利用韦达定理求得KAB+KBN=0，可得∠ANM=∠BNM．

【解答】解：（Ⅰ）设圆C的半径为r（r＞0），依题意，圆心坐标为（2，r）．

∵|MN|=3，∴菁优网-jyeoo，解得菁优网-jyeoo，

故圆C的方程为菁优网-jyeoo．

（Ⅱ）把x=0代入方程菁优网-jyeoo，解得y=1或y=4，

即点M（0，1），N（0，4）．

（1）当AB⊥y轴时，由椭圆的对称性可知∠ANM=∠BNM．

（2）当AB与y轴不垂直时，可设直线AB的方程为y=kx+1．

联立方程菁优网-jyeoo，消去y得，（1+2k2）x2+4kx﹣6=0．

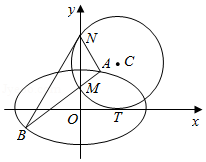
设直线AB交椭圆Γ于A（x1，y1）、B（x2，y2）两点，

则菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

∴菁优网-jyeoo=0，

∴∠ANM=∠BNM．

综上所述，∠ANM=∠BNM．



【点评】本题考查了圆的标准方程求法以及圆锥曲线问题中韦达定理的应用，弦长公式，是综合类的题目，考虑到证两条直线的斜率互为相反数是解决此题的关键，属于中档题．

22．（12分）（2017•黄冈模拟）已知抛物线G：x2=2py（p＞0），直线y=k（x﹣1）+2与抛物线G相交A（x1，y1），B（x2，y2）（x1＜x2），过A，B点分别作抛物线G的切线L1，L2，两切线L1，L2相交H（x，y），

（1）若k=1，有 L1⊥L2，求抛物线G的方程；

（2）若p=2，△ABH的面积为S1，直线AB与抛物线G围成封闭图形的面积为S2，证明：菁优网-jyeoo为定值．

【考点】KN：直线与抛物线的位置关系．

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；4R：转化法；5B ：直线与圆；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）求出函数y=菁优网-jyeoo的导数，可得切线的斜率，由两直线垂直的条件：斜率之积为﹣1，再将直线y=x+1代入抛物线方程，运用韦达定理，解方程可得p的值，进而得到抛物线的方程；

（2）将直线y=k（x﹣1）+2代入抛物线方程x2=4y，运用韦达定理和弦长公式，求得|AB|，再由切线的方程求出交点H的坐标，运用点到直线的距离公式，结合三角形的面积公式可得S1，再由直线AB与抛物线G围成封闭图形的面积为S2=菁优网-jyeoo[k（x﹣1）+2﹣菁优网-jyeoox2]dx，化简计算即可得到面积的比值为定值．

【解答】解：（1）x2=2py（p＞0），即y=菁优网-jyeoo，

导数为y′=菁优网-jyeoo，切线L1，L2的斜率分别为菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

L1⊥L2，可得菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=﹣1，

联立直线y=x+1和x2=2py（p＞0），

可得x2﹣2px﹣2p=0，即有x1x2=﹣2p，

即有﹣p2=﹣2p，解得p=2，

则抛物线G的方程为x2=4y；

（2）证明：将直线y=k（x﹣1）+2代入抛物线方程x2=4y，

可得x2﹣4kx+4k﹣8=0，

即有x1+x2=4k，x1x2=4k﹣8，

x1＜x2，可得x2﹣x1=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=4菁优网-jyeoo．

抛物线的方程为y=菁优网-jyeoox2，求导得y′=菁优网-jyeoox，

过抛物线上A、B两点的切线方程分别是y﹣y1=菁优网-jyeoox1（x﹣x1），y﹣y2=菁优网-jyeoox2（x﹣x2），

即y=菁优网-jyeoox1x﹣菁优网-jyeoox12，y=菁优网-jyeoox2x﹣菁优网-jyeoox22，

解得两条切线l1、l2的交点H的坐标为（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），即H（2k，k﹣2）．

可得H到直线y=k（x﹣1）+2的距离为d=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

|AB|=菁优网-jyeoo•|x2﹣x1|=4菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo．

可得△ABH的面积为S1=菁优网-jyeood•|AB|=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo•4菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo

=4（k2﹣k+2）•菁优网-jyeoo．

直线AB与抛物线G围成封闭图形的面积为S2=菁优网-jyeoo[k（x﹣1）+2﹣菁优网-jyeoox2]dx

=[菁优网-jyeookx2+（2﹣k）x﹣菁优网-jyeoox3]|菁优网-jyeoo=菁优网-jyeook（x2﹣x1）（x2+x1）+（2﹣k）（x2﹣x1）﹣菁优网-jyeoo（x2﹣x1）[（x2+x1）2﹣x1x2]

=（x2﹣x1）[2k2+2﹣k﹣菁优网-jyeoo（16k2﹣4k+8）]=4菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo（k2﹣k+2）=菁优网-jyeoo（k2﹣k+2）•菁优网-jyeoo．

则菁优网-jyeoo为定值菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查直线和抛物线的位置关系，注意运用联立方程，运用韦达定理，以及弦长公式和点到直线的距离公式，考查运用定积分求不规则图形的面积，考查化简整理的运算能力，是一道综合题．

23．（12分）（2017•黄冈模拟）已知函数f（x）=xlnx﹣菁优网-jyeoox2（a∈R）．

（1）若x＞0，恒有f（x）≤x成立，求实数a的取值范围；

（2）若a=0，求f（x）在区间[t，t+2]（t＞0）上的最小值；

（3）若函数g（x）=f（x）﹣x有两个极值点x1，x2，求证：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo＞2ae．

【考点】6D：利用导数研究函数的极值；6B：利用导数研究函数的单调性；6E：利用导数求闭区间上函数的最值．

【专题】15 ：综合题；33 ：函数思想；4R：转化法；53 ：导数的综合应用．

【分析】（1）分离参数，构造函数，利用导数求出函数的最值即可，

（2）先求导函数，再分类讨论，利用导数即可求出函数的最值．

（3）函数g（x）=f（x）﹣x有两个极值点x1、x2，即导函数g′（x）有两个不同的实数根x1、x2，对a进行分类讨论，令菁优网-jyeoo=t，构造函数φ（t），利用函数φ（t）的单调性证明不等式．

【解答】解：（1）x＞0，恒有f（x）≤x成立，

∴xlnx﹣菁优网-jyeoox2≤x恒成立，

∴菁优网-jyeoo≥菁优网-jyeoo，

设g（x）=菁优网-jyeoo，

∴g′（x）=菁优网-jyeoo，

当g′（x）＞0时，即0＜x＜e2，函数g（x）单调递增，

当g′（x）＜0时，即x＞e2，函数g（x）单调递减，

∴g（x）max=g（e2）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo≥菁优网-jyeoo，

∴a≥菁优网-jyeoo，

∴实数a的取值范围为[菁优网-jyeoo，+∞）

（2）当a=0时，f（x）=xlnx，x＞0，

∴f′（x）=1+lnx，

当t＞菁优网-jyeoo时，f′（x）＞0，f（x）在[t，t+2]上单调递增，则f（x）min=f（t）=tlnt，

当0＜t≤菁优网-jyeoo时，令f′（x）＞0，解得x＞菁优网-jyeoo，令f′（x）＜0，解得x＜菁优网-jyeoo，

∴f（x）在[t，菁优网-jyeoo]上单调递减，在[菁优网-jyeoo，t+2]上单调递增，

∴f（x）min=f（菁优网-jyeoo）=﹣菁优网-jyeoo，

（3）g′（x）=f（x）′﹣1=lnx﹣ax，函数g（x）=f（x）﹣x有两个极值点x1、x2，

即g′（x）=lnx﹣ax=0有两个不同的实根，

当a≤0时，g′（x）单调递增，g′（x）=0不可能有两个不同的实根；

当a＞0时，设h（x）=lnx﹣ax，

∴h′（x）=菁优网-jyeoo，

若0＜x＜菁优网-jyeoo时，h′（x）＞0，h（x）单调递增，

若x＞菁优网-jyeoo时，h′（x）＜0，h（x）单调递减，

∴h（菁优网-jyeoo）=﹣lna﹣1＞0，

∴0＜a＜菁优网-jyeoo．

不妨设x2＞x1＞0，

∵g′（x1）=g′（x2）=0，

∴lnx1﹣ax1=0，lnx2﹣ax2=0，lnx1﹣lnx2=a（x1﹣x2），

先证菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo＞2，即证菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo，

即证ln菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）

令菁优网-jyeoo=t，即证lnt＜菁优网-jyeoo（t﹣菁优网-jyeoo）

设φ（t）=lnt﹣菁优网-jyeoo（t﹣菁优网-jyeoo），则φ′（t）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo＜0，

函数φ（t）在（1，+∞）上单调递减，

∴φ（t）＜φ（1）=0，

∴菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo＞2，

又∵0＜a＜菁优网-jyeoo

∴ae＜1，

∴菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo＞2ae．

【点评】本题考查了，利用导数求函数的最值，运用分类讨论，等价转化思想证明不等式．是一道导数综合题，难题较大．

**请考生在22、23两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.[选修4-4：坐标系与参数方程]**

24．（10分）（2017•黄冈模拟）在直角坐标系xOy中，以原点O为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系．若曲线C的极坐标方程为ρcos2θ﹣4sinθ=0，P点的极坐标为菁优网-jyeoo，在平面直角坐标系中，直线l经过点P，斜率为菁优网-jyeoo

（Ⅰ）写出曲线C的直角坐标方程和直线l的参数方程；

（Ⅱ）设直线l与曲线C相交于A，B两点，求菁优网-jyeoo的值．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程．

【专题】17 ：选作题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5S ：坐标系和参数方程．

【分析】（Ⅰ）曲线C的极坐标方程为ρcos2θ﹣4sinθ=0，即ρ2cos2θ﹣4ρsinθ=0，即可写出曲线C的直角坐标方程；直线l经过点P（0，3），斜率为菁优网-jyeoo，即可写出直线l的参数方程；

（Ⅱ）（t为参数）代入圆的普通方程，整理，得：t2+菁优网-jyeoot﹣3=0，利用参数的几何意义，求菁优网-jyeoo的值．

【解答】解：（Ⅰ）曲线C的极坐标方程为ρcos2θ﹣4sinθ=0，即ρ2cos2θ﹣4ρsinθ=0，直角坐标方程为x2﹣4y=0；

直线l经过点P（0，3），斜率为菁优网-jyeoo，直线l的参数方程为（t为参数）；

（Ⅱ）（t为参数）代入x2﹣4y=0，整理，得：t2﹣8菁优网-jyeoot﹣48=0，

设t1，t2是方程的两根，∴t1•t2=﹣48，t1+t2=8菁优网-jyeoo

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了参数方程化为普通方程、直线参数方程的应用、一元二次方程的根与系数的关系，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

**[选修4-5：不等式选讲]**

25．（2017•成都模拟）已知函数f（x）=|2x﹣a|+|2x﹣1|（a∈R）．

（1）当a=﹣1时，求f（x）≤2的解集；

（2）若f（x）≤|2x+1|的解集包含集合菁优网-jyeoo，求实数a的取值范围．

【考点】R5：绝对值不等式的解法；R4：绝对值三角不等式．

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；59 ：不等式的解法及应用．

【分析】（1）根据绝对值的选项得到f（x）≥2，求出满足条件的x的值即可；

（2）根据绝对值的性质求出x的范围，结合集合的包含关系求出a的范围即可．

【解答】解：（1）a=﹣1时，f（x）=|2x+1|+|2x﹣1|≥|2x+1﹣2x+1|=2，

即x=±菁优网-jyeoo时，“=”成立，

故不等式的解集是{x|x=±菁优网-jyeoo}；

（2）由|2x﹣a|+|2x﹣1|≤|2x+1|得：|2x﹣a|≤|2x+1|﹣|2x﹣1|≤|2x+1﹣2x﹣1|=2，

故﹣2≤2x﹣a≤2，故菁优网-jyeoo≤x≤菁优网-jyeoo，

故[菁优网-jyeoo，1]⊆[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]，

故，解得：a∈[0，3]．

【点评】本题考查了绝对值的性质，考查集合的包含关系以及转化思想，是一道中档题．