## **2017年湖南省长沙市文科数学二模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．（5分）（2017•长沙一模）已知集合A={1，2，3}，B={x|x2﹣x﹣6=0}，则A∩B=（　　）

A．{1} B．{2} C．{3} D．{2，3}

【考点】1E：交集及其运算．

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；4A ：数学模型法；5J ：集合．

【分析】求解一元二次方程化简B，再由交集运算得答案．

【解答】解：∵A={1，2，3}，

B={x|x2﹣x﹣6=0}={﹣2，3}，

∴A∩B={1，2，3}∩{﹣2，3}={3}．

故选：C．

【点评】本题考查交集及其运算，考查了一元二次方程的解法，是基础题．

2．（5分）（2017•长沙一模）复数3i（1+i）的实部和虚部分别为（　　）

A．3，3 B．﹣3，3 C．3，3i D．﹣3，3i

【考点】A5：复数代数形式的乘除运算．

【专题】11 ：计算题；38 ：对应思想；4A ：数学模型法；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】利用复数代数形式的乘法运算化简得答案．

【解答】解：∵3i（1+i）=﹣3+3i，

∴复数3i（1+i）的实部和虚部分别为﹣3，3．

故选：B．

【点评】本题考查复数代数形式的乘除运算，考查了复数的基本概念，是基础题．

3．（5分）（2017•长沙一模）y=cos（x+1）图象上相邻的最高点和最低点之间的距离是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．π C．2 D．菁优网-jyeoo

【考点】H7：余弦函数的图象．

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；57 ：三角函数的图像与性质．

【分析】y=cos（x+1）的周期是2π，最大值为1，最小值为﹣1，即可求出y=cos（x+1）图象上相邻的最高点和最低点之间的距离．

【解答】解：y=cos（x+1）的周期是2π，最大值为1，最小值为﹣1，

∴y=cos（x+1）图象上相邻的最高点和最低点之间的距离是菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选：A．

【点评】本题考查了函数y=Acos（ωx+φ）的图象与性质的应用问题，是基础题．

4．（5分）（2017•长沙一模）椭圆E的焦点在x轴上，中心在原点，其短轴上的两个顶点和两个焦点恰为边长是2的正方形的顶点，则椭圆E的标准方程为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】K4：椭圆的简单性质．

【专题】35 ：转化思想；4O：定义法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】用正方形的正方形边长为2，得|AF1|=|AF2|=a=2，|F1F2|=2菁优网-jyeoo，c=b即可

【解答】解：设左右焦点为F1、F2，上顶点为A，正方形边长=2，

∴|AF1|=|AF2|=a=2，|F1F2|=2菁优网-jyeoo，c=b=菁优网-jyeoo，

则椭圆E的标准方程为：菁优网-jyeoo．

故选：C．

【点评】本题考查用待定系数法求椭圆的标准方程，属于基础题．

5．（5分）（2017•长沙一模）已知函数菁优网-jyeoo，则（　　）

A．∃x0∈R，使得f（x）＜0

B．∀x∈[0，+∞），f（x）≥0

C．∃x1，x2∈[0，+∞），使得菁优网-jyeoo

D．∀x1∈[0，+∞），∃x2∈[0，+∞）使得f（x1）＞f（x2）

【考点】4X：幂函数的性质．

【专题】11 ：计算题；33 ：函数思想；4O：定义法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】函数菁优网-jyeoo的值域为[0，+∞），是增函数，由此能求出结果．

【解答】解：由函数菁优网-jyeoo，知：

在A中，f（x）≥0恒成立，故A错误；

在B中，∀x[（0，+∞），f（x）≥0，故B正确；

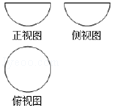
在C中，∃x1，x2∈[0，+∞），使得菁优网-jyeoo＞0，故C错误；

在D中，当x1=0时，不存在x2∈[0，+∞）使得f（x1）＞f（x2），故D不成立．

故选：B．

【点评】本题考查命题真假的判断，是基础题，解题时要认真审题，注意幂函数性质的合理运用．

6．（5分）（2017•长沙一模）如图是某几何体的三视图，其正视图，侧视图均为直径为2的半圆，俯视图是直径为2的圆，则该几何体的表面积为（　　）



A．3π B．4π C．5π D．12π

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】31 ：数形结合；35 ：转化思想；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】由三视图可知：该几何体是一个直径为2的半球．即可得出．

【解答】解：由三视图可知：该几何体是一个直径为2的半球．

∴该几何体的表面积=菁优网-jyeoo=3π．

故选：A．

【点评】本题考查了球的三视图、表面积计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

7．（5分）（2017•长沙一模）《九章算术》是我国古代第一部数学专著，全书收集了246个问题及其解法，其中一个问题为“现有一根九节的竹子，自上而下各节的容积成等差数列，上面四节容积之和为3升，下面三节的容积之和为4升，求中间两节的容积各为多少？”该问题中第2节，第3节，第8节竹子的容积之和为（　　）

A．菁优网-jyeoo升 B．菁优网-jyeoo升 C．菁优网-jyeoo升 D．菁优网-jyeoo升

【考点】8F：等差数列的性质．

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】自上而下依次设各节容积为：a1、a2、…、a9，由题意列出方程组，利用等差数列的性质化简后可得答案．

【解答】解：自上而下依次设各节容积为：a1、a2、…、a9，

由题意得，菁优网-jyeoo，

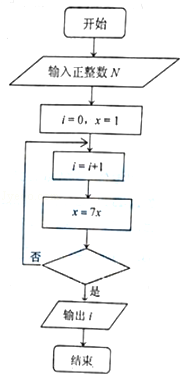
即菁优网-jyeoo，得，

所以a2+a3+a8=菁优网-jyeoo（升），

故选：A．

【点评】本题考查了等差数列的性质的灵活应用，以及方程思想，属于基础题．

8．（5分）（2017•长沙一模）某同学为实现“给定正整数N，求最小的正整数i，使得7i＞N，”设计程序框图如右，则判断框中可填入（　　）



A．x≤N B．x＜N C．x＞N D．x≥N

【考点】EF：程序框图．

【专题】11 ：计算题；27 ：图表型；4B ：试验法；5K ：算法和程序框图．

【分析】模拟执行程序框图结合程序框图的功能即可得解．

【解答】解：由于程序框图的功能是给定正整数N，求最小的正整数i，使得7i＞N，

故x≤N时，执行循环体，当x＞N时，退出循环．

故选：C．

【点评】本题主要考查了程序框图的应用，尤其考查循环结构，对循环体每次循环需要进行分析并找出内在规律，属基础题．

9．（5分）（2017•长沙一模）若1≤log2（x﹣y+1）≤2，|x﹣3|≤1，则x﹣2y的最大值与最小值之和是（　　）

A．0 B．﹣2 C．2 D．6

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；33 ：函数思想；35 ：转化思想；5T ：不等式．

【分析】由约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，联立方程组求得最优解的坐标，把最优解的坐标代入目标函数得答案．

【解答】解：由约束条件1≤log2（x﹣y+1）≤2，|x﹣3|≤1，作出可行域如图，1≤log2（x﹣y+1）≤2，可得1≤x﹣y≤3

由菁优网-jyeoo，解得B（2，﹣1）．

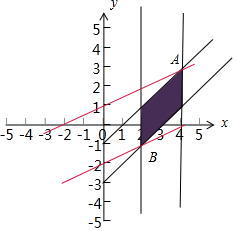
由菁优网-jyeoo，解得A（4，3），

化目标函数z=x﹣2y为y=菁优网-jyeoox﹣菁优网-jyeooz，

由图可知，当直线y=菁优网-jyeoox﹣菁优网-jyeooz过B（2，﹣1）与A（4，3）时，目标函数取得最值，z有最小值为：4﹣2×3=﹣2，最大值为：2+2×1=4，

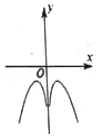
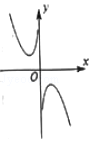
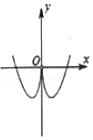
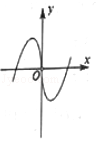
最大值与最小值之和为：2．

故选：C．



【点评】本题考查简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法，是中档题．

10．（5分）（2017•甘肃二模）函数y=ln|x|﹣x2的图象大致为（　　）

A． B． C． D．

【考点】3O：函数的图象．

【专题】11 ：计算题；33 ：函数思想；44 ：数形结合法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】先判断函数为偶函数，再根据函数的单调性即可判断．

【解答】解：令y=f（x）=ln|x|﹣x2，其定义域为（﹣∞，0）∪（0，+∞），

因为f（﹣x）=ln|x|﹣x2=f（x），

所以函数y=ln|x|﹣x2为偶函数，其图象关于y轴对称，故排除B，D，

当x＞0时，f（x）=lnx﹣x2，

所以f′（x）=菁优网-jyeoo﹣2x=菁优网-jyeoo，

当x∈（0，菁优网-jyeoo）时，f′（x）＞0，函数f（x）递增，

当x∈（菁优网-jyeoo，+∞）时，f′（x）＜0，函数f（x）递减，

故排除C，

方法二：当x→+∞时，函数y＜0，故排除C，

故选：A

【点评】本题考查了函数的图象的识别，关键掌握函数的奇偶性和函数的单调性，属于中档题．

11．（5分）（2017•长沙一模）在△ABC中，C=菁优网-jyeoo，AB=3，则△ABC的周长为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】HP：正弦定理．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；49 ：综合法；58 ：解三角形．

【分析】设△ABC的外接圆半径为R，由已知及正弦定理可求BC=2RsinA=2菁优网-jyeoosinA，AC=2RsinB=2菁优网-jyeoosin（菁优网-jyeoo﹣A），进而利用三角函数恒等变换的应用化简可得周长=2菁优网-jyeoosin（A+菁优网-jyeoo）+3，即可得解．

【解答】解：设△ABC的外接圆半径为R，则2R=菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo，

所以：BC=2RsinA=2菁优网-jyeoosinA，AC=2RsinB=2菁优网-jyeoosin（菁优网-jyeoo﹣A），

所以：△ABC的周长=2菁优网-jyeoo（sinA+sin（菁优网-jyeoo﹣A））+3=2菁优网-jyeoosin（A+菁优网-jyeoo）+3．

故选：C．

【点评】本题主要考查了正弦定理，三角函数恒等变换的应用，考查了转化思想，属于中档题．

12．（5分）（2017•长沙一模）A、F分别是双曲线菁优网-jyeoo的左顶点和右焦点，A、F在双曲线的一条渐近线上的射影分别为B、Q，O为坐标原点，△ABO与△FQO的面积之比为菁优网-jyeoo，则该双曲线的离心率为（　　）

A．2 B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】KC：双曲线的简单性质．

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】由题意，△ABO与△FQO的面积之比为菁优网-jyeoo，可得相似比，即可求出双曲线的离心率．

【解答】解：由题意，△ABO∽△FQO，可得△ABO与△FQO的面积之比为相似比的平方

∵△ABO与△FQO的面积之比为菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选D．

【点评】本题考查双曲线的离心率，考查学生的计算能力，比较基础．

**二、填空题（每小题5分，满分20分，将答案填在答题纸上）**

13．（5分）（2017•长沙一模）等比数列{an}的公比为﹣菁优网-jyeoo，则ln（a2017）2﹣ln（a2016）2=　ln2　．

【考点】88：等比数列的通项公式．

【专题】35 ：转化思想；51 ：函数的性质及应用；54 ：等差数列与等比数列．

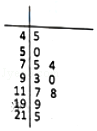
【分析】利用对数的运算法则、等比数列的定义即可得出．

【解答】解：ln（a2017）2﹣ln（a2016）2=菁优网-jyeoo=ln菁优网-jyeoo=ln2．

故答案为：ln2．

【点评】本题考查了对数的运算法则、等比数列的定义，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

14．（5分）（2017•长沙一模）空气质量指数（Air Quality Index，简称AQI）是定量描述空气质量状况的指数，空气质量按照AQI大小分为六级，0～50为优；51～100为良；101～150为轻度污染；151～200为中度污染；201～300为重度污染；大于300为严重污染．一环保人士当地某年的AQI记录数据中，随机抽取10个，用茎叶图记录如图．根据该统计数据，估计此地该年AQI大于100的天数约为为　146　．（该年为365天）



【考点】BA：茎叶图．

【专题】31 ：数形结合；4O：定义法；5I ：概率与统计．

【分析】根据该样本中AQI大于100的频数求出频率，由此估计该地全年AQI大于100的频率与频数．

【解答】解：该样本中AQI大于100的频数是4，频率为菁优网-jyeoo，

由此估计该地全年AQI大于100的频率为菁优网-jyeoo，

估计此地该年AQI大于100的天数约为365×菁优网-jyeoo=146（天）．

故答案为：146．

【点评】本题主要考查了茎叶图以及频率、频数的计算问题，是基础题目．

15．（5分）（2017•鹰潭二模）化简：菁优网-jyeoo=　2sinα　．

【考点】GI：三角函数的化简求值．

【专题】4R：转化法；56 ：三角函数的求值．

【分析】利用诱导公式，二倍角公式化简即可．

【解答】解：由菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故答案为：2sinα．

【点评】本题主要考查了诱导公式，二倍角公式的灵活运用能力．属于基础题．

16．（5分）（2017•长沙一模）矩形ABCD中，AB=3，AD=2，P矩形内部一点，且AP=1，若菁优网-jyeoo=x菁优网-jyeoo+y菁优网-jyeoo，则3x+2y的取值范围是　（1，菁优网-jyeoo]　．

【考点】9H：平面向量的基本定理及其意义．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；4R：转化法；5A ：平面向量及应用．

【分析】由已知得|菁优网-jyeoo|2=（x菁优网-jyeoo+y菁优网-jyeoo）2=9x2+4y2≥（3x+2y）2﹣菁优网-jyeoo（3x+2y）2=菁优网-jyeoo（3x+2y）2，从而得到3x+2y≤菁优网-jyeoo，以A为原点，AB为x轴，AD为y轴，建立平面直角坐标系，则菁优网-jyeoo=x菁优网-jyeoo+y菁优网-jyeoo=（3x，2y），从而3x+2y＞1，由此能求出3x+2y的取值范围．

【解答】解：∵矩形ABCD中，AB=3，AD=2，P矩形内部一点，且AP=1，菁优网-jyeoo=x菁优网-jyeoo+y菁优网-jyeoo，

∴|菁优网-jyeoo|2=（x菁优网-jyeoo+y菁优网-jyeoo）2=9x2+4y2

=（3x+2y）2﹣12xy≥（3x+2y）2﹣菁优网-jyeoo（3x+2y）2

=菁优网-jyeoo（3x+2y）2

∵|菁优网-jyeoo|2=1，∴菁优网-jyeoo（3x+2y）2≤1，故3x+2y≤菁优网-jyeoo，

如图，以A为原点，AB为x轴，AD为y轴，建立平面直角坐标系，

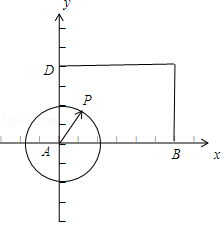
则A（0，0），B（3，0），D（0，2），

∴菁优网-jyeoo=x菁优网-jyeoo+y菁优网-jyeoo=x（3，0）+y（0，2）=（3x，2y），

∴由三角形中两边和大于第三边，得：3x+2y＞1，

∴3x+2y的取值范围是（1，菁优网-jyeoo]．

故答案为：菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查代数和的取值范围的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意平面向量的性质的合理运用．

**三、解答题（本大题共5小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．）**

17．（12分）（2017•长沙一模）已知数列{an}为等差数列，其中a2+a3=8，a5=3a2．

（1）求数列{an}的通项公式；

（2）记菁优网-jyeoo，设{bn}的前n项和为Sn．求最小的正整数n，使得菁优网-jyeoo．

【考点】8E：数列的求和；8H：数列递推式．

【专题】34 ：方程思想；4H ：作差法；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】（1）设等差数列{an}的公差为d，运用等差数列的通项公式可得首项和公差的方程，解方程可得首项和公差，进而得到通项公式；

（2）求得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，运用数列的求和方法：裂项相消求和，再解不等式，即可得到所求n的最小值．

【解答】解：（1）设等差数列{an}的公差为d，

依a2+a3=8，a5=3a2，

有菁优网-jyeoo，

解得a1=1，d=2，

从而{an}的通项公式为菁优网-jyeoo；

（2）因为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，

所以 菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo．

令 菁优网-jyeoo，

解得n＞1008，

故n的最小值为1009．

【点评】本题考查等差数列的通项公式的运用，注意运用方程思想，考查数列的求和方法：裂项相消求和，考查化简整理的运算能力，属于中档题．

18．（12分）（2017•长沙一模）某研究型学习小组调查研究”中学生使用智能手机对学习的影响”．部分统计数据如表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 使用智能手机人数 | 不使用智能手机人数 | 合计 |
| 学习成绩优秀人数 | 4 | 8 | 12 |
| 学习成绩不优秀人数 | 16 | 2 | 18 |
| 合计 | 20 | 10 | 30 |

参考数据：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| P（K2≥k0） | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
| k0 | 2.072 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

参考公式：菁优网-jyeoo，其中n=a+b+c+d

（Ⅰ）试根据以上数据，运用独立性检验思想，指出有多大把握认为中学生使用智能手机对学习有影响？

（Ⅱ）研究小组将该样本中使用智能手机且成绩优秀的4位同学记为A组，不使用智能手机且成绩优秀的8位同学记为B组，计划从A组推选的2人和B组推选的3人中，随机挑选两人在学校升旗仪式上作“国旗下讲话”分享学习经验．求挑选的两人恰好分别来自A、B两组的概率．

【考点】CC：列举法计算基本事件数及事件发生的概率；BO：独立性检验的应用．

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5I ：概率与统计．

【分析】（I）根据所给的数据做出这组数据的观测值，把观测值同临界值进行比较，得到该研究小组有99.5%的把握认为中学生使用智能手机对学习有影响．

（II）本题是一个等可能事件的概率，试验发生包含的事件数是10种结果，满足条件的事件是挑选的两人恰好分别来自A、B两组，可以通过列举得到结果．

【解答】解：（I）根据卡方公式求得K2=菁优网-jyeoo=10，

因为7.897＜K2＜10.828

所以该研究小组有99.5%的把握认为中学生使用智能手机对学习有影响． …4 分

（II）记A组推选的两名同学为a1，a2，B组推选的三名同学为b1，b2，b3，

则从中随机选出两名同学包含如下10个基本事件：（a1，a2），（a1，b1），

（a1，b2），（a1，b3），（a2，b1），（a2，b2），（a2，b3），（b1，b2），（b1，b3），（b2，b3）…7 分

记挑选的两人恰好分别来自A、B两组为事件Z，

则事件Z包含如下6 个基本事件：（a1，b1），（a1，b2），（a1，b3），（a2，b1），

（a2，b2），（a2，b3）…9 分

故菁优网-jyeoo．

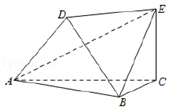
即挑选的两人恰好分别来自A、B两组的概率是菁优网-jyeoo．…12 分

【点评】本题考查独立性检验的应用和等可能事件的概率，本题解题的关键是正确理解观测值对应的概率的意义．

19．（12分）（2017•长沙一模）如图，以A、B、C、D、E为顶点的六面体中，△ABC和△ABD均为等边三角形，且平面ABC⊥平面ABD，EC⊥平面ABC，EC=菁优网-jyeoo，AB=2．

（Ⅰ）求证：DE∥平面ABC；

（Ⅱ）求此六面体的体积．



【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LS：直线与平面平行的判定．

【专题】14 ：证明题；31 ：数形结合；49 ：综合法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】（Ⅰ）作DF⊥AB，交AB于F，连结CF，推导出四边形DECF为平行四边形，从而DE∥CF，由此能证明DE∥平面ABC．

（Ⅱ）推导出F是AB中点，CF⊥AB，DF⊥CF，从而CF⊥平面ABD，由六面体ABCED的体积=四面体ABDE的体积+四面体ABCE的体积，能求出六面体的体积．

【解答】证明：（Ⅰ）作DF⊥AB，交AB于F，连结CF．

因为平面ABC⊥平面ABD，所以DF⊥平面ABC，

又因为EC⊥平面ABC，从而DF∥EC． …3 分

因为△ABD是边长为2的等边三角形，所以菁优网-jyeoo，

因此DF=EC，于是四边形DECF为平行四边形，所以DE∥CF，

因为DE⊄平面ABC，CF⊂平面ABC，所以DE∥平面ABC …6 分

解：（Ⅱ）因为△ABD是等边三角形，所以F是AB中点，

而△ABC是等边三角形，因此CF⊥AB，

由DF⊥平面ABC，知DF⊥CF，从而CF⊥平面ABD，

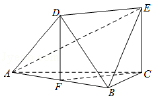
又因为DF∥EC，所以DE⊥平面ABD，

因此四面体ABDE的体积为菁优网-jyeoo，…9 分

四面体ABCE的体积为菁优网-jyeoo，

而六面体ABCED的体积=四面体ABDE的体积+四面体ABCE的体积

故所求六面体的体积为2．…12 分



【点评】本题考查线面平行的证明，考查六面体的体积的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意空间思维能力的培养．

20．（12分）（2017•长沙一模）已知过A（0，2）的动圆恒与x轴相切，设切点为B，AC是该圆的直径．

（Ⅰ）求C点轨迹E的方程；

（Ⅱ）当AC不在轴上时，设直线AC与曲线E交于另一点P，该曲线在P处的切线与直线BC交于Q点．求证：△PQC恒为直角三角形．

【考点】K8：抛物线的简单性质；J3：轨迹方程．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（Ⅰ）利用AC是直径，所以BA⊥BC，或C、B均在坐标原点，由此求C点轨迹E的方程；

（Ⅱ）设直线AC的方程为y=kx+2，由菁优网-jyeoo得：x2﹣8kx﹣16=0，利用韦达定理及对数的几何意义，证明QC⊥PQ，即可证明结论．

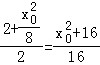
【解答】（Ⅰ）解：设C点坐标为（x，y），则B点坐标为菁优网-jyeoo．

因为AC是直径，所以BA⊥BC，或C、B均在坐标原点．

因此菁优网-jyeoo=（﹣菁优网-jyeoo，2）•（菁优网-jyeoo，y）=0，

故有菁优网-jyeoo，即x2=8y，…3 分

另一方面，设菁优网-jyeoo是曲线x2=8y上一点，

则有菁优网-jyeoo，AC中点纵坐标为，

故以AC为直径的圆与x轴相切．

综上可知C点轨迹E的方程为x2=8y． …（5分）

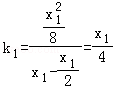
（Ⅱ）证明：设直线AC的方程为y=kx+2，

由菁优网-jyeoo得：x2﹣8kx﹣16=0

设 C（x1，y1），P（x2，y2），则有x1x2=﹣16． …8 分

由菁优网-jyeoo对x求导知菁优网-jyeoo，

从而曲线E在P处的切线斜率菁优网-jyeoo，

直线BC的斜率，…10 分

于是 菁优网-jyeoo．

因此QC⊥PQ．

所以△PQC恒为直角三角形． …（12分）

【点评】本题考查轨迹方程，考查直线与抛物线的位置关系，考查韦达定理的运用，属于中档题．

21．（12分）（2017•长沙一模）已知函数菁优网-jyeoo，a为实常数．

（1）设F（x）=f（x）﹣g（x），当a＞0时，求函数F（x）的单调区间；

（2）当a=﹣e时，直线x=m、x=n（m＞0，n＞0）与函数f（x）、g（x）的图象一共有四个不同的交点，且以此四点为顶点的四边形恰为平行四边形．

求证：（m﹣1）（n﹣1）＜0．

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；6E：利用导数求闭区间上函数的最值．

【专题】35 ：转化思想；4M：构造法；53 ：导数的综合应用．

【分析】（1）求出F（x）的定义域，求得导数，判断符号，即可得到所求单调区间；

（2）由题意可得该四边形为平行四边形等价于f（m）﹣g（m）=f（n）﹣g（n）且m＞0，n＞0．当a=﹣e时，菁优网-jyeoo，求出导数，求得单调性，确定0＜m＜1＜n，或0＜n＜1＜m，即可得证．

【解答】解：（1）菁优网-jyeoo，其定义域为（﹣∞，0）∪（0，+∞）

而菁优网-jyeoo，

当a＞0时，F'（x）＞0，

故F（x）的单调递增区间为（﹣∞，0），（0，+∞），无单调递减区间．

（2）证明：因为直线x=m与x=n平行，

故该四边形为平行四边形等价于f（m）﹣g（m）=f（n）﹣g（n）且m＞0，n＞0．

当a=﹣e时，菁优网-jyeoo，

则菁优网-jyeoo．令菁优网-jyeoo，

则 菁优网-jyeoo，

故菁优网-jyeoo在（0．+∞）上单调递增；

而菁优网-jyeoo，

故x∈（0，1）时F'（x）＜0，F（x）单调递减；x∈（1，+∞）时F'（x）＞0，F（x）单调递增；

而F（m）=F（n），

故0＜m＜1＜n，或0＜n＜1＜m，

所以（m﹣1）（n﹣1）＜0．

【点评】本题考查导数的运用：求单调区间和单调性，考查构造函数法和转化思想的运用，考查化简整理的运算能力，属于中档题．

**请考生在22、23两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分．[选修4-4：坐标系与参数方程]（共1小题，满分10分）**

22．（10分）（2017•长沙一模）在平面直角坐标系xOy中，曲线C1的参数方程为菁优网-jyeoo，以坐标原点O为极点，x轴的正半轴为极轴的坐标系中，曲线C2的方程为ρ（cosθ﹣msinθ）+1=0（m为常数）．

（1）求曲线C1，C2的直角坐标方程；

（2）设P点是C1上到x轴距离最小的点，当C2过点P时，求m的值．

【考点】QH：参数方程化成普通方程；Q4：简单曲线的极坐标方程．

【专题】17 ：选作题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5S ：坐标系和参数方程．

【分析】（1）利用参数方程、极坐标方程与直角坐标方程的转化方法求曲线C1，C2的直角坐标方程；

（2）设P点是C1上到x轴距离最小的点，可得P（2，3），当C2过点P时，代入求m的值．

【解答】解：（1）曲线C1的参数方程为菁优网-jyeoo，消去参数，得普通方程（x﹣2）2+（y﹣4）2=1；

曲线C2的方程为ρ（cosθ﹣msinθ）+1=0，直角坐标方程为x﹣my+1=0；

（2）P点是C1上到x轴距离最小的点，可得P（2，3），

当C2过点P时，代入求得m=1．

【点评】本题考查参数方程、极坐标方程与直角坐标方程的转化方法，考查学生的计算能力，属于中档题．

**[选修4-5：不等式选讲]（共1小题，满分10分）**

23．（10分）（2017•长沙一模）已知f（x）=|x﹣a|+|x﹣3|．

（1）当a=1时，求f（x）的最小值；

（2）若不等式f（x）≤3的解集非空，求a的取值范围．

【考点】R5：绝对值不等式的解法；R4：绝对值三角不等式．

【专题】17 ：选作题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5T ：不等式．

【分析】（1）当a=1时，f（x）=|x﹣1|+|x﹣3|≥|x﹣1﹣x+3|=2，即可求f（x）的最小值；

（2）x∈R时，恒有|x﹣a|+|x﹣3|≥|（x﹣a）﹣（x﹣3）|=|3﹣a|，不等式f（x）≤3的解集非空，|3﹣a|≤3，即可求a的取值范围．

【解答】解：（1）当a=1时，f（x）=|x﹣1|+|x﹣3|≥|x﹣1﹣x+3|=2，

∴f（x）的最小值为2，当且仅当1≤x≤3时取得最小值．

（2）∵x∈R时，恒有|x﹣a|+|x﹣3|≥|（x﹣a）﹣（x﹣3）|=|3﹣a|，

∴不等式f（x）≤3的解集非空，|3﹣a|≤3，∴0≤a≤6．

【点评】本题主要考查绝对值三角不等式，体现了转化的数学思想，属于中档题．