**2017年湖北省校联考高考理科数学模拟试卷（Word版含解析）**

**一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）**

1．（5分）（2017•湖北二模）已知复数z=菁优网-jyeoo，则z在复平面内对应的点在（　　）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

【考点】A5：复数代数形式的乘除运算．

【专题】11 ：计算题；38 ：对应思想；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】直接利用复数代数形式的乘除运算化简求得z的坐标得答案．

【解答】解：∵z=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴z在复平面内对应的点的坐标为（﹣1，﹣3），在第三象限．

故选：C．

【点评】本题考查复数代数形式的乘除运算，考查复数的代数表示法及其几何意义，是基础题．

2．（5分）（2017•湖北二模）已知全集U={1，2，3，4，5，6，7}，集合A={2，4，5}，B={1，3，5，7}，则（∁UA）∩B=（　　）

A．{7} B．{3，5} C．{1，3，6，7} D．{1，3，7}

【考点】1H：交、并、补集的混合运算．

【专题】11 ：计算题；37 ：集合思想；4O：定义法；5J ：集合．

【分析】由补集定义先求出CUA，再由交集定义能求出（∁UA）∩B．

【解答】解：∵全集U={1，2，3，4，5，6，7}，

集合A={2，4，5}，B={1，3，5，7}，

∴CUA={1，3，6，7}，

（∁UA）∩B={1，3，7}．

故选：D．

【点评】本题考查的知识点是集合的交集，补集运算，集合的包含关系判断及应用，难度不大，属于基础题．

3．（5分）（2017•葫芦岛二模）下列选项中说法正确的是（　　）

A．命题“p∨q为真”是命题“p∧q为真”的必要条件

B．向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo满足菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo的夹角为锐角

C．若am2≤bm2，则a≤b

D．“∃x0∈R，x02﹣x0≤0”的否定是“∀x∈R，x2﹣x≥0”

【考点】2K：命题的真假判断与应用．

【专题】38 ：对应思想；48 ：分析法；5L ：简易逻辑．

【分析】A，根据p∨q、p∧q的真值表判定；

B，根据向量数量积的定义，向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo满足菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo的夹角为锐角或同向；

C，如果m2=0时，am2≤bm2成立，a≤b不一定成立；

D，“∃x0∈R，x02﹣x0≤0”的否定是“∀x∈R，x2﹣x＞0”．

【解答】解：对于A，若p∨q为真命题，则p，q至少有一个为真命题，若p∧q为真命题，则p，q都为真命题，则“p∨q为真命题”是“p∧q为真命题”的必要不充分条件，正确；

对于B，根据向量数量积的定义，向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo满足菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo的夹角为锐角或同向，故错；

对于C，如果m2=0时，am2≤bm2成立，a≤b不一定成立，故错；

对于D，“∃x0∈R，x02﹣x0≤0”的否定是“∀x∈R，x2﹣x＞0”，故错．

故选：A．

【点评】本题考查命题的真假判断与应用，着重考查复合命题的真假判断、充分必要条件的概念及应用、四种命题及全称命题与特称命题之间的关系，属于中档题．

4．（5分）（2017•湖北二模）若等差数列{an}的公差为2，且a5是a2与a6的等比中项，则该数列的前n项和Sn取最小值时，n的值等于（　　）

A．4 B．5 C．6 D．7

【考点】8M：等差数列与等比数列的综合．

【专题】34 ：方程思想；48 ：分析法；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】由题意可得，运用等差数列的通项公式和等比数列的中项的性质，解方程可得a1，结合已知公差，代入等差数列的通项可求，判断数列的单调性和正负，即可得到所求和的最小值时n的值．

【解答】解：由a5是a2与a6的等比中项，

可得a52=a2a6，

由等差数列{an}的公差d为2，

即（a1+8）2=（a1+2）（a1+10），

解得a1=﹣11，

an=a1+（n﹣1）d=﹣11+2（n﹣1）=2n﹣13，

由a1＜0，a2＜0，…，a6＜0，a7＞0，…

可得该数列的前n项和Sn取最小值时，n=6．

故选：C．

【点评】等差数列与等比数列是高考考查的基本类型，本题考查等差数列的通项公式的运用，同时考查等比数列的中项的性质，以及等差数列的单调性和前n项和的最小值，属于中档题．

5．（5分）（2017•湖北二模）过双曲线菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=1（b＞0）的左焦点的直线交双曲线的左支于A、B两点，且|AB|=6，这样的直线可以作2条，则b的取值范围是（　　）

A．（0，2] B．（0，2） C．（0，菁优网-jyeoo] D．（0，菁优网-jyeoo）

【考点】KC：双曲线的简单性质．

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】由双曲线的通径与弦长丨AB丨的关系，即可求得b的取值范围．

【解答】解：由题意过双曲线菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=1（b＞0）的左焦点F作直线l与双曲线交于A，B两点，使得|AB|=6，

A，B位于双曲线的左支，即当直线的斜率不存在时，丨AB丨最短，

这样的直线有且仅有两条，则菁优网-jyeoo=b2＜|AB|=6，

解得0＜b＜菁优网-jyeoo，

故选D．

【点评】本题考查双曲线的弦长与通径的关系，通径公式，属于基础题，

6．（5分）（2017•葫芦岛二模）已知若菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo是夹角为90°的两个单位向量，则菁优网-jyeoo=3菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo的夹角为（　　）

A．120° B．60° C．45° D．30°

【考点】9R：平面向量数量积的运算．

【专题】11 ：计算题；38 ：对应思想；41 ：向量法；5A ：平面向量及应用．

【分析】由已知可得菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，进一步求得菁优网-jyeoo，代入数量积求夹角公式得答案．

【解答】解：∵菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo是夹角为90°的两个单位向量，

∴菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo；

菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo；

菁优网-jyeoo=（3菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）•（2菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo．

设菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo的夹角为θ，

∴cosθ=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∵θ∈[0°，180°]，∴θ=45°．

故选：C．

【点评】本题考查平面向量的数量积运算，训练了利用数量积求向量的夹角，是中档题．

7．（5分）（2017•葫芦岛二模）a=菁优网-jyeoo（﹣cosx）dx，则（ax+菁优网-jyeoo）9展开式中，x3项的系数为（　　）

A．﹣菁优网-jyeoo B．﹣菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】DB：二项式系数的性质；67：定积分．

【专题】34 ：方程思想；53 ：导数的综合应用；5P ：二项式定理．

【分析】a=菁优网-jyeoo（﹣cosx）dx=菁优网-jyeoo=﹣1，则（ax+菁优网-jyeoo）9即菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，通过菁优网-jyeoo的通项公式即可得出．

【解答】解：a=菁优网-jyeoo（﹣cosx）dx=菁优网-jyeoo=﹣1，则（ax+菁优网-jyeoo）9即菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，

菁优网-jyeoo的通项公式Tr+1=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoox9﹣2r．

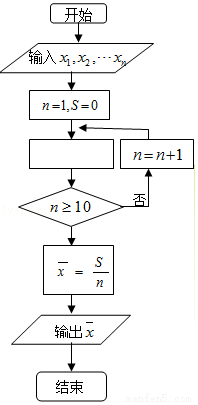
令9﹣2r=3，交点r=3．

∴x3项的系数=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo．

故选：A．

【点评】本题考查了二项式定理的应用、微积分基本定理，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

8．（5分）（2017•湖北二模）如图是求样本x1、x2、…x10平均数菁优网-jyeoo的程序框图，图中空白框中应填入的内容为（　　）



A．S=S+xn B．S=S+菁优网-jyeoo C．S=S+n D．S=S+菁优网-jyeoo

【考点】EF：程序框图；BB：众数、中位数、平均数．

【专题】38 ：对应思想；4R：转化法；5K ：算法和程序框图．

【分析】由题目要求可知：该程序的作用是求样本x1，x2，…，x10平均数菁优网-jyeoo，循环体的功能是累加各样本的值，故应为：S=S+xn

【解答】解：由题目要求可知：该程序的作用是求样本x1，x2，…，x10平均数菁优网-jyeoo，

由于“输出菁优网-jyeoo”的前一步是“菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo”，

故循环体的功能是累加各样本的值，

故应为：S=S+xn

故选：A．

【点评】算法是新课程中的新增加的内容，也必然是新高考中的一个热点，应高度重视．程序填空也是重要的考试题型，这种题考试的重点有：①分支的条件②循环的条件③变量的赋值④变量的输出．其中前两点考试的概率更大．此种题型的易忽略点是：不能准确理解流程图的含义而导致错误．

9．（5分）（2017•湖北二模）设F为抛物线x2=4y的焦点，A、B、C为该抛物线上三点，若菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，则|FA|+|FB|+|FC|的值为（　　）

A．3 B．6 C．9 D．12

【考点】K8：抛物线的简单性质．

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】由题意可得F（0，1）是三角形ABC的重心，故菁优网-jyeoo=1，再由抛物线的定义可得|FA|+|FB|+|FC|=（y1+1）+（y2+1）+（y3+1）=6．

【解答】解：抛物线x2=4y焦点坐标F（0，1），准线方程：y=﹣1，

设A（x1，y1），B（x2，y2），C（x3，y3）

∵菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴点F是△ABC重心，则菁优网-jyeoo=1，

∴y1+y2+y3=3．

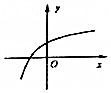
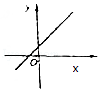
由抛物线的定义可知：|FA|+|FB|+|FC|=（y1+1）+（y2+1）+（y3+1）=6，

∴|FA|+|FB|+|FC|=6，

故选B．

【点评】本题考查三角形的重心坐标公式，抛物线的定义、标准方程，以及简单性质的应用，属于基础题．

10．（5分）（2017•湖北二模）函数y=f（x）的定义域是R，若对于任意的正数a，函数g（x）=f（x+a）﹣f（x）都是其定义域上的减函数，则函数y=f（x）的图象可能是（　　）

A． B． C． D．

【考点】3O：函数的图象．

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；35 ：转化思想；51 ：函数的性质及应用．

【分析】根据题意列出不等式，进而分析可得在自变量增大的过程中函数值的量要越来越小，分析选项可得答案．

【解答】解：根据减函数定义，

设x1＞x2

g（x1）﹣g（x2）＜0

f（x1+a）﹣f（x1）＜f（x2+a）﹣f（x2）

f（x1+a）﹣f（x2+a）＜f（x1）﹣f（x2）

由此我们可知

在自变量增大的过程中函数值的量要越来越小，

故有f′（x1）＜f′（x2）

∴只有B图象符合

故选：B．

【点评】本题考查函数的单调性以及不等式的知识，注意巧妙利用函数的单调性．

11．（5分）（2017•湖北二模）公元前3世纪，古希腊欧几里得在《几何原本》里提出：“球的体积（V）与它的直径（d）的立方成正比”，此即V=kd3，与此类似，我们可以得到：

（1）正四面体（所有棱长都相等的四面体）的体积（V）与它的棱长（a）的立方成正比，即V=ma3；

（2）正方体的体积（V）与它的棱长（a）的立方成正比，即V=na3；

（3）正八面体（所有棱长都相等的八面体）的体积（V）与它的棱长（a）的立方成正比，即V=ta3；

那么m：n：t=（　　）

A．1：6菁优网-jyeoo：4 B．菁优网-jyeoo：12：16 C．菁优网-jyeoo：1：菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo：6：4菁优网-jyeoo

【考点】F3：类比推理．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5M ：推理和证明．

【分析】求出正四面体、正方体、正八面体的体积，类比推力即可得出．

【解答】解：由题意，正四面体的体积V=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeooa3；

正方体的体积V=a3；正八面体的体积V=2×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeooa3，

∴m：n：t=1：6菁优网-jyeoo：4，

故选A．

【点评】本题考查了正四面体、正方体、正八面体的体积计算公式、类比推力，属于中档题．

12．（5分）（2017•湖北二模）记f（n）为最接近菁优网-jyeoo（n∈N\*）的整数，如f（1）=1，f（2）=1，f（3）=2，f（4）=2，f（5）=2，…，若菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo=4054，则正整数m的值为（　　）

A．2016×2017 B．20172 C．2017×2018 D．2018×2019

【考点】3T：函数的值．

【专题】23 ：新定义；35 ：转化思想；4R：转化法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】写出前几项，找出规律，即可求得m的值．

【解答】解：由菁优网-jyeoo=1，菁优网-jyeoo=1，2个

菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，4个

菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，6个

菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，…菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，8个

…

∴…菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo=1×2+菁优网-jyeoo×4+菁优网-jyeoo×6+…+菁优网-jyeoo×2n=4034，

则菁优网-jyeoo=4034，则2n=4034，则n=2017，

∴总共有2017个菁优网-jyeoo，

则菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故m的值为2017×2018；

故选C．

【点评】本题考查函数值的求法，要求学生通过观察，分析归纳发现规律的能力，考查学生分析问题及解决问题的能力，属于中档题．

**二、填空题（共4小题，每小题5分，满分20分）**

13．（5分）（2017•湖北二模）已知函数y=3cos（2x+φ）的图象关于点菁优网-jyeoo中心对称，则|φ|的最小值为　菁优网-jyeoo　．

【考点】HB：余弦函数的对称性；HW：三角函数的最值．

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；57 ：三角函数的图像与性质．

【分析】由条件利用余弦函数的图象的对称性，求得|φ|的最小值．

【解答】解：∵函数y=3cos（2x+φ）的图象关于点菁优网-jyeoo中心对称，

∴2•菁优网-jyeoo+φ=kπ+菁优网-jyeoo，k∈Z，∴φ=kπ﹣菁优网-jyeoo，k∈Z，

则|φ|的最小值为菁优网-jyeoo，

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查余弦函数的图象的对称性，属于基础题．

14．（5分）（2017•湖北二模）袋中有大小质地完全相同的2个红球和3个黑球，不放回地摸出两球，设“第一次摸得红球”为事件A，“摸得的两球同色”为事件B，则概率P（B|A）为　菁优网-jyeoo　．

【考点】CM：条件概率与独立事件．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5I ：概率与统计．

【分析】求出事件A发生的概率，事件AB同时发生的概率，利用条件概率公式求得P（B|A）．

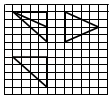
【解答】解：由P（A）=菁优网-jyeoo，P（AB）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

由条件概率P（B|A）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查古典概型及其概率计算公式的应用，体现了转化的数学思想，属于基础题．

15．（5分）（2017•湖北二模）如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗实线画出的是某多面体的三视图，则该多面体外接球的表面积为　41π　．



【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】13 ：作图题；31 ：数形结合；46 ：分割补形法；5Q ：立体几何．

【分析】由三视图知该几何体是的三棱锥，将三棱锥放在对应的正方体中，把三棱锥A﹣BCD的外接球转化为对应三棱柱的外接球，结合图象由余弦定理、正弦定理求出外接球的半径，代入球的表面积公式求解即可．

【解答】解：由三视图知该几何体是如图所示的三棱锥A﹣BCD

将该三棱锥是放在棱长为4的正方体中，E是棱的中点，

所以三棱锥A﹣BCD和三棱柱DEF﹣ABC的外接球相同，

设外接球的球心为O、半径是R，△ABC外接圆的圆心是M，则OM=2，

在△ABC中，AB=AC=2菁优网-jyeoo，由余弦定理得，

cos∠CAB=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

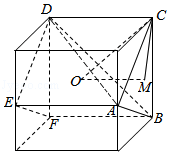
所以sin∠CAB=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

由正弦定理得，2CM=菁优网-jyeoo=5，则CM=菁优网-jyeoo，

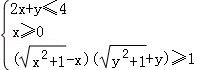
所以R=OC=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

则外接球的表面积S=4πR2=41π，

故答案为：41π．



【点评】本题考查了空间几何体三视图，正弦定理和余弦定理的综合应用，解题关键是由三视图还原为几何体、确定外接圆的圆心位置，是中档题．

16．（5分）（2017•湖北二模）已知动点P（x，y）满足：，则x2+y2﹣6x的最小值为　菁优网-jyeoo　．

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；44 ：数形结合法；59 ：不等式的解法及应用．

【分析】不等式组中的第三个不等式可化为x≤y，作出该不等式组表示的平面区域，x2+y2﹣6x的几何意义求最小值．

【解答】解：由菁优网-jyeoo，

∵y+菁优网-jyeoo＞y+|y|≥0，

∴菁优网-jyeoo，

∵函数f（x）=菁优网-jyeoo是减函数，

∴x≤y，

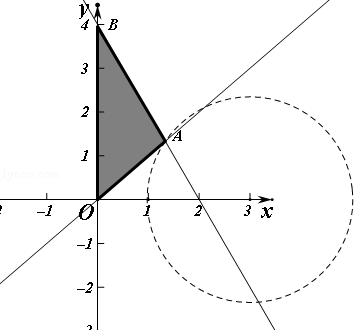
∴原不等式组化为菁优网-jyeoo．

该不等式组表示的平面区域如下图：

∵x2+y2﹣6x=（x﹣3）2+y2﹣9．

由点到直线的距离公式可得，P（3，0）区域中A（菁优网-jyeoo）的距离最小，所以x2+y2﹣6x的最小值为菁优网-jyeoo．

故答案为：﹣菁优网-jyeoo．



【点评】考查不等式组表示的平面区域的概念，能够画出不等式组所表示的平面区域，能判断函数的单调性，圆的标准方程，利用线性规划的知识求最值的方法，数形结合解题的方法．

**三、解答题（共5小题，满分60分）**

17．（12分）（2017•湖北二模）在△ABC中，内角A、B、C的对边分别为a、b、c，且2asinB=菁优网-jyeoob．

（1）求角A的大小；

（2）若0＜A＜菁优网-jyeoo，a=6，且△ABC的面积S=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，求△ABC的周长．

【考点】HR：余弦定理；HP：正弦定理．

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法．

【分析】（1）由2asinB=菁优网-jyeoob，根据正弦定理化简即可求角A的大小．

（2）利用“整体”思想，利用余弦定理求解b+c的值，即可得△ABC的周长．

【解答】解：（1）由题意2asinB=菁优网-jyeoob．

由正弦定理得：2sinAsinB=菁优网-jyeoosinB．

∵0＜B＜π，sinB≠0

∴sinA=菁优网-jyeoo．

∵0＜A＜π．

∴A=菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo．

（2）∵△ABC的面积S=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoobcsinA=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，

可得：bc=菁优网-jyeoo．

由余弦定理得，a2=b2+c2﹣2bccosA=（b+c）2﹣3bc，即36=（b+c）2﹣28，

从而b+c=8

故△ABC的周长l=a+b+c=14．

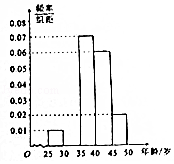
【点评】本题主要考查了正弦定理，余弦定理的灵活运用能力．属于基础题．

18．（12分）（2017•湖北二模）某手机卖场对市民进行国产手机认可度的调查，随机抽取100名市民，按年龄（单位：岁）进行统计的频数分布表和频率分布直方图如下：

|  |  |
| --- | --- |
| 分组（岁） | 频数 |
| [25，30） | x |
| [30，35） | y |
| [35，40） | 35 |
| [40，45） | 30 |
| [45，50] | 10 |
| 合计 | 100 |

（Ⅰ）求频率分布表中x、y的值，并补全频率分布直方图；

（Ⅱ）在抽取的这100名市民中，按年龄进行分层抽样，抽取20人参加国产手机用户体验问卷调查，现从这20人重随机抽取2人各赠送精美礼品一份，设这2名市民中年龄在[35，40）内的人数为X，求X的分布列及数学期望．



【考点】CH：离散型随机变量的期望与方差；B8：频率分布直方图；CG：离散型随机变量及其分布列．

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；5I ：概率与统计．

【分析】（I）利用频率分布直方图的性质即可得出．

（II）各层之间的比为5：20：35：30：10=1：4：7：6：2，且共抽取20人，可得年龄在[35，40）内层抽取的人数为7人．X可取0，1，2，P（X=k）=菁优网-jyeoo，即可得出．

【解答】解：（I）由图知，P（25≤x＜30）=0.01×5=0.05，故x=100×0.05=5；（2分）

P（30≤x＜35）=1﹣（0.05+0.35+0.3+0.1）=1﹣0.8=0.2

故y=100×0.2=20，（4分）

其菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=0.04…（6分）

（II）∵各层之间的比为5：20：35：30：10=1：4：7：6：2，且共抽取20人，

∴年龄在[35，40）内层抽取的人数为7人．（8分）

X可取0，1，2，P（X=k）=菁优网-jyeoo，可得P（X=0）=菁优网-jyeoo，P（X=1）=菁优网-jyeoo，P（X=2）=菁优网-jyeoo．

故X的分布列为：（10分）

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 |
| P | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |

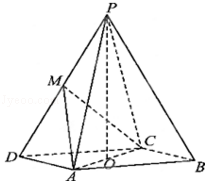
故E（X）=0×菁优网-jyeoo+1×菁优网-jyeoo+2×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．（12分）

【点评】本题考查了频率分布直方图的性质、超几何分布列的性质及其数学期望，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

19．（12分）（2017•湖北二模）如图，在四棱锥P﹣ABCD中，底面ABCD为平行四边形，∠ADC=45°，AD=AC=1，O为AC的中点，PO⊥平面ABCD，PO=1，M为PD的中点．

（Ⅰ）证明：PB∥平面ACM；

（Ⅱ）设直线AM与平面ABCD所成的角为α，二面角M﹣AC﹣B的大小为β，求sinαcosβ的值．



【考点】MT：二面角的平面角及求法；LS：直线与平面平行的判定．

【专题】14 ：证明题；35 ：转化思想；49 ：综合法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】（Ⅰ）连结OM，推导出OM∥PB，由此能证明PB∥平面ACM．

（2）取DO的中点N，连结MN，AN，则MN∥PO，推导出∠MAN=α为所求的直线AM与平面ABCD所成的角，从而求出sinα=菁优网-jyeoo，取AO的中点R，连结NR，MR，则∠MRN为二面角M﹣AC﹣B的补角，即为π﹣β．从而得到cos（π﹣β）=﹣cosβ=菁优网-jyeoo，由此能求出sinαcosβ．

【解答】证明：（Ⅰ）连结OM，在△PBD中，

∵O为AC的中点，M为PD的中点．∴OM∥PB，

∵OM⊂平面ACM，PB⊄平面ACM，

∴PB∥平面ACM；（4分）

解：（2）取DO的中点N，连结MN，AN，则MN∥PO，

∵PO⊥平面ABCD，∴MN⊥平面ABCD，

∴∠MAN=α为所求的直线AM与平面ABCD所成的角．

∵MN=菁优网-jyeooPO=菁优网-jyeoo，

在Rt△ADO中，∵DO=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，AN=菁优网-jyeooDO=菁优网-jyeoo，

在Rt△AMN中，AM=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴sinα=菁优网-jyeoo，（8分）

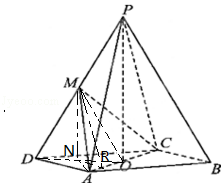
取AO的中点R，连结NR，MR，

∵NR∥AD，∴NR⊥OA，MN⊥平面ABCD，

由三垂线定理知MR⊥AO，故∠MRN为二面角M﹣AC﹣B的补角，即为π﹣β．

∵NR=菁优网-jyeoo，MN=菁优网-jyeoo，∴cos（π﹣β）=﹣cosβ=菁优网-jyeoo，（11分）

∴sinαcosβ=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo．（12分）



【点评】本题考查线面平行的证明，考查线面角的正弦值和二面角的余弦值的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意空间思维能力的培养．

20．（12分）（2017•湖北二模）设椭圆E：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1（a＞0）的焦点在x轴上．

（Ⅰ）若椭圆E的离心率e=菁优网-jyeooa，求椭圆E的方程；

（Ⅱ）设F1、F2分别是椭圆E的左、右焦点，P为直线x+y=2菁优网-jyeoo与椭圆E的一个公共点，直线F2P交y轴于点Q，连结F1P，问当a变化时，菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo的夹角是否为定值，若是定值，求出该定值，若不是定值，说明理由．

【考点】KL：直线与椭圆的位置关系．

【专题】35 ：转化思想；41 ：向量法；5C ：向量与圆锥曲线．

【分析】（1）由题知c2=a2﹣（8﹣a2）=2a2﹣8，由菁优网-jyeoo得a4﹣25a2+100=0，可得a2

（2）设P（x0，y0），F1（﹣c，0），F2（c，0），则c2=2a2﹣8，联立 菁优网-jyeoo得点P坐标，写出直线PF2的方程求出点Q的坐标．由菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，可得菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo的夹角

【解答】解：（1）由题知c2=a2﹣（8﹣a2）=2a2﹣8，由菁优网-jyeoo得

a4﹣25a2+100=0，故a2=5或20（舍），故椭圆E的方程为菁优网-jyeoo；（4分）

（2）设P（x0，y0），F1（﹣c，0），F2（c，0），则c2=2a2﹣8，

联立 菁优网-jyeoo得8x2﹣4菁优网-jyeoox+a4=0，

即（2菁优网-jyeoo﹣a2）2，故菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，（7分）

直线PF2的方程为菁优网-jyeoo，令x=0，则菁优网-jyeoo，即点Q的坐标为（0，菁优网-jyeoo），

故菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo（9分）

故菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（11分）

故菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo的夹角为定值菁优网-jyeoo．（12分）

【点评】本题考查了椭圆的方程，圆锥曲线与向量，及运算能力的考查，属于中档题．

21．（12分）（2017•湖北二模）设函数f（x）=x2﹣ax（a＞0，且a≠1），g（x）=f′（x）（其中f′（x）为f（x）的导函数）．

（1）当a=e时，求g（x）的极大值点；

（2）讨论f（x）的零点个数．

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；6D：利用导数研究函数的极值．

【专题】32 ：分类讨论；4C ：分类法；53 ：导数的综合应用．

【分析】（1）令g′（x）=0求出g（x）的极值点，判断g′（x）的符号变化即可得出答案；

（2）f′（x）=2x﹣lna•ax，对a和x进行讨论，利用零点的存在性定理，结合函数的图象判断零点的个数．

【解答】解：（1）a=e时，g（x）=2x﹣ex，g′（x）=2﹣ex，

令g′（x）=0得：2﹣ex=0，解得x=ln2，

∴当x＜ln2时，g′（x）＞0；当x＞ln2时，g′（x）＜0，

∴g（x）的极大值点为ln2．

（2）（Ⅰ）当a＞1时，f′（x）=2x﹣lna•ax，

∴当x≤0时，f′（x）＜0，∴f（x）在（﹣∞，0）上为减函数，

∵f（﹣1）=1﹣菁优网-jyeoo＞0，f（0）=﹣1＜0，

∴f（x）在（0，+∞）有一个零点；

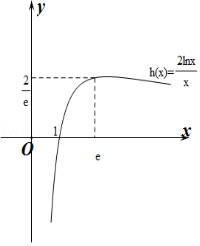
当x＞0时，令f（x）=0得x2=ax，即lna=菁优网-jyeoo，

令h（x）=菁优网-jyeoo，则h′（x）=菁优网-jyeoo．

∴当0＜x＜e时，h′（x）＞0；当x＞e时，h′（x）＜0，

∴h（x）在（0，e）上单调递增，在（e，+∞）上单调递减，

做出y=h（x）的图象如下图，



由图象可知：

①当lna＞菁优网-jyeoo即a＞e菁优网-jyeoo时，f（x）在（0，+∞）上无零点；

②当lna=菁优网-jyeoo即a=e菁优网-jyeoo时，f（x）在（0，+∞）上有1个零点；

③当0＜lna＜菁优网-jyeoo即1＜a＜e菁优网-jyeoo时，f（x）在（0，+∞）上有2个零点；

（Ⅱ）当0＜a＜1时，f′（x）=2x﹣lna•ax，

∴当 x＞0时，f′（x）＞0，∴f（x）在（0，+∞）上是增函数，

∵f（0）=﹣l＜0，f（1）=1﹣a＞0，

∴f（x）在（0，+∞）上有1个零点；

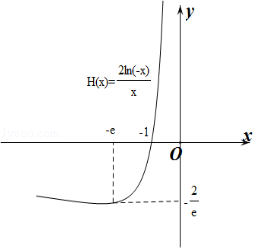
当x＜0时，令f（x）=0得lna=菁优网-jyeoo，

令H（x）=菁优网-jyeoo，则H′（x）=菁优网-jyeoo，

∴当﹣e＜x＜0时，H′（x）＞0，当x＜﹣e时，H′（x）＜0，

∴H（x）在（﹣∞，﹣e）上单调递减，在（﹣e，0）上单调递增，

作出y=H（x）的函数图象如图：



由图象可知：

当lna＜﹣菁优网-jyeoo即0菁优网-jyeoo时，f（x）在（﹣∞，0）上无零点；

当lna=﹣菁优网-jyeoo即a=e菁优网-jyeoo时，f（x）在（﹣∞，0）上有1个零点；

当﹣菁优网-jyeoo＜lna＜0即e菁优网-jyeoo＜a＜1时，f（x）在（﹣∞，0）上有2个零点；

综上：

①当0＜a＜e菁优网-jyeoo或a＞e菁优网-jyeoo时，f（x）有1个零点；

②当a=e菁优网-jyeoo或a=e菁优网-jyeoo时，f（x）有2个零点；

③当e菁优网-jyeoo＜a＜1或1＜a＜e菁优网-jyeoo时，f（x）有3个零点．

【点评】本题考查了导数与函数单调性，极值的关系，函数零点的个数与函数图象的关系，分类讨论思想，属于难题．

**请考生在第22、23题中任选一题作答【选修4-4：坐标系与参数方程】**

22．（10分）（2017•湖北二模）将圆x2+y2=1上每一点的纵坐标不变，横坐标变为原来的菁优网-jyeoo，得曲线C．

（Ⅰ）写出C的参数方程；

（Ⅱ）设直线l：3x+y+1=0与C的交点为P1、P2，以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，求过线段P1P2的中点且与l垂直的直线的极坐标方程．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程；QH：参数方程化成普通方程．

【专题】11 ：计算题；33 ：函数思想；4R：转化法；5S ：坐标系和参数方程．

【分析】（Ⅰ）由坐标变换公式得x=3x′，y=y′，代入x2+y2=1中，得9x'2+y'2=1，由此能求出曲线C的参数方程．

（Ⅱ）联立菁优网-jyeoo，得P1（﹣菁优网-jyeoo，0），P2（0，﹣1），由此能求出过线段P1P2的中点且与l垂直的直线的极坐标方程．

【解答】解：（Ⅰ）∵将圆x2+y2=1上每一点的纵坐标不变，横坐标变为原来的菁优网-jyeoo，得曲线C．

∴由坐标变换公式，得x=3x′，y=y′，

代入x2+y2=1中，得9x'2+y'2=1，

故曲线C的参数方程为菁优网-jyeoo．（5分）

（Ⅱ）联立菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo，

由题知，P1（﹣菁优网-jyeoo，0），P2（0，﹣1），P1 P2线段中点M（﹣菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo），

菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=﹣3，故P1 P2线段中垂线的方程为y+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（x+菁优网-jyeoo），（8分）

即3x﹣9y﹣4=0，即极坐标方程为3ρcosθ﹣9ρsinθ﹣4=0．（10分）

【点评】本题考查曲线的参数方程的求法，考查过线段的中点且与直线垂直的直线的极坐标方程的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意参数方程、直角坐标方程、极坐标方程互化公式的合理运用．

**【选修4-5：不等式选讲】**

23．（2017•湖北二模）已知a＞0，b＞0，c＞0，函数f（x）=|x+a|﹣|x﹣b|+c的最大值为10．

（1）求a+b+c的值；

（2）求菁优网-jyeoo（a﹣1）2+（b﹣2）2+（c﹣3）2的最小值，并求出此时a、b、c的值．

【考点】RA：二维形式的柯西不等式；R4：绝对值三角不等式．

【专题】17 ：选作题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5T ：不等式．

【分析】（1）利用绝对值不等式，求出f（x）的最大值为a+b+c，即可求a+b+c的值；

（2）利用柯西不等式，即可得出结论．

【解答】解：（1）f（x）=|x+a|﹣|x﹣b|+c≤|b+a|+c，当且仅当x≥b时等号成立，

∵a＞0，b＞0，∴f（x）的最大值为a+b+c．

又已知f（x）的最大值为10，所以a+b+c=10．（4分）

（2）由（1）知a+b+c=10，由柯西不等式得[菁优网-jyeoo（a﹣1）2+（b﹣2）2+（c﹣3）2]（22+12+12）≥（a+b+c﹣6）2=16，

即菁优网-jyeoo（a﹣1）2+（b﹣2）2+（c﹣3）2≥菁优网-jyeoo（7分）

当且仅当菁优网-jyeoo（a﹣1）=b﹣2=c﹣3，即a=菁优网-jyeoo，b=菁优网-jyeoo，c=菁优网-jyeoo时等号成立．（10分）

【点评】本题考查绝对值不等式、柯西不等式的运用，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．