**2017年湖南省长沙市长郡中学理科数学模拟试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.在每个小题给出的四个选项中，有且只有一项符合题目要求.**

1．（5分）（2017•天心区校级一模）已知集合A={x∈N|x≤1}，B={x|﹣1≤x≤2}，则A∩B=（　　）

A．{0，1} B．{﹣1，0，1} C．[﹣1，1] D．{1}

【考点】1E：交集及其运算．

【专题】11 ：计算题；37 ：集合思想；4O：定义法；5J ：集合．

【分析】集合A与集合B的公共元素构成集合A∩B．

【解答】解：∵集合A={x∈N|x≤1}，B={x|﹣1≤x≤2}，∴A∩B={0，1}．

故选A．

【点评】本题考查集合的交集及其运算，是基础题．解题时要认真审题，仔细解答，注意合理地进行等价转化．

2．（5分）（2017•武昌区模拟）已知复数菁优网-jyeoo（i 为虚数单位）的共轭复数在复平面内对应的点在第三象限，则实数a的取值范围是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．（﹣∞，﹣2） D．菁优网-jyeoo

【考点】A4：复数的代数表示法及其几何意义．

【专题】35 ：转化思想；59 ：不等式的解法及应用；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的运算法则、共轭复数的定义、几何意义即可得出．

【解答】解：复数菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeooi的共轭复数菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeooi的共在复平面内对应的点在第三象限，

∴菁优网-jyeoo＜0，﹣菁优网-jyeoo＜0，

解得a菁优网-jyeoo，且a＞﹣2，

则实数a的取值范围是菁优网-jyeoo．

故选：A．

【点评】本题考查了复数的运算法则、共轭复数的定义、几何意义，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

3．（5分）（2014•新课标Ⅰ）设x，y满足约束条件菁优网-jyeoo且z=x+ay的最小值为7，则a=（　　）

A．﹣5 B．3 C．﹣5或3 D．5或﹣3

【考点】7F：基本不等式．

【专题】5B ：直线与圆．

【分析】如图所示，当a≥1时，由菁优网-jyeoo，解得菁优网-jyeoo．当直线z=x+ay经过A点时取得最小值为7，同理对a＜1得出．

【解答】解：如图所示，

当a≥1时，由菁优网-jyeoo，

解得菁优网-jyeoo，y=菁优网-jyeoo．

∴菁优网-jyeoo．

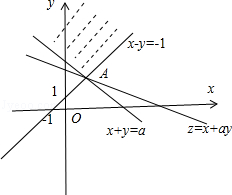
当直线z=x+ay经过A点时取得最小值为7，

∴菁优网-jyeoo，化为a2+2a﹣15=0，

解得a=3，a=﹣5舍去．

当a＜1时，不符合条件．

故选：B．



【点评】本题考查了线性规划的有关知识、直线的斜率与交点，考查了数形结合的思想方法，属于中档题．

4．（5分）（2017•江西二模）已知菁优网-jyeoo的最大值为A，若存在实数x1，x2使得对任意实数x总有f（x1）≤f（x）≤f（x2）成立，则A|x1﹣x2|的最小值为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】GI：三角函数的化简求值；H2：正弦函数的图象．

【专题】11 ：计算题；33 ：函数思想；4R：转化法；56 ：三角函数的求值．

【分析】根据题意，利用三角恒等变换化简函数f（x）的解析式，再利用正弦函数的周期性和最值，即可求出 A|x1﹣x2|的最小值．

【解答】解：菁优网-jyeoo

=sin2017xcos菁优网-jyeoo+cos2017xsin菁优网-jyeoo+cos2017xcos菁优网-jyeoo+sin2017xsin菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoosin2017x+菁优网-jyeoocos2017x+菁优网-jyeoocos2017x+菁优网-jyeoosin2017x

=菁优网-jyeoosin2017x+cos2017x

=2sin（2017x+菁优网-jyeoo）．

或菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo

=2sin（2017x+菁优网-jyeoo）．

∴f（x） 的最大值为A=2；

由题意得，|x1﹣x2|的最小值为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴A|x1﹣x2|的最小值为菁优网-jyeoo．

故选：B．

【点评】本题考查了三角函数的恒等变换以及正弦、余弦函数的周期性和最值问题，是基础题目．

5．（5分）（2017•天河区三模）设f（x）=菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoof（x）dx的值为（　　）

A．菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo+3 C．菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo+3

【考点】67：定积分．

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；52 ：导数的概念及应用．

【分析】根据定积分性质可得菁优网-jyeoof（x）dx=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，然后根据定积分可得．

【解答】解：根据定积分性质可得菁优网-jyeoof（x）dx=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，

根据定积分的几何意义，菁优网-jyeoo是以原点为圆心，以1为半径圆面积的菁优网-jyeoo，

菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoof（x）dx=菁优网-jyeoo+（菁优网-jyeoo）菁优网-jyeoo，

=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，

故答案选：A．

【点评】本题求一个分段函数的定积分之值，着重考查了定积分的几何意义和积分计算公式等知识，属于基础题．

6．（5分）（2017•福建模拟）一个篮球运动员投篮一次得3分的概率为a，得2分的概率为b，不得分的概率为c（a，b，c∈（0，1）），已知他投篮一次得分的数学期望为2，则菁优网-jyeoo的最小值为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．4

【考点】CH：离散型随机变量的期望与方差；7F：基本不等式．

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；59 ：不等式的解法及应用；5I ：概率与统计．

【分析】由题意可得：3a+2b+0•c=2，即3a+2b=2．a，b，c∈（0，1）），再利用“乘1法”与基本不等式的性质即可得出．

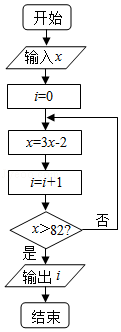
【解答】解：由题意可得：3a+2b+0•c=2，即3a+2b=2．a，b，c∈（0，1）），

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，当且仅当a=2b=菁优网-jyeoo时取等号．

故选：C．

【点评】本题考查了数学期望计算公式、“乘1法”与基本不等式的性质，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

7．（5分）（2017•南开区三模）在如图所示的程序框图中，若输出的值是3，则输入x的取值范围是（　　）



A．（4，10] B．（2，+∞） C．（2，4] D．（4，+∞）

【考点】EF：程序框图．

【专题】11 ：计算题；28 ：操作型；5K ：算法和程序框图．

【分析】由已知中的程序框图可知：该程序的功能是利用循环结构计算并输出变量i的值，模拟程序的运行过程，分析循环中各变量值的变化情况，可得答案．

【解答】解：设输入x=a，

第一次执行循环体后，x=3a﹣2，i=1，不满足退出循环的条件；

第二次执行循环体后，x=9a﹣8，i=2，不满足退出循环的条件；

第三次执行循环体后，x=27a﹣26，i=3，满足退出循环的条件；

故9a﹣8≤82，且27a﹣26＞82，

解得：a∈（4，10]，

故选：A

【点评】本题考查的知识点是程序框图，当循环的次数不多，或有规律时，常采用模拟循环的方法解答．

8．（5分）（2017•武昌区模拟）若菁优网-jyeoo的展开式中所有项系数的绝对值之和为1024，则该展开式中的常数项是（　　）

A．﹣270 B．270 C．﹣90 D．90

【考点】DB：二项式系数的性质．

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；5P ：二项式定理．

【分析】菁优网-jyeoo的展开式中所有项系数的绝对值之和等于菁优网-jyeoo为展开式中所有项系数的绝对值之和，令x=1可得：4n=1024，解得n=5．利用菁优网-jyeoo的通项公式即可得出．

【解答】解：菁优网-jyeoo的展开式中所有项系数的绝对值之和等于菁优网-jyeoo为展开式中所有项系数的绝对值之和，

令x=1可得：4n=1024，解得n=5．

∴菁优网-jyeoo的通项公式为：Tr+1=菁优网-jyeoo=（﹣1）r菁优网-jyeoo35﹣r菁优网-jyeoo，

令菁优网-jyeoo=0，解得r=3．

∴该展开式中的常数项是菁优网-jyeoo=﹣90．

故选：C．

【点评】本题考查了二项式定理的应用，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

9．（5分）（2017•天心区校级一模）若等边△ABC的边长为3，平面内一点M满足菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo的值为（　　）

A．2 B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．﹣2

【考点】9R：平面向量数量积的运算．

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；41 ：向量法；5A ：平面向量及应用．

【分析】利用向量的坐标运算和数乘运算、数量积运算即可得出．

【解答】解：如图所示，

A（菁优网-jyeoo，0），B（0，菁优网-jyeoo），C（﹣菁优网-jyeoo，0），

∴菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），菁优网-jyeoo=（3，0），

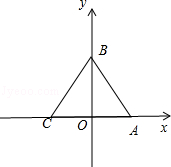
∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）+菁优网-jyeoo（3，0）=（2，菁优网-jyeoo），

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=（﹣1，菁优网-jyeoo），菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=（﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），

∴菁优网-jyeoo=﹣1×（﹣菁优网-jyeoo）+菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=2，

故选：A．



【点评】本题考查了向量的坐标运算和数乘运算、数量积运算、等边三角形的性质，属于中档题．

10．（5分）（2017•天心区校级一模）已知抛物线C：y2=2px（0＜p＜4）的焦点为F，点P为C上一动点，A（4，0），B（p，菁优网-jyeoop），且|PA|的最小值为菁优网-jyeoo，则|BF|等于（　　）

A．4 B．菁优网-jyeoo C．5 D．菁优网-jyeoo

【考点】K8：抛物线的简单性质．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】利用|PA|的最小值为菁优网-jyeoo，求出p，可得B的坐标，利用抛物线的定义，即可得出结论．

【解答】解：设P（x，y），则|PA|=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴x=4﹣p时，|PA|的最小值为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∵0＜p＜4，∴p=3，

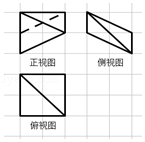
∴B（3，3菁优网-jyeoo），

∴|BF|=3+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选B．

【点评】本题考查抛物线的定义与方程，考查配方法的运用，正确求出p是解题的关键．

11．（5分）（2017•商丘二模）如图，网格纸上正方形小格的边长为1，图中粗线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的体积为（　　）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．4

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】31 ：数形结合；35 ：转化思想；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】如图所示，由三视图可知该几何体为：四棱锥P﹣ABCD．

【解答】解：如图所示，由三视图可知该几何体为：四棱锥P﹣ABCD．

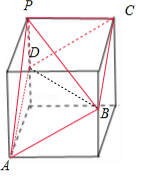
连接BD．

其体积V=VB﹣PAD+VB﹣PCD

=菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo．

故选：B．



【点评】本题考查了正方体与四棱锥的三视图、体积计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

12．（5分）（2017•泰安一模）已知函数菁优网-jyeoo满足条件：对于∀x1∈R，且x1≠0，∃唯一的x2∈R且x1≠x2，使得f（x1）=f（x2）．当f（2a）=f（3b）成立时，则实数a+b=（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo+3 D．菁优网-jyeoo+3

【考点】5B：分段函数的应用．

【专题】11 ：计算题；32 ：分类讨论；51 ：函数的性质及应用．

【分析】根据条件得到f（x）在（﹣∞，0）和（0，+∞）上单调，得到a，b的关系进行求解即可．

【解答】解：若对于∀x1∈R，存在唯一的x2∈R，使得f（x1）=f（x2）．

∴f（x）在（﹣∞，0）和（0，+∞）上单调，

则b=3，且a＜0，

由f（2a）=f（3b）得f（2a）=f（9），

即2a2+3=菁优网-jyeoo+3=3+3，

即a=﹣菁优网-jyeoo，

则a+b=﹣菁优网-jyeoo+3，

故选：D

【点评】本题主要考查分段函数的应用，根据条件得到a，b的关系是解决本题的关键．

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.**

13．（5分）（2017•武昌区模拟）函数菁优网-jyeoo的最大值为　4　．

【考点】HW：三角函数的最值．

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；57 ：三角函数的图像与性质．

【分析】先化简函数，再配方，即可得出结论．

【解答】解：菁优网-jyeoo=cos2x﹣5sinx=1﹣2sin2x﹣5sinx=﹣2（sinx+菁优网-jyeoo）2﹣菁优网-jyeoo，

∵﹣1≤sinx≤1，

∴sinx=﹣1时，函数菁优网-jyeoo的最大值为4，

故答案为4．

【点评】本题考查函数菁优网-jyeoo的最大值，考查诱导公式，考查配方法的运用，属于中档题．

14．（5分）（2017•天心区校级一模）设菁优网-jyeoo，则a1+a2+a3+a4+a5=　﹣1　．

【考点】DB：二项式系数的性质．

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；5P ：二项式定理．

【分析】令x=0，可得：1=a0．令x=菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo=a0+a1+a2+a3+a4+a5，即可得出．

【解答】解：令x=0，可得：1=a0．

令x=菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo=a0+a1+a2+a3+a4+a5，

∴a1+a2+a3+a4+a5=﹣a0=﹣1．

故答案为：﹣1．

【点评】本题考查了二项式定理的应用，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

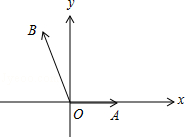
15．（5分）（2017•武昌区模拟）已知平面向量菁优网-jyeoo的夹角为 120°，且菁优网-jyeoo．若平面向量 菁优网-jyeoo满足菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo=　菁优网-jyeoo　．

【考点】9R：平面向量数量积的运算．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；44 ：数形结合法；5A ：平面向量及应用．

【分析】由已知画出图形，然后利用坐标法求解．

【解答】解：如图，



设菁优网-jyeoo，

则A（1，0），B（﹣1，菁优网-jyeoo），

再设菁优网-jyeoo，

由菁优网-jyeoo，得

菁优网-jyeoo，解得菁优网-jyeoo．

∴|菁优网-jyeoo|=菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查平面向量的数量积运算，考查了数量积的坐标运算，建系起到事半功倍的效果，是中档题．

16．（5分）（2017•天心区校级一模）设数列{an}（n≥1，n∈N）满足a1=2，a2=6，且an+2﹣2an+1+an=2，若[x]表示不超过x的最大整数，则菁优网-jyeoo=　2016　．

【考点】8H：数列递推式．

【专题】35 ：转化思想；4M：构造法；51 ：函数的性质及应用；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】构造bn=an+1﹣an，则b1=a2﹣a1=4，由题意可得（an+2﹣an+1）﹣（an+1﹣an）=bn+1﹣bn=2，利用等差数列的通项公式可得bn=an+1﹣an=2n+2，再利用“累加求和”方法可得an=n（n+1），可得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，再利用取整数函数即可得出．

【解答】解：构造bn=an+1﹣an，则b1=a2﹣a1=4，

由题意可得（an+2﹣an+1）﹣（an+1﹣an）=bn+1﹣bn=2，

故数列{bn}是4为首项2为公差的等差数列，

故bn=an+1﹣an=4+2（n﹣1）=2n+2，

故a2﹣a1=4，a3﹣a2=6，a4﹣a3=8，…，an﹣an﹣1=2n，

以上n﹣1个式子相加可得an﹣a1=4+6+…+2n=菁优网-jyeoo，解得an=n（n+1），

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+…+（菁优网-jyeoo）=1﹣菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo…+菁优网-jyeoo=2017﹣菁优网-jyeoo

则菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=2016．

故答案为：2016．

【点评】本题考查了构造方法、等差数列的通项公式可、“累加求和”方法、“裂项求和”方法、取整数函数，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

**三、解答题：本大题共5小题，共70分.解答应写出必要的文字说明或推理、验算过程.**

17．（12分）（2016•焦作一模）已知a，b，c分别为锐角△ABC三个内角A，B，C的对边，且（a+b）（sinA﹣sinB）=（c﹣b）sinC

（Ⅰ）求∠A的大小；

（Ⅱ）若f（x）=菁优网-jyeoosin菁优网-jyeoo•cos菁优网-jyeoo+cos2菁优网-jyeoo，求f（B）的取值范围．

【考点】HR：余弦定理；HP：正弦定理．

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；56 ：三角函数的求值；58 ：解三角形．

【分析】（I）由（a+b）（sinA﹣sinB）=（c﹣b）sinC，由正弦定理可得：（a+b）（a﹣b）=（c﹣b）c，化为b2+c2﹣a2=bc．再利用余弦定理可得：cosA．

（II）f（x）=菁优网-jyeoosinx+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，在锐角△ABC中，菁优网-jyeoo＜B菁优网-jyeoo，可得菁优网-jyeoo＜B+菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo，即可得出．

【解答】解：（I）∵（a+b）（sinA﹣sinB）=（c﹣b）sinC，由正弦定理可得：（a+b）（a﹣b）=（c﹣b）c，化为b2+c2﹣a2=bc．

由余弦定理可得：cosA=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∵A∈（0，π），∴A=菁优网-jyeoo．

（II）f（x）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoosinx+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，

在锐角△ABC中，菁优网-jyeoo＜B菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo＜B+菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo∈菁优网-jyeoo，

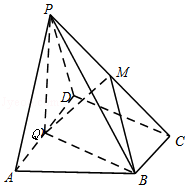
∴f（B）的取值范围是菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了正弦定理余弦定理、和差公式、三角函数的单调性，考查了推理能力 与计算能力，属于中档题．

18．（12分）（2017•天心区校级一模）如图，在四棱锥P﹣ABCD中，底面ABCD为直角梯形，AD∥BC，∠ADC=90°，平面PAD⊥底面ABCD，Q为AD的中点，M是棱PC上的点，PA=PD=2，BC=菁优网-jyeooAD=1，CD=菁优网-jyeoo．

（1）求证：平面PQB⊥平面PAD；

（2）设PM=tMC，若二面角M﹣BQ﹣C的平面角的大小为30°，试确定t的值．



【考点】MT：二面角的平面角及求法；LY：平面与平面垂直的判定．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；41 ：向量法；5G ：空间角．

【分析】（1）由AD∥BC，BC=菁优网-jyeooAD，Q为AD的中点，可得四边形BCDQ为平行四边形，得到CD∥BQ．结合∠ADC=90°，得QB⊥AD．然后利用面面垂直的性质得BQ⊥平面PAD．再由线面垂直的判定得平面PQB⊥平面PAD；

（2）由PA=PD，Q为AD的中点，得PQ⊥AD．结合（1）可得PQ⊥平面ABCD．以Q为原点建立空间直角坐标系．然后求出平面BQC的一个法向量，再由PM=tMC把平面MBQ的一个法向量用含有t的代数式表示，结合二面角M﹣BQ﹣C的平面角的大小为30°求得t的值．

【解答】（1）求证：∵AD∥BC，BC=菁优网-jyeooAD，Q为AD的中点，

∴四边形BCDQ为平行四边形，∴CD∥BQ．

∵∠ADC=90°，∴∠AQB=90°，即QB⊥AD．

又∵平面PAD⊥平面ABCD，且平面PAD∩平面ABCD=AD，

∴BQ⊥平面PAD．

∵BQ⊂平面PQB，∴平面PQB⊥平面PAD；

（2）解：∵PA=PD，Q为AD的中点，∴PQ⊥AD．

∵平面PAD⊥平面ABCD，且平面PAD∩平面ABCD=AD，

∴PQ⊥平面ABCD．

如图，以Q为原点建立空间直角坐标系．

则面BQC的法向量为菁优网-jyeoo；

Q（0，0，0），P（0，0，菁优网-jyeoo），B（0，菁优网-jyeoo，0），C（﹣1，菁优网-jyeoo）．

设M（x，y，z），则菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

∵PM=tMC，∴菁优网-jyeoo，则，

即菁优网-jyeoo，

在平面MBQ中，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

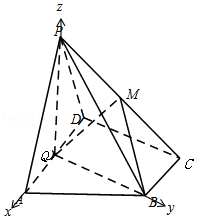
设平面MBQ的一个法向量菁优网-jyeoo，由菁优网-jyeoo，

菁优网-jyeoo，取z=t，得x=菁优网-jyeoo．

∴平面MBQ法向量为菁优网-jyeoo．

∵二面角M﹣BQ﹣C为30°，∴菁优网-jyeoo，

解得t=3．



【点评】本题考查平面与平面垂直的判定，考查了空间想象能力和思维能力，训练了利用空间向量求解二面角的平面角，是中档题．

19．（12分）（2017•天心区校级一模）近年来我国电子商务行业迎来发展的新机遇.2016年双11期间，某购物平台的销售业绩高达918亿人民币．与此同时，相关管理部门推出了针对电商的商品和服务的评价体系．现从评价系统中选出200次成功交易，并对其评价进行统计，对商品的好评率为0.6，对服务的好评率为0.75，其中对商品和服务都作出好评的交易为80次．

（1）能否在犯错误的概率不超过0.001的前提下，认为商品好评与服务好评有关？

（2）若将频率视作概率，某人在该购物平台上进行5次购物中，设对商品和服务全好评的次数为随机变量X：

①求对商品和服务全为好评的次数X的分布列（概率用组合数算式表示）；

②求X的数学期望和方程．

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| P（K2≥k） | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
| k | 2.072 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

（K2=菁优网-jyeoo，其中n=a+b+c+d）

【考点】BO：独立性检验的应用；CG：离散型随机变量及其分布列；CH：离散型随机变量的期望与方差．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5I ：概率与统计．

【分析】（1）由题意列出2×2列联表，计算观测值K2，对照数表即可得出正确的结论；

（2）根据题意，得出商品和服务都好评的概率，求出X的可能取值，计算对应的概率值，写出期望与方差．

【解答】解：（1）由题意可得关于商品和服务评价的2×2列联表为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 对服务好评 | 对服务不满意 | 合计 |
| 对商品好评 | 80 | 40 | 120 |
| 对商品不满意 | 70 | 10 | 80 |
| 合计 | 150 | 50 | 200 |

计算观测值K2=菁优网-jyeoo，

对照数表知，在犯错误概率不超过0.1%的前提下，认为商品好评与服务好评有关；（6分）

（2）每次购物时，对商品和服务都好评的概率为菁优网-jyeoo，且X的取值可以是0，1，2，3，4，5；

所以X的分布列为：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| P | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | C52（菁优网-jyeoo）2（菁优网-jyeoo）3 | C53（菁优网-jyeoo）3（菁优网-jyeoo）2 | C54（菁优网-jyeoo）4（菁优网-jyeoo）1 | （菁优网-jyeoo）5 |

由于X～B（5，菁优网-jyeoo），

则EX=5×菁优网-jyeoo=2，DX=5×菁优网-jyeoo×（1﹣菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo（12分）

【点评】本题主要考查了统计与概率的相关知识，包括独立性检验、离散型随机变量的分布列以及数学期望和方差的求法问题，也考查了对数据处理能力的应用问题．

20．（12分）（2017•河北二模）已知椭圆C1：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1（a＞b＞0）的离心率为菁优网-jyeoo，P（﹣2，1）是C1上一点．

（1）求椭圆C1的方程；

（2）设A，B，Q是P分别关于两坐标轴及坐标原点的对称点，平行于AB的直线l交C1于异于P、Q的两点C，D，点C关于原点的对称点为E．证明：直线PD、PE与y轴围成的三角形是等腰三角形．

【考点】K4：椭圆的简单性质．

【专题】34 ：方程思想；48 ：分析法；5B ：直线与圆；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）运用椭圆的离心率公式和P满足椭圆方程，解得a，b，进而得到椭圆方程；

（2）设A（﹣2，﹣1），B（2，1），Q（2，﹣1），设直线l的方程为y=菁优网-jyeoox+t，代入椭圆方程，设C（x1，y1），D（x2，y2），E（﹣x1，﹣y1），运用韦达定理，设直线PD，PE的斜率为k1，k2，要证直线PD、PE与y轴围成的三角形是等腰三角形，只需证k1+k2=0，化简整理，代入韦达定理，即可得证．

【解答】解：（1）由题意可得e=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，且a2﹣b2=c2，

将P（﹣2，1）代入椭圆方程可得菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1，

解得a=2菁优网-jyeoo，b=菁优网-jyeoo，c=菁优网-jyeoo，

即有椭圆方程为菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1；

（2）证明：A，B，Q是P（﹣2，1）分别关于两坐标轴及坐标原点的对称点，

可设A（﹣2，﹣1），B（2，1），Q（2，﹣1），

直线l的斜率为k=菁优网-jyeoo，设直线l的方程为y=菁优网-jyeoox+t，（t≠0）

代入椭圆x2+4y2=8，可得x2+2tx+2t2﹣4=0，

设C（x1，y1），D（x2，y2），E（﹣x1，﹣y1），

即有△=4t2﹣4（2t2﹣4）＞0，解得﹣2＜t＜2，（t≠0）

x1+x2=﹣2t，x1x2=2t2﹣4，

设直线PD，PE的斜率为k1，k2，

则k1+k2=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

要证直线PD、PE与y轴围成的三角形是等腰三角形，

只需证k1+k2=0，即（2﹣x1）（y2﹣1）﹣（2+x2）（y1+1）=0，

由y1=菁优网-jyeoox1+t，y2=菁优网-jyeoox2+t，

可得（2﹣x1）（y2﹣1）﹣（2+x2）（y1+1）=2（y2﹣y1）﹣（x1y2+x2y1）+x1﹣x2﹣4

=x2﹣x1﹣（x1x2+tx1+tx2）+x1﹣x2﹣4=﹣x1x2﹣t（x1+x2）﹣4

=﹣（2t2﹣4）+2t2﹣4=0，

则直线PD、PE与y轴围成的三角形是等腰三角形．

【点评】本题考查椭圆的方程的求法，注意运用离心率公式和点满足椭圆方程，考查直线和椭圆方程联立，运用韦达定理，以及直线的斜率公式和运用，化简整理的运算能力，属于中档题．

21．（12分）（2017•天心区校级一模）已知函数f（x）=xlnx﹣菁优网-jyeoox2﹣x+a（a∈R）在定义域内有两个不同的极值点

（1）求a的取值范围；

（2）记两个极值点x1，x2，且x1＜x2，已知λ＞0，若不等式x1•x2λ＞e1+λ恒成立，求λ的取值范围．

【考点】6D：利用导数研究函数的极值；6E：利用导数求闭区间上函数的最值．

【专题】33 ：函数思想；49 ：综合法；52 ：导数的概念及应用．

【分析】（1）由导数与极值的关系知可转化为方程f′（x）=lnx﹣ax=0在（0，+∞）有两个不同根；再转化为函数y=lnx与函数y=ax的图象在（0，+∞）上有两个不同交点；

（2）原式等价于 菁优网-jyeoo＞菁优网-jyeoo，令t=菁优网-jyeoo，t∈（0，1），则不等式lnt＜菁优网-jyeoo在t∈（0，1）上恒成立．令h（t）=lnt﹣菁优网-jyeoo，t∈（0，1），

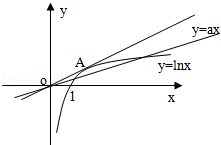
根据函数的单调性求出即可．

【解答】解：（1）由题意知，函数f（x）的定义域为（0，+∞），

方程f′（x）=0在（0，+∞）有两个不同根，即方程lnx﹣ax=0在（0，+∞）有两个不同根；

转化为函数y=lnx与函数y=ax的图象在（0，+∞）上有两个不同交点，

如图示：

，

可见，若令过原点且切于函数y=lnx图象的直线斜率为k，只须0＜a＜k．

令切点A（x0，lnx0），

故k=y′|x=x0=菁优网-jyeoo，又k=菁优网-jyeoo，

故 菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，解得，x0=e，

故k=菁优网-jyeoo，故0＜a＜菁优网-jyeoo；

（2）因为e1+λ＜x1•x2λ等价于1+λ＜lnx1+λlnx2．

由（1）可知x1，x2分别是方程lnx﹣ax=0的两个根，

即lnx1=ax1，lnx2=ax2

所以原式等价于1+λ＜ax1+λax2=a（x1+λx2），因为λ＞0，0＜x1＜x2，

所以原式等价于a＞菁优网-jyeoo，

又由lnx1=ax1，lnx2=ax2作差得，ln 菁优网-jyeoo=a（x1﹣x2），

所以原式等价于 菁优网-jyeoo＞菁优网-jyeoo，

因为0＜x1＜x2，原式恒成立，即ln菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo恒成立．

令t=菁优网-jyeoo，t∈（0，1），

则不等式lnt＜菁优网-jyeoo在t∈（0，1）上恒成立．

令h（t）=lnt﹣菁优网-jyeoo，t∈（0，1），

又h′（t）=菁优网-jyeoo，

当λ2≥1时，可见t∈（0，1）时，h′（t）＞0，

所以h（t）在t∈（0，1）上单调增，又h（1）=0，h（t）＜0在t∈（0，1）恒成立，符合题意．

当λ2＜1时，可见t∈（0，λ2）时，h′（t）＞0，t∈（λ2，1）时h′（t）＜0，

所以h（t）在t∈（0，λ2）时单调增，在t∈（λ2，1）时单调减，又h（1）=0，

所以h（t）在t∈（0，1）上不能恒小于0，不符合题意，舍去．

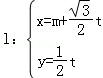
综上所述，若不等式e1+λ＜x1•x2λ恒成立，只须λ2≥1，又λ＞0，所以λ≥1．

【点评】本题考查了导数的综合应用及分类讨论，转化思想，数形结合的思想方法的应用，是一道综合题．

**请考生在第22、23两题中任选一题作答，如果两题都做，则按照所做的第一题给分；作答时，请用2B铅笔将答题卡上相应的题号涂黑．[选修4-4：参数方程与极坐标系]**

22．（10分）（2017•天心区校级一模）在直角坐标系xoy中，圆C的参数方程为菁优网-jyeoo（φ为参数），以O为极点，x轴的非负半轴为极轴建立极坐标系．

（1）求圆C的极坐标方程；

（2）若直线（t为参数）与圆C交于A，B两点，且菁优网-jyeoo，求m的值．

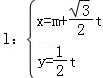
【考点】QH：参数方程化成普通方程．

【专题】17 ：选作题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5S ：坐标系和参数方程．

【分析】（1）求出圆C的普通方程，可得圆C的极坐标方程；

（2）求出直线l的普通方程，利用勾股定理，建立方程，即可求出m的值．

【解答】解：（1）圆C的参数方程为菁优网-jyeoo（φ为参数），普通方程为（x﹣2）2+y2=4，极坐标方程为ρ=4cosθ；

（2）直线（t为参数），消去参数可得菁优网-jyeooy﹣x+m=0，

圆心C到直线的距离d=菁优网-jyeoo，

|AB|=2菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，∴m=1或3．

【点评】本题考查三种方程的转化，考查点到直线距离公式的运用，属于中档题．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•天心区校级一模）已知函数f（x）=|x+2|﹣2|x﹣1|．

（Ⅰ）求不等式f（x）≥﹣2的解集M；

（Ⅱ）对任意x∈[a，+∞），都有f（x）≤x﹣a成立，求实数a的取值范围．

【考点】R5：绝对值不等式的解法；R4：绝对值三角不等式．

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；59 ：不等式的解法及应用．

【分析】（Ⅰ）通过讨论x的范围，求出各个区间上的不等式的解集，取并集即可；

（Ⅱ）法一：求出f（x）的分段函数的形式，令y=x﹣a，通过讨论求出a的范围即可；

法二：设g（x）=f（x）﹣x，问题转化为﹣a≥g（x）max，求出g（x）的最大值，得到a的范围即可．

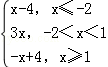
【解答】解：（Ⅰ）f（x）=|x+2|﹣2|x﹣1|≥﹣2，

当x≤﹣2时，x﹣4≥﹣2，即x≥2，所以x∈∅；

当﹣2＜x＜1时，3x≥﹣2，即x≥﹣菁优网-jyeoo，所以﹣菁优网-jyeoo≤x＜1；

当x≥1时，﹣x+4≥﹣2，即x≤6，所以1≤x≤6；

综上，不等式f（x）≥﹣2的解集为M={x|﹣菁优网-jyeoo≤x≤6}；

（Ⅱ）f（x）=，

令y=x﹣a，当直线经过点（1，3）时，﹣a=2，

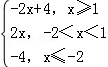
所以当﹣a≥2，即a≤﹣2时成立；

当﹣a＜2即a＞﹣2时，令﹣x+4=x﹣a，得x=2+菁优网-jyeoo，

所以a≥2+菁优网-jyeoo，即a≥4，

综上，a≤﹣2或a≥4．

解法二：（Ⅰ）同解法一，

（Ⅱ）设g（x）=f（x）﹣x=，

因为对任意x∈[a，+∞），都有f（x）≤x﹣a成立，

所以﹣a≥g（x）max，

①当a＞1时，g（x）max=g（a）=﹣2a+4，

所以﹣a≥﹣2a+4，所以a≥4，符合a＞1．

②当a≤1时，g（x）max=g（1）=2，

所以﹣a≥2，所以a≤﹣2，符合a≤1，

综上，实数a的取值范围是（﹣∞，﹣2]∪[4，+∞）．

【点评】本小题考查绝对值不等式的解法与性质等基础知识，考查运算求解能力、推理论证能力，考查分类与整合思想、化归与转化思想等．