**2017年湖南省长沙市理科数学二模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.在每个小题给出的四个选项中，有且只有一项符合题目要求.**

1．（5分）（2017•长沙二模）若集合M={1，3}，N={1，3，5}，则满足M∪X=N的集合X的个数为（　　）

A．1 B．2 C．3 D．4

【考点】1D：并集及其运算．菁优网版权所有

【专题】37 ：集合思想；4R：转化法；5J ：集合．

【分析】根据题意求出满足条件的X的个数即可．

【解答】解：若M∪X=N，

则X⊆N，且5∈X，

则X可以是{5}，{1，5}，{3，5}，{1，3，5}共4个，

故选：D．

【点评】本题考查了集合的运算，考查集合的包含关系，是一道基础题．

2．（5分）（2017•娄底二模）若复数z满足i（z﹣1）=1+i（i虚数单位），则z=（　　）

A．2﹣i B．2+i C．1﹣2i D．1+2i

【考点】A5：复数代数形式的乘除运算．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；38 ：对应思想；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】把已知等式变形，再由复数代数形式的乘除运算化简得答案．

【解答】解：由i（z﹣1）=1+i，得z﹣1=菁优网-jyeoo，

∴z=2﹣i．

故选：A．

【点评】本题考查复数代数形式的乘除运算，是基础的计算题．

3．（5分）（2017•娄底二模）“a＜﹣1”是“直线ax+y﹣3=0的倾斜角大于菁优网-jyeoo”的（　　）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

【考点】2L：必要条件、充分条件与充要条件的判断．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；56 ：三角函数的求值；5B ：直线与圆；5L ：简易逻辑．

【分析】设直线ax+y﹣3=0的倾斜角为θ，tanθ=﹣a，由直线ax+y﹣3=0的倾斜角大于菁优网-jyeoo，可得﹣a＞1或﹣a＜0，解得a范围即可判断出结论．

【解答】解：设直线ax+y﹣3=0的倾斜角为θ，tanθ=﹣a，

∵直线ax+y﹣3=0的倾斜角大于菁优网-jyeoo，

∴﹣a＞1或﹣a＜0，

解得a＜﹣1，或a＞0．

∴“a＜﹣1”是“直线ax+y﹣3=0的倾斜角大于菁优网-jyeoo”的充分不必要条件．

故选：A．

【点评】本题考查了直线的倾斜角与斜率的关系、三角函数的单调性，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

4．（5分）（2017•娄底二模）已知数列{an}的首项为1，公差为d（d∈N\*）的等差数列，若81是该数列中的一项，则公差不可能是（　　）

A．2 B．3 C．4 D．5

【考点】84：等差数列的通项公式．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；4R：转化法；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】推导出an=1+（n﹣1）d，由题意得n=菁优网-jyeoo，由d，n∈N\*，能求出结果．

【解答】解：∵数列{an}的首项为1，公差为d（d∈N\*）的等差数列，

∴an=1+（n﹣1）d，

∵81是该数列中的一项，

∴81=1+（n﹣1）d，∴n=菁优网-jyeoo，

∵d，n∈N\*，∴d是80的因数，

故d不可能是3．

故选：B．

【点评】本题考查等差数列的公差可能取值的判断，考查等差数列的性质，考查推理论证能力、运算求解能力，是基础题．

5．（5分）（2017•长沙二模）给出关于双曲线的三个命题：

①双曲线菁优网-jyeoo的渐近线方程为菁优网-jyeoo；

②若点（2，3）在焦距为4的双曲线菁优网-jyeoo上，则此双曲线的离心率为2；

③若点F，B分别是双曲线菁优网-jyeoo的一个焦点和虚轴的一个端点，则线段FB的中点一定不在此双曲线的渐近线上．

其中正确的命题个数是（　　）

A．0 B．1 C．2 D．3

【考点】KC：双曲线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】对3个命题分别进行判断，即可得出结论．

【解答】解：①双曲线菁优网-jyeoo的渐近线方程为y=菁优网-jyeoox，错误；

②若点（2，3）在焦距为4的双曲线菁优网-jyeoo，则c=2，2a=5﹣3=2，a=1，此双曲线的离心率为2，正确；

③若点F，B分别是双曲线菁优网-jyeoo的一个焦点和虚轴的一个端点，则线段FB的中点（±菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）不在此双曲线的渐近线上，正确．

故选C．

【点评】本题考查双曲线的方程与性质，考查学生的计算能力，属于中档题．

6．（5分）（2017•汕头三模）记不等式菁优网-jyeoo所表示的平面区域为D，若对任意（x0，y0）∈D，不等式x0﹣2y0+c≤0恒成立，则c的取值范围是（　　）

A．（﹣∞，4] B．（﹣∞，2] C．[﹣1，4] D．（﹣∞，﹣1]

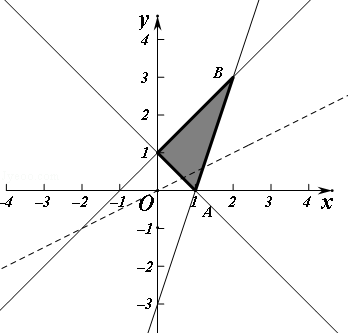
【考点】7C：简单线性规划．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；44 ：数形结合法；59 ：不等式的解法及应用．

【分析】首先画出平面区域，由对任意（x0，y0）∈D，不等式x0﹣2y0+c≤0恒成立，即求﹣x+2y的最小值，利用其几何意义求得即可．

【解答】解：由已知得到可行域如图：由图可知，对任意（x0，y0）∈D，不等式x0﹣2y0+c≤0恒成立，即c≤﹣x+2y恒成立，即c≤（﹣x+2y）min，当直线z=﹣x+2y经过图中A（1，0）时z最小为﹣1，所以c≤﹣1；

故选D．



【点评】本题考查了简单线性规划与恒成立问题；由恒成立得到实质是求﹣x+2y的最小值，借助于数形结合的思想解答．

7．（5分）（2017•娄底二模）将函数y=ln（x+1）（x≥0）的图象绕坐标原点逆时针方向旋转角θ（θ∈（0，α]），得到曲线C，若对于每一个旋转角θ，曲线C都仍然是一个函数的图象，则α的最大值为（　　）

A．π B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】35：函数的图象与图象变化．菁优网版权所有

【专题】31 ：数形结合；51 ：函数的性质及应用；53 ：导数的综合应用．

【分析】函数y=ln（x+1）在原点的切线OM的斜率k=1，可得∠MOB．由图可知：当函数图象绕坐标原点逆时针方向旋转时，旋转的角θ大于菁优网-jyeoo﹣∠MOB时，旋转所得的图象与垂直于x轴的直线就有两个交点，曲线C都不是一个函数的图象，即可得出．

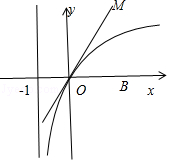
【解答】解：菁优网-jyeoo，（x＞﹣1）．

函数y=ln（x+1）在原点的切线OM的斜率k=1，∠MOB=菁优网-jyeoo．

由图可知：当函数图象绕坐标原点逆时针方向旋转时，旋转的角θ大于菁优网-jyeoo﹣∠MOB时，旋转所得的图象与垂直于x轴的直线就有两个交点，曲线C都不是一个函数的图象，

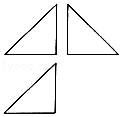
故θ的最大值是菁优网-jyeoo﹣∠MOB=菁优网-jyeoo．

故选：D．



【点评】本题考查了导数的几何意义、函数的定义，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

8．（5分）（2017•娄底二模）在体积为V的球内有一个多面体，该多面体的三视图是如图所示的三个斜边都是菁优网-jyeoo的等腰直角三角形，则V的最小值是（　　）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．3π D．12π

【考点】L!：由三视图求面积、体积．菁优网版权所有

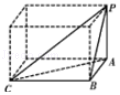
【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】由多面体的三视图知该多面体是如图所示的三棱锥P﹣ABC，PA⊥底面ABC，AB⊥BC，PA=AB=BC=1，当球是这个三棱锥的外接球时，其体积V最小，将这个三棱锥补成正方体，即可得出结论．

【解答】解：由多面体的三视图知该多面体是如图所示的三棱锥P﹣ABC，PA⊥底面ABC，AB⊥BC，PA=AB=BC=1，当球是这个三棱锥的外接球时，其体积V最小，将这个三棱锥补成正方体，其外接球的直径就是正方体的对角线PC=菁优网-jyeoo，

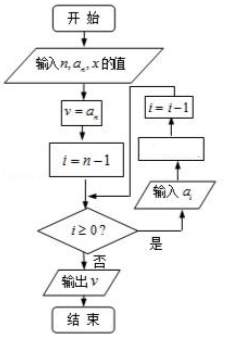
∴V=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选：B．



【点评】本题考查球的体积，考查线面垂直，正确构造正方体是关键．

9．（5分）（2017•娄底二模）我国南宋时期的数学家秦九韶在他的著作《数书九章》中提出了计算多项式f（x）=anxn+an﹣1xn﹣1+…+a1x+a0的值的秦九韶算法，即将f（x）改写成如下形式：f（x）=（…（（anx+an﹣1）x+an﹣2）x+…+a1）x+a0，首先计算最内层一次多项式的值，然后由内向外逐层计算一次多项式的值，这种算法至今仍是比较先进的算法，将秦九韶算法用程序框图表示如图，则在空白的执行框内应填入（　　）



A．v=vx+ai B．v=v（x+ai） C．v=aix+v D．v=ai（x+v）

【考点】EF：程序框图．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；38 ：对应思想；4O：定义法；5K ：算法和程序框图．

【分析】根据已知的程序框图可得，该程序的功能是利用循环结构计算并输出变量v的值，可得答案．

【解答】解：秦九韶算法的过程是菁优网-jyeoo（k=1，2，…，n）这个过程用循环结构来实现，

应在题目的空白的执行框内填入v=vx+ai，

故选：A．

【点评】本题主要考查了循环结构的程序框图的应用，属于基础题．

10．（5分）（2017•娄底二模）已知函数菁优网-jyeoo，若|α﹣β|的最小值为菁优网-jyeoo，且f（x）的图象关于点菁优网-jyeoo对称，则函数f（x）的单调递增区间是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo

C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】H5：正弦函数的单调性．菁优网版权所有

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法．

【分析】由题意，f（α）=﹣1，f（β）=1，|α﹣β|的最小值为菁优网-jyeoo，可得周期T=4|α﹣β|=3π，可求出ω，图象关于点菁优网-jyeoo对称，带入求解φ．可得f（x）的解析式．将内层函数看作整体，放到正弦函数的增区间上，解不等式得函数的单调递增区间．

【解答】解：由题意，函数菁优网-jyeoo，

α﹣β|的最小值为菁优网-jyeoo，

∴周期T=4|α﹣β|=3π，

ω=菁优网-jyeoo，即ω=菁优网-jyeoo

∴f（x）=2sin（菁优网-jyeoo+φ）+1

又∵图象关于点菁优网-jyeoo对称，

带入可得：sin（菁优网-jyeooφ）=0，即菁优网-jyeooφ=kπ，k∈Z．

∵|φ|菁优网-jyeoo

∴φ=菁优网-jyeoo．

∴f（x）=2sin（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）+1

由菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo．

得：菁优网-jyeoo，k∈Z．

故选：B．

【点评】本题主要考查对三角函数的计算能力和三角函数的图象和性质的运用，求解出三角函数解析式是解决本题的关键．属于基础题．

11．（5分）（2017•娄底二模）过正方体ABCD﹣A1B1C1D1的顶点A作平面α，使棱AB，AD，AA1所在直线与平面α所成角都相等，则这样的平面α可以作（　　）

A．1个 B．2个 C．3个 D．4个

【考点】MI：直线与平面所成的角．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；4R：转化法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】直线AB、AD、AA1与平面A1BD所成角都相等，过顶点A作平面α∥平面A1BD，过顶点A分别作平面α与平面C1BD、平面B1AC，平面D1AC平行，直线AB、AD、AA1与平面α所成的角都相等．

【解答】解：在正方体ABCD﹣A1B1C1D1中，

三棱锥A﹣A1BD是正三棱锥，

直线AB、AD、AA1与平面A1BD所成角都相等，

过顶点A作平面α∥平面A1BD，

则直线AB、AD、AA1与平面α所成角都相等，

同理，过顶点A分别作平面α与平面C1BD、平面B1AC，平面D1AC平行，

直线AB、AD、AA1与平面α所成的角都相等，

∴这样的平面α可以作4个．

故选：D．

【点评】本题考查满足条件的平面的个数的判断，考查推理论证能力、运算求解能力、空间思维能力，考查函数与方程思想、化归转化思想、数形结合思想，是中档题．

12．（5分）（2017•娄底二模）已知函数f（x）是定义在R上的奇函数，当x＜0时，f（x）=（x+1）ex则对任意的m∈R，函数F（x）=f（f（x））﹣m的零点个数至多有（　　）

A．3个 B．4个 C．6个 D．9个

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；54：根的存在性及根的个数判断．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；35 ：转化思想；51 ：函数的性质及应用；53 ：导数的综合应用．

【分析】当x＜0时，f（x）=（x+1）ex，求出f′（x），判断x∈（﹣∞，﹣2），函数是减函数，x∈（﹣2，0）函数是增函数，f（﹣2）=菁优网-jyeoo，f（﹣1）=0，且x→0时，f（x）→1，利用函数是奇函数，f（0）=0，画出函数的图象利用换元法，转化求解函数的零点个数即可．

【解答】解：当x＜0时，f（x）=（x+1）ex，可得f′（x）=（x+2）ex，可知x∈（﹣∞，﹣2），函数是减函数，x∈（﹣2，0）函数是增函数，

f（﹣2）=菁优网-jyeoo，f（﹣1）=0，且x→0时，f（x）→1，又f（x）是定义在R上的奇函数，f（0）=0，而x∈（﹣∞，﹣1）时，f（x）＜0，

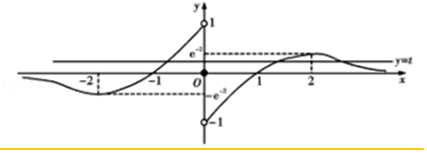
所以函数的图象如图：令t=f（x）则f（t）=m，

由图象可知：当t∈（﹣1，1）时，方程f（x）=t至多3个根，当t∉（﹣1，1）时，方程没有实数根，

而对于任意m∈R，方程f（t）=m至多有一个根，t∈（﹣1，1），

从而函数F（x）=f（f（x））﹣m的零点个数至多有3个．

故选：A．



【点评】本题考查函数的单调性以及函数的奇偶性的应用，考查数形结合以及分类讨论思想的应用．

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.**

13．（5分）（2017•娄底二模）若菁优网-jyeoo，则a=　3　．

【考点】67：定积分．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；4O：定义法；52 ：导数的概念及应用．

【分析】根据定积分的计算法则计算即可

【解答】解：菁优网-jyeoo（x2+sinx）dx=（菁优网-jyeoox3﹣cosx）|菁优网-jyeoo=菁优网-jyeooa3=18，

∴a=3，

故答案为：3

【点评】本题考查了定积分的计算，属于基础题．

14．（5分）（2017•甘肃二模）若菁优网-jyeoo，则a5=　251　．

【考点】DC：二项式定理的应用．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；5P ：二项式定理．

【分析】根据 x10﹣x5=[（x﹣1）+1]10﹣[（x﹣1）+1]5，利用二项式展开式的通项公式，求得a5的值．

【解答】解：∵x10﹣x5=[（x﹣1）+1]10﹣[（x﹣1）+1]5，

∴a5=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=251，

故答案为：251．

【点评】本题主要考查二项式定理的应用，二项式展开式的通项公式，二项式系数的性质，属基础题．

15．（5分）（2017•汕头三模）已知菁优网-jyeoo，若向量菁优网-jyeoo满足菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo的取值范围是　[0，5]　．

【考点】9R：平面向量数量积的运算．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；41 ：向量法；5A ：平面向量及应用．

【分析】先根据向量的数量积和向量的模，求出|菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo|=5，再由菁优网-jyeoo，得到菁优网-jyeoo|2=5|菁优网-jyeoo|cos（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），继而求出范围．

【解答】解：∵菁优网-jyeoo，

∴|菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo|=菁优网-jyeoo=5，

∵菁优网-jyeoo，

∴|菁优网-jyeoo|2=（菁优网-jyeoo）•菁优网-jyeoo=|（菁优网-jyeoo|•|菁优网-jyeoo|cos（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）=5|菁优网-jyeoo|cos（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），

∴|菁优网-jyeoo|=0，或|菁优网-jyeoo|=5cos（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）≤5，

故菁优网-jyeoo的取值范围[0，5]，

故答案为：[0，5]

【点评】本题考查了向量的数量积的运算和向量的模，考查了学生的运算能力，属于中档题．

16．（5分）（2017•娄底二模）已知各项均为整数的数列{an}中，a1=2，且对任意的n∈N\*，满足an+1﹣an＜2n+菁优网-jyeoo﹣1，则a2017=　22017　．

【考点】8K：数列与不等式的综合．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；54 ：等差数列与等比数列；59 ：不等式的解法及应用．

【分析】由满足an+1﹣an＜2n+菁优网-jyeoo，可得an+2﹣an+1＜2n+1+菁优网-jyeoo，可得an+2﹣an＜3×2n+1．又an+2﹣an＞3×2n﹣1．可得an+2﹣an=

3×2n．利用“累加求和”方法与等比数列的求和公式即可得出．

【解答】解：由满足an+1﹣an＜2n+菁优网-jyeoo，

∴an+2﹣an+1＜2n+1+菁优网-jyeoo，∴an+2﹣an＜3×2n+1．

又an+2﹣an＞3×2n﹣1．

∴an+2﹣an=3×2n．

∴a2017=（a2017﹣a2015）+（a2015﹣a2013）+…+（a3﹣a1）+a1

=3×22015+3×22013+…+3×21+2

=3×菁优网-jyeoo+2

=22017．

故答案为：22017．

【点评】本题考查了“累加求和”方法、等比数列的求和公式、不等式的性质，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

**三、解答题：本大题共5小题，共70分.解答应写出必要的文字说明或推理、验算过程.**

17．（12分）（2017•长沙二模）已知△ABC中，AC=2，A=120°，cosB=菁优网-jyeoosinC．

（1）求边AB的长；

（2）设D是BC边上的一点，且△ACD的面积为菁优网-jyeoo，求∠ADC的正弦值．

【考点】HP：正弦定理；HR：余弦定理．菁优网版权所有

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；58 ：解三角形．

【分析】（1）A=120°，cosB=菁优网-jyeoosinC，cos（60°﹣C）=菁优网-jyeoosinC，求出sinC=菁优网-jyeoo，sinB=菁优网-jyeoo，由正弦定理可得边AB的长；

（2）△ACD的面积为菁优网-jyeoo，求出CD，可得AD，利用正弦定理求∠ADC的正弦值．

【解答】解：（1）∵A=120°，cosB=菁优网-jyeoosinC，

∴cos（60°﹣C）=菁优网-jyeoosinC，

∴sinC=菁优网-jyeoo，sinB=菁优网-jyeoo

由正弦定理可得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，∴AB=菁优网-jyeoo；

（2）∵△ACD的面积为菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，∴CD=菁优网-jyeoo，

∴AD=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴sin∠ADC=菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查正弦定理，余弦定理的运用，考查三角形面积的计算，考查学生的计算能力，属于中档题．

18．（12分）（2017•娄底二模）某种产品的质量以其质量指标衡量，并依据质量指标值划分等级如表：

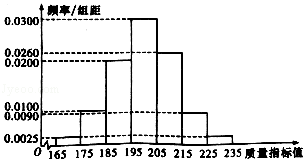
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 质量指标值m | m＜185 | 185≤m＜205 | M≥205 |
| 等级 | 三等品 | 二等品 | 一等品 |

从某企业生产的这种产品中抽取200件，检测后得到如下的频率分布直方图：

（1）根据以上抽样调查的数据，能否认为该企业生产这种产品符合“一、二等品至少要占到全部产品的92%的规定”？

（2）在样本中，按产品等级用分层抽样的方法抽取8件，再从这8件产品中随机抽取4件，求抽取的4件产品中，一、二、三等品都有的概率；

（3）该企业为提高产品的质量，开展了“质量提升月”活动，活动后再抽样检测，产品质量指标值X近似满足X～N（218，140），则“质量提升月”活动后的质量指标值的均值比活动前大约提升了多少？



【考点】B8：频率分布直方图．菁优网版权所有

【专题】12 ：应用题；31 ：数形结合；4A ：数学模型法；5I ：概率与统计．

【分析】（1）根据抽样调查数据计算一、二等品所占比例的估计值，

判断该企业生产的这种产品是否符合“一、二等品至少要占到全部产品的92%的规定”；

（2）由频率分布直方图知一、二、三等品的频率值，

计算样本中一等品、二等品、三等品的件数，

求出从这8件产品中随机抽取4件，一、二、三等品都有的情形，计算所求的概率值；

（3）计算“质量提升月”活动前、后产品质量指标值的均值，比较得出结论．

【解答】解：（1）根据抽样调查数据，一、二等品所占比例的估计值为

0.200+0.300+0.260+0.090+0.025=0.875，

由于该估计值小于0.92，故不能认为该企业生产的这种产品

符合“一、二等品至少要占到全部产品的92%的规定”；

（2）由频率分布直方图知，一、二、三等品的频率分别为0.375、0.5和0.125，

故在样本中，一等品3件，二等品4件，三等品1件；

再从这8件产品中随机抽取4件，一、二、三等品都有的情形有2种，

①一等品2件，二等品1件，三等品1件；

②一等品1件，二等品2件，三等品1件，

故所求的概率为P=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo；

（3）“质量提升月”活动前，该企业这种产品的质量指标值的均值约为

170×0.025+180×0.1+190×0.2+200×0.3+210×0.26+220×0.09+230×0.025=200.4；

“质量提升月”活动后，产品质量指标值X近似满足X～N（218，140），

则数学期望E（X）=218；

所以“质量提升月”活动后的质量指标值的均值比活动前大约提升了

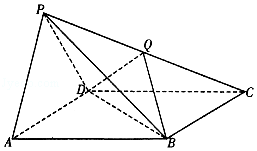
218﹣200.4=17.6．

【点评】本题考查了频率分布直方图与古典概型的概率计算问题，是基础题．

19．（12分）（2017•娄底二模）如图，四棱锥P﹣ABCD的底面ABCD是平行四边形，侧面PAD是边长为2的正三角形，AB=BD=菁优网-jyeoo，PB=3．

（1）求证：平面PAD⊥平面ABCD；

（2）设Q是棱PC上的点，当PA∥平面BDQ时，求二面角A﹣BD﹣Q的余弦值．



【考点】MT：二面角的平面角及求法；LY：平面与平面垂直的判定．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；5G ：空间角．

【分析】（1）取AD中点O，连结OP，OB，可得OP=菁优网-jyeoo，OP⊥AD，OB⊥AD，且OB=菁优网-jyeoo．可得OB2+OP2=9=PB2，从而OP⊥面ABCD，即面PAD⊥面ABCD．

（2）连结AC交BD于E，则E为AC的中点，连结EQ，当PA∥面BDQ时，PA∥EQ，所以Q是BC中点．由（1）知OA，OB，OP两两垂直，分别以OA，OB，OP所在直线为x，y，z轴建立空间直角坐标系，利用向量求解．

【解答】解：（1）取AD中点O，连结OP，OB，

∵△PAD是边长为2的正三角形，∴OP=菁优网-jyeoo，OP⊥AD，

又AB=AD=菁优网-jyeoo，∴OB⊥AD，且OB=菁优网-jyeoo．

于是OB2+OP2=9=PB2，从而OP⊥OB．

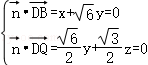
所以OP⊥面ABCD，而OP⊂面PAD，所以面PAD⊥面ABCD．

（2）连结AC交BD于E，则E为AC的中点，连结EQ，当PA∥面BDQ时，PA∥EQ，所以Q是BC中点．

由（1）知OA，OB，OP两两垂直，分别以OA，OB，OP所在直线为x，y，z轴建立空间直角坐标系，

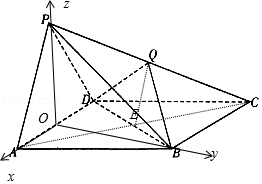
则B（0，菁优网-jyeoo，0），C（﹣2，菁优网-jyeoo，0），D（﹣1，0，0），P（0，0，菁优网-jyeoo），Q（﹣1，菁优网-jyeoo），

菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

设面BDQ的法向量为菁优网-jyeoo，由，取菁优网-jyeoo．

面ABD的法向量是菁优网-jyeoo，∴cos＜菁优网-jyeoo＞=﹣菁优网-jyeoo．

∵二面角A﹣BD﹣Q是钝角，∴二面角A﹣BD﹣Q的余弦值为﹣菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查了空间面面垂直的判定，向量法求面面角，属于中档题．

20．（12分）（2017•娄底二模）已知椭圆E：菁优网-jyeoo的离心率为菁优网-jyeoo，F1，F2分别是它的左、右焦点，且存在直线l，使F1，F2关于l的对称点恰好为圆C：x2+y2﹣4mx﹣2my+5m2﹣4=0（m∈R，m≠0）的一条直径的两个端点．

（1）求椭圆E的方程；

（2）设直线l与抛物线y2=2px（p＞0）相交于A，B两点，射线F1A，F1B与椭圆E分别相交于点M，N，试探究：是否存在数集D，当且仅当p∈D时，总存在m，使点F1在以线段MN为直径的圆内？若存在，求出数集D；若不存在，请说明理由．

【考点】KL：直线与椭圆的位置关系；K3：椭圆的标准方程．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；41 ：向量法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）求得圆心与半径，由c=2，根据离心率公式即可求得a和b的值，求得椭圆方程；

（2）求得直线l的方程，代入椭圆方程，利用韦达定理，及向量数量积的坐标运算菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo＜0，代入即可求得求得．

【解答】解：（1）将圆C的方程配方的：（x﹣2m）2+（y﹣m）2=4，则圆心C（2m，m），半径为2，

由椭圆的焦距为2c=d=4，c=2，

由e=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，则a=3，

b2=a2﹣c2=5，故椭圆的方程为菁优网-jyeoo；

（2）由F1，F2关于l的对称点恰好是圆C的一条直径的两个端点，则直线l是线段OC的垂直平分线，

故l方程为y=﹣2x+菁优网-jyeoo，

，整理得2y2+2py﹣5pm=0，

则△=（2p）2+4×2×5p＞0，则p+10m＞0，

设A（x1，y1），B（x1，y1），则y1+y2=﹣p，y1y1=﹣菁优网-jyeoo，

由F1的坐标为（﹣2，0），则菁优网-jyeoo=（x1+2，y1），菁优网-jyeoo=（x2+2，y2），

由菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo同向，菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo同向，

则点F1在以线段MN为直径的圆内，则菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo＜0，则菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo＜0，

则（x1+2）（x2+2）+y1y2＜0，即x1x2+2（x1+x2）+4+y1y1＜0，则菁优网-jyeoo+10（2﹣p）m+4（p+4）＜0，

当且仅当△=100（2﹣p）2﹣100（p+4）＞0，即p＞5，

总存在m使得②成立，

当p＞5时，由韦达定理可知菁优网-jyeoo+10（2﹣p）m+4（p+4）=0的两个根为正数，

故使②成立的m＞0，从而满足①，

故存在整数集D=（5，+∞），当且仅当p∈D时，总存在m，使点F1在线段MN为直径的圆内．

【点评】本题考查椭圆的标准方程及简单几何性质，直线与椭圆的位置关系，考查韦达定理及向量数量积的坐标运算，考查计算能力，属于中档题．

21．（12分）（2017•汕头三模）已知函数f（x）=菁优网-jyeoo．

（1）证明：∀k∈R，直线y=g（x）都不是曲线y=f（x）的切线；

（2）若∃x∈[e，e2]，使得f（x）≤g（x）+菁优网-jyeoo成立，求实数k的取值范围．

【考点】6H：利用导数研究曲线上某点切线方程；3H：函数的最值及其几何意义．菁优网版权所有

【专题】32 ：分类讨论；48 ：分析法；52 ：导数的概念及应用；53 ：导数的综合应用．

【分析】（1）求出f（x）的导数，可得切线的斜率，设出切点，构造函数h（x）=lnx+x﹣1，求出导数和单调区间，即可得证；

（2）f（x）≤g（x）+菁优网-jyeoo⇔菁优网-jyeoo﹣k（x﹣1）≤菁优网-jyeoo，可令m（x）=菁优网-jyeoo﹣k（x﹣1），x∈[e，e2]，则∃x∈[e，e2]，使得f（x）≤g（x）+菁优网-jyeoo成立⇔m（x）min≤菁优网-jyeoo．对k讨论，当k≥菁优网-jyeoo时，当k＜菁优网-jyeoo时，运用单调性，求出最小值，解不等式即可得到所求范围．

【解答】解：（1）证明：f（x）的定义域为（0，1）∪（1，+∞），

f（x）的导数为f′（x）=菁优网-jyeoo，

直线y=g（x）过定点（1，0），

若直线y=g（x）与y=f（x）相切于点（m，菁优网-jyeoo），

则k=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，即为lnm+m﹣1=0①

设h（x）=lnx+x﹣1，h′（x）=菁优网-jyeoo+1＞0，

则h（x）在（0，+∞）递增，h（1）=0，当且仅当m=1①成立．

与定义域矛盾，故∀k∈R，直线y=g（x）都不是曲线y=f（x）的切线；

（2）f（x）≤g（x）+菁优网-jyeoo⇔菁优网-jyeoo﹣k（x﹣1）≤菁优网-jyeoo，可令m（x）=菁优网-jyeoo﹣k（x﹣1），x∈[e，e2]，

则∃x∈[e，e2]，使得f（x）≤g（x）+菁优网-jyeoo成立⇔m（x）min≤菁优网-jyeoo．

m′（x）=菁优网-jyeoo﹣k=﹣（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）2+菁优网-jyeoo﹣k，

当k≥菁优网-jyeoo时，m′（x）≤0，m（x）在[e，e2]递减，于是m（x）min=m（e2）=菁优网-jyeoo﹣k（e2﹣1）≤菁优网-jyeoo，

解得k≥菁优网-jyeoo，满足k≥菁优网-jyeoo，故k≥菁优网-jyeoo成立；

当k＜菁优网-jyeoo时，由y=﹣（t﹣菁优网-jyeoo）2+菁优网-jyeoo﹣k，及t=菁优网-jyeoo得m′（x）=﹣（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）2+菁优网-jyeoo﹣k在[e，e2]递增，

m′（e）≤m′（x）≤m′（e2），即﹣k≤m′（x）≤菁优网-jyeoo﹣k，

①若﹣k≥0即k≤0，m′（x）≥0，则m（x）在[e，e2]递增，m（x）min=m（e）=e﹣k（e﹣1）≥e＞菁优网-jyeoo，不成立；

②若﹣k＜0，即0＜k＜菁优网-jyeoo时，由m′（e）=﹣k＜0，m′（e2）=菁优网-jyeoo﹣k＞0，

由m′（x）单调性可得∃x0∈[e，e2]，由m′（x0）=0，且当x∈（e，x0），m′（x）＜0，m（x）递减；

当x∈（x0，e2）时，m′（x）＞0，m（x）递增，

可得m（x）的最小值为菁优网-jyeoo+k（x0﹣1），由菁优网-jyeoo+k（x0﹣1）≤菁优网-jyeoo，可得k≥菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）

＞菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo＞菁优网-jyeoo，与0＜k＜菁优网-jyeoo矛盾．

综上可得k的范围是k≥菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查导数的运用：求切线的斜率和单调区间、极值和最值，考查分类讨论的思想方法，以及构造函数法，转化思想的运用，综合性强，属于难题．

**请考生在第22、23两题中任选一题作答，如果两题都做，则按照所做的第一题给分；作答时，请用2B铅笔将答题卡上相应的题号涂黑．[选修4-4：参数方程与极坐标系]**

22．（10分）（2017•娄底二模）在平面直角坐标系xoy中，曲线C1的参数方程为（t为参数），以坐标原点O为极点，x轴的正半轴为极轴的极坐标系中，曲线C2的极坐标方程为菁优网-jyeoo．

（1）写出曲线C2的直角坐标方程；

（2）设点P，Q分别在C1，C2上运动，若|PQ|的最小值为1，求m的值．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程；QH：参数方程化成普通方程．菁优网版权所有

【专题】17 ：选作题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5S ：坐标系和参数方程．

【分析】（1）利用极坐标方程与直角坐标方程的转化方法，写出曲线C2的直角坐标方程；

（2）设点P，Q分别在C1，C2上运动，若|PQ|的最小值为1，可得菁优网-jyeoo﹣2=1，即可求m的值．

【解答】解：（1）曲线C2的极坐标方程为菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo，

可得直角坐标方程菁优网-jyeoo；

（2）菁优网-jyeoo化为（x﹣菁优网-jyeoo）2+（y﹣1）2=4，

圆心坐标为（菁优网-jyeoo，1），半径为2，

曲线C1的参数方程为（t为参数），普通方程为菁优网-jyeoo，

∵|PQ|的最小值为1，

∴菁优网-jyeoo﹣2=1，∴m=4或﹣8．

【点评】本题考查三种方程的转化，考查点到直线距离公式的运用，属于中档题．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•娄底二模）已知函数f（x）=|x+a2|+|x﹣a﹣1|．

（1）证明：f（x）≥菁优网-jyeoo；

（2）若f（4）＜13，求实数a的取值范围．

【考点】R5：绝对值不等式的解法．菁优网版权所有

【专题】17 ：选作题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5T ：不等式．

【分析】（1）利用绝对值不等式，结合配方法，即可证明结论；

（2）f（4）＜13，可得菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo，即可求实数a的取值范围．

【解答】（1）证明：f（x）=|x+a2|+|x﹣a﹣1|≥|x+a2﹣（x﹣a﹣1）|=|a2+a+1|=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo≥菁优网-jyeoo．

（2）解：f（4）=菁优网-jyeoo，

∵f（4）＜13，

∴菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo，

∴﹣2＜a＜3．

【点评】本题考查不等式的证明，考查不等式的解法，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．