**一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.在每个小题给出的四个选项中，有且只有一项符合题目要求.**

1．（5分）（2017•娄底二模）已知集合P={x∈N|1≤x≤5}，集合Q={x∈R|x2﹣x﹣6＜0}，则P∩Q等于（　　）

A．{1，2，3} B．{1，2} C．[1，2] D．[1，3）

【考点】1E：交集及其运算．

【专题】37 ：集合思想；4R：转化法；5J ：集合．

【分析】求出P，解关于Q的不等式，求出P∩Q即可．

【解答】解：P={1，2，3，4，5}，

Q={x|﹣2＜x＜3}，

P∩Q={1，2}，

故选：B．

【点评】本题考查了集合的运算，考查解不等式问题，是一道基础题．

2．（5分）（2017•娄底二模）已知a是实数，菁优网-jyeoo是纯虚数，则a=（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．1 D．﹣1

【考点】A5：复数代数形式的乘除运算．

【专题】11 ：计算题；38 ：对应思想；4A ：数学模型法；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】由题意设菁优网-jyeoo=bi（b≠0），展开后利用复数相等的条件求得a值．

【解答】解：设菁优网-jyeoo=bi（b≠0），则a﹣i=（2+i）•bi=﹣b+2bi，

∴菁优网-jyeoo，解得a=菁优网-jyeoo．

故选：A．

【点评】本题考查复数代数形式的乘除运算，考查了复数的基本概念，是基础题．

3．（5分）（2017•娄底二模）“x＜3”是“ln（x﹣2）＜0”的（　　）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

【考点】2L：必要条件、充分条件与充要条件的判断．

【专题】35 ：转化思想；4O：定义法；5L ：简易逻辑．

【分析】根据对数的性质求出不等式的等价条件，结合充分条件和必要条件的定义进行判断即可．

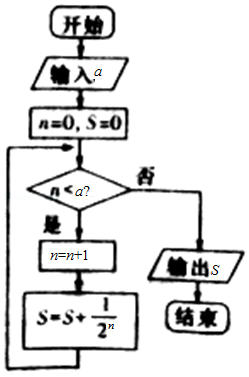
【解答】解：由ln（x﹣2）＜0得0＜x﹣2＜1，得2＜x＜3，

则x＜3是2＜x＜3的必要不充分条件，

故选：B

【点评】本题主要考查充分条件和必要条件的判断，根据不等式的性质求出不等式的等价条件是解决本题的关键．

4．（5分）（2017•娄底二模）执行如图所示的程序框图，若输入的a=5，则输出的结果是（　　）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】EF：程序框图．

【专题】35 ：转化思想；54 ：等差数列与等比数列；5K ：算法和程序框图．

【分析】由题意可得：S=菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo，再利用等比数列的求和公式即可得出．

【解答】解：由题意可得：S=菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo==菁优网-jyeoo．

故选：C．

【点评】本题考查了等比数列的求和公式、算法与程序框图，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

5．（5分）（2017•娄底二模）已知双曲线菁优网-jyeoo的渐近线与圆菁优网-jyeoo相切，则该双曲线的离心率为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．3

【考点】KC：双曲线的简单性质．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】根据题意，由双曲线的方程可得其渐近线方程，由圆的方程可得其圆心坐标以及半径，由双曲线的渐近线与圆相切，则有菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，变形可得3a2=2c2，即菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，由离心率公式计算可得答案．

【解答】解：根据题意，双曲线的方程为：菁优网-jyeoo，其渐近线方程为y=±菁优网-jyeoox，即bx±ay=0，

圆菁优网-jyeoo的圆心为（2菁优网-jyeoo，0），半径为菁优网-jyeoo，

若双曲线的渐近线与圆相切，则有菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

化简可得3a2=2c2，即菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

则其离心率e=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo；

故选：A．

【点评】本题考查双曲线的几何性质，

6．（5分）（2017•娄底二模）若实数x，y满足不等式组菁优网-jyeoo，则x+2y的最小值为（　　）

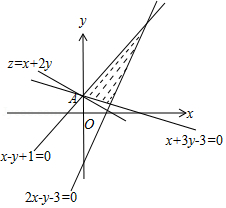
A．2 B．3 C．菁优网-jyeoo D．14

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】11 ：计算题；38 ：对应思想；44 ：数形结合法；59 ：不等式的解法及应用．

【分析】由约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，把最优解的坐标代入目标函数得答案．

【解答】解：由约束条件菁优网-jyeoo作出可行域如图，



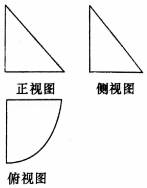
令z=x+2y，化为y=﹣菁优网-jyeoo，

由图可知，当直线y=﹣菁优网-jyeoo过A（0，1）时，直线在y轴上的截距最小，z有最小值为2．

故选：A．

【点评】本题考查简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法，是中档题．

7．（5分）（2017•娄底二模）一个几何体的三视图如图所示，其中正视图和侧视图是腰长为2的等腰直角三角形，俯视图是圆心角为菁优网-jyeoo的扇形，则该几何体的表面积为（　　）



A．2 B．π+4 C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】31 ：数形结合；35 ：转化思想；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】由三视图可知：该几何体是一个高和底面半径都是2的圆锥的菁优网-jyeoo．即可得出该几何体的表面积．

【解答】解：由三视图可知：该几何体是一个高和底面半径都是2的圆锥的菁优网-jyeoo．

∴该几何体的表面积S=菁优网-jyeoo+2×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeooπ+4．

故选：D．

【点评】本题考查了圆锥的三视图、表面积计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

8．（5分）（2017•娄底二模）对于函数f（x）=asinx+bx3+cx+1（a，b，c∈R），选取a，b，c的一组值计算f（1）、f（﹣1），所得出的正确结果可能是（　　）

A．2和1 B．2和0 C．2和﹣1 D．2和﹣2

【考点】3L：函数奇偶性的性质．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】求出f（1）和f（﹣1），求出它们的和；由于结果为整数，判断出f（1）+f（﹣1）为2，比较四组答案，可得结论．

【解答】解：∵f（x）=asinx+bx3+cx+1，

∴f（1）=asin1+b+c+1，f（﹣1）=﹣asin1﹣b﹣c+1，

由f（1）+f（﹣1）=2，

故所得出的正确结果只可能是2和0，其它各组均不满足

故选B．

【点评】本题考查函数的奇偶性的应用，其中分析出f（1）+f（﹣1）=2是解答的关键，考查计算能力．

9．（5分）（2017•娄底二模）南北朝时期我国数学著作《张丘建算经》有一道题为：“今有十等人，每等一人，宫赐金以等次差降之，上三人先入，的金四斤，持出，下四人后入得金三斤，持出，中间三人未到者，亦依等次更给，问各得金几何？”则在该问题中，等级较高的二等人所得黄金比等级较低的八等人和九等人两人所得黄金之和（　　）

A．多菁优网-jyeoo斤 B．少菁优网-jyeoo斤 C．多菁优网-jyeoo斤 D．少菁优网-jyeoo斤

【考点】84：等差数列的通项公式．

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；4L ：消元法；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】设这十等人所得黄金的重量从大到小依次组成等差数列{an}，则a1+a2+a3=4，a7+a8+a9+a10=3，由此利用等差数列的性质能求出结果．

【解答】解：设这十等人所得黄金的重量从大到小依次组成等差数列{an}，

则a1+a2+a3=4，a7+a8+a9+a10=3，

由等差数列的性质得菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

∴a2﹣（a8+a9）=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo．

∴级较高的二等人所得黄金比等级较低的八等人和九等人两人所得黄金之和少菁优网-jyeoo斤．

故选：D．

【点评】本题考查等差数列的性质，考查推理论证能力、运算求解能力，考查化归转化思想，是基础题．

10．（5分）（2017•娄底二模）已知点P（x0，y0）是抛物线y2=4x上的一个动点，Q是圆C：（x+2）2+（y﹣4）2=1上的一个动点，则x0+|PQ|的最小值为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．3 D．4

【考点】K8：抛物线的简单性质．

【专题】31 ：数形结合；41 ：向量法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】求得抛物线的焦点坐标及准线方程，根据抛物线的性质求得x0+|PQ|≥丨菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo丨﹣2，根据向量数量积的坐标运算，即可求得x0+|PQ|的最小值．

【解答】解：由题意可知圆C的圆心坐标C（﹣2，4），半径为1，

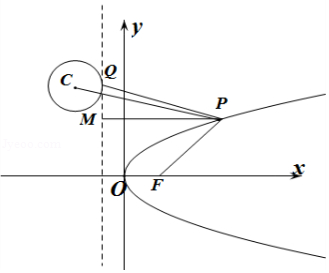
抛物线y2=4x的焦点F（1，0），准线方程x=﹣1，丨PM丨为点P到准线的距离，

由抛物线的定义可知：丨PF丨=丨PM丨=x0+1，

∴故可知x0+|PQ|=丨PC丨﹣1+丨PF丨﹣1≥丨菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo丨﹣2=丨菁优网-jyeoo丨﹣2=菁优网-jyeoo﹣2=3，

即当C与F共线时，x0+|PQ|取最小值，最小值为3．

故选：C



【点评】本题考查抛物线的简单几何性质，抛物线的定义，考查点到直线的距离公式，向量加法的三角形法则，考查数形结合思想，属于中档题．

11．（5分）（2017•长沙二模）已知函数f（x）=sin（ωx+φ）（ω＞0，0＜φ＜π）的最小正周期为π，将函数f（x）的图象向左平移菁优网-jyeoo个单位长度后所得的函数图象过点P（0，1），则函数f（x）（　　）

A．有一个对称中心菁优网-jyeoo

B．有一条对称轴菁优网-jyeoo

C．在区间菁优网-jyeoo上单调递减

D．在区间菁优网-jyeoo上单调递增

【考点】HJ：函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；49 ：综合法；57 ：三角函数的图像与性质．

【分析】首先由最小正周期得到ω=2，然后由左移过点得到φ，然后选择正确答案．

【解答】解：由已知函数的最小正周期为π，得到ω=2，又函数f（x）的图象向左平移菁优网-jyeoo个单位长度后所得的函数解析式为y=sin（2x+φ+菁优网-jyeoo）图象过点P（0，1），得到sin（φ+菁优网-jyeoo）=1，得到φ=菁优网-jyeoo；所以f（x）=sin（2x+菁优网-jyeoo）；

故选B．

【点评】本题考查了三角函数图象的平移以及函数图象的性质；正确求出ω，φ是关键．

12．（5分）（2017•娄底二模）已知函数f（x）=xlnx+x（x﹣a）2（a∈R），若存在菁优网-jyeoo，使得f（x）＞xf'（x）成立，则实数a的取值范围是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．（3，+∞）

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性．

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；52 ：导数的概念及应用．

【分析】由f（x）＞xf'（x）成立，可得[菁优网-jyeoo]′＜0，设g（x）=菁优网-jyeoo=lnx+（x﹣a）2，

则存在菁优网-jyeoo，使得g′（x）=菁优网-jyeoo+2（x﹣a）＜0成立，a＞（x+菁优网-jyeoo）min．

【解答】解：由f（x）＞xf'（x）成立，可得[菁优网-jyeoo′＜0，设g（x）=菁优网-jyeoo=lnx+（x﹣a）2，

则存在菁优网-jyeoo，使得g′（x）＜0成立，即g′（x）=菁优网-jyeoo+2（x﹣a）＜0成立，即a＞x+菁优网-jyeoo成立．

a＞（x+菁优网-jyeoo）min．又x+菁优网-jyeoo≥2菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo．当且仅当x=菁优网-jyeoo时取等号．

故选：C

【点评】本题考查了导数的应用，分离参数法求参数范围，属于中档题．

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.**

13．（5分）（2017•娄底二模）已知点P（3cosθ，sinθ）在直线l：x+3y=1，则sin2θ=　﹣菁优网-jyeoo　．

【考点】GS：二倍角的正弦．

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；56 ：三角函数的求值．

【分析】由题意可得3cosθ+3sinθ=1，两边平方，可得sin2θ=2sinθcosθ 的值．

【解答】解：∵点P（3cosθ，sinθ）在直线l：x+3y=1，∴3cosθ+3sinθ=1，

两边平方，可得sin2θ=2sinθcosθ=﹣菁优网-jyeoo，

故答案为：﹣菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查二倍角的正弦公示的应用，属于基础题．

14．（5分）（2017•娄底二模）在△ABC中，角A，B，C的对边分别是a，b，c，已知菁优网-jyeoo，且B=2C，点D为边BC上的一点，且CD=3，则△ADC的面积为　6　．

【考点】HP：正弦定理．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；49 ：综合法；58 ：解三角形．

【分析】由已知及正弦定理，二倍角的正弦函数公式可得cosC，利用同角三角函数基本关系式可求sinC，进而利用三角形面积公式可求S△ADC的值．

【解答】解：∵由已知及正弦定理可得：菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴cosC=菁优网-jyeoo，可得：sinC=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴S△ADC=菁优网-jyeoo•CD•b•sinC=菁优网-jyeoo4菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=6．

故答案为：6．

【点评】本题主要考查了正弦定理，二倍角的正弦函数公式，同角三角函数基本关系式，三角形面积公式在解三角形中的应用，考查了计算能力和转化思想，属于基础题．

15．（5分）（2017•娄底二模）在三棱锥P﹣ABC中，PA⊥平面ABC，PA=1，AB=AC=菁优网-jyeoo，∠BAC=120°，D为棱BC上一个动点，设直线PD与平面ABC所成的角θ，则θ不大于45°的概率为　菁优网-jyeoo　．

【考点】CF：几何概型．

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5I ：概率与统计．

【分析】由题意，直线PD与平面ABC所成的角θ=45°，AD=1，∠BAD=90°，以角度为测度，即可求出θ不大于45°的概率．

【解答】解：由题意，直线PD与平面ABC所成的角θ=45°，AD=1，∠BAD=90°，

∴θ不大于45°的概率为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故答案为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查概率的计算，考查几何概型，正确求角度是关键．

16．（5分）（2017•长沙二模）已知向量菁优网-jyeoo，若菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo的最小值为　9　．

【考点】7F：基本不等式．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；5T ：不等式．

【分析】根据题意，由于菁优网-jyeoo，结合空间向量的数量积运算可得菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=ab+1﹣b=0，即a+菁优网-jyeoo=1；进而分析有菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo）（a+菁优网-jyeoo）=5+4ab+菁优网-jyeoo，由基本不等式分析可得答案．

【解答】解：根据题意，向量菁优网-jyeoo，

若菁优网-jyeoo，则有菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=ab+1﹣b=0，即a+菁优网-jyeoo=1；

菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo）（a+菁优网-jyeoo）=5+4ab+菁优网-jyeoo≥5+2菁优网-jyeoo=9；

即菁优网-jyeoo的最小值为9；

故答案为：9．

【点评】本题考查基本不等式的应用，涉及空间向量的垂直的性质，关键是分析得到a+菁优网-jyeoo=1．

**三、解答题：本大题共5小题，共70分.解答应写出必要的文字说明或推理、验算过程.**

17．（12分）（2017•娄底二模）设数列{an}的前n项和菁优网-jyeoo，数列{bn}满足菁优网-jyeoo．

（1）求数列{an}的通项公式；

（2）求数列{bn}的前项和Tn．

【考点】8E：数列的求和；8H：数列递推式．

【专题】35 ：转化思想；48 ：分析法；4H ：作差法；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】（1）运用数列的递推式：当n=1时，a1=S1，当n≥2时，an=Sn﹣Sn﹣1，化简整理即可得到所求通项公式；

（2）求出菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+22n﹣1=菁优网-jyeoo+22n﹣1=菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）+22n﹣1，再由裂项相消求和和等比数列的求和公式，化简整理即可得到所求和．

【解答】解：（1）当n=1时，a1=S1=4﹣2=2，

当n≥2时，an=Sn﹣Sn﹣1=2n+1﹣2﹣（2n﹣2）=2n，

上式对n=1也成立．

则数列{an}的通项公式为an=2n，n∈N\*；

（2）菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+22n﹣1

=菁优网-jyeoo+22n﹣1=菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）+22n﹣1，

数列{bn}的前项和Tn=菁优网-jyeoo（1﹣菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）+菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo（1﹣菁优网-jyeoo）+菁优网-jyeoo（4n﹣1）=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查数列的通项公式的求法，注意运用数列的递推式，考查数列的求和方法：分组求和和裂项相消求和，考查化简整理的运算能力，属于中档题．

18．（12分）（2017•娄底二模）某学校的特长班有50名学生，其中有体育生20人，艺术生30名，在学校组织的一次体检中，该班所有学生进行了心率测试，心率全部介于50次/分到75次/分之间，现将数据分成五组，第一组[50，55），第二组[55，60），…，第五组[70，75），按上述分组方法得到的频率分布直方图如图所示，已知图中从左到右的前三组的频率之比为a：4：10．

（1）求a的值，并求这50名学生心率的平均数；

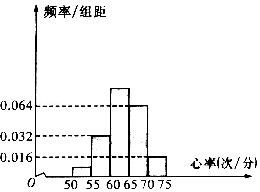
（2）因为学习专业的原因，体育生常年进行系统的身体锻炼，艺术生则很少进行系统的身体锻炼，若从第一组和第二组的学生中随机抽取一名，该学生是体育生的概率为0.8，请将下面的列联表补充完整，并判断是否有99.5%的把握认为心率小于60次/分与常年进行系统的身体锻炼有关？请说明理由．

参考数据：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| P（K2≥k0） | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
| k0 | 2.072 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

参考公式：K2=菁优网-jyeoo，其中n=a+b+c+d

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 心率小于60次/分 | 心率不小于60次/分 | 合计 |
| 体育生 | 8 | 12 | 20 |
| 艺术生 | 2 | 28 | 30 |
| 合计 | 10 | 40 | 50 |



【考点】BO：独立性检验的应用；B8：频率分布直方图．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5I ：概率与统计．

【分析】（1）求出各组的频数，即可求a的值，可得这50名学生心率的平均数．

（2）由（1）知，第一组和第二组的学生共10名，从而体育考生有10×0.8=8名，求出K2，与临界值比较，即可得出结论．

【解答】解：（1）因为第二组数据的频率为 0.032×5=0.16，故第二组的频数为0.16×50=8，

第一组的频数为2a，第三组的频数为20，第四组的频数为16，第五组的频数为4

所以 2a=50﹣20﹣16﹣8﹣4=2⇒a=1；

这50名学生心率的平均数为菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=63.7；

（2）由（1）知，第一组和第二组的学生共10名，从而体育考生有10×0.8=8名，

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 心率小于60次/分 | 心率不小于60次/分 | 合计 |
| 体育生 | 8 | 12 | 20 |
| 艺术生 | 2 | 28 | 30 |
| 合计 | 10 | 40 | 50 |

∴K2=菁优网-jyeoo≈8.333＞7.879，

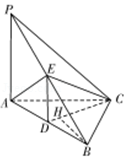
∴有99.5%的把握认为心率小于60次/分与常年进行系统的身体锻炼有关．

【点评】本题考查频率分布直方图，考查独立性检验知识的运用，属于中档题．

19．（12分）（2017•娄底二模）如图，已知三棱锥P﹣ABC中，PA⊥AC，PC⊥BC，E为PB中点，D为AB的中点，且△ABE为正三角形．

（1）求证：BC⊥平面PAC；

（2）请作出点B在平面DEC上的射影H，并说明理由．若菁优网-jyeoo，求三棱锥P﹣ABC的体积．



【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LW：直线与平面垂直的判定．

【专题】14 ：证明题；31 ：数形结合；44 ：数形结合法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】（1）推导出DE⊥AB，PA⊥AB，从而PA⊥平面ABC，进而BC⊥PA，再由PC⊥BC，能证明BC⊥平面PAC．

（2）过点B作BH⊥CD于H，推导出H为点B在平面DEC上的射影，求出AB=5，PB=10，PA=5菁优网-jyeoo，由此能求出三棱锥P﹣ABC的体积．

【解答】证明：（1）如图，∵△ABE是正三角形，且D为AB的中点，

∴DE⊥AB，

∵E为PB的中点，∴PA∥DE，∴PA⊥AB，

∵PA⊥AC，AB∩AC=A，

∴PA⊥平面ABC，∴BC⊥PA，

又∵PC⊥BC，PA∩PC=P，

∴BC⊥平面PAC．

解：（2）如图，过点B作BH⊥CD于H，

由（1）知DE⊥平面ABC，∴BH⊥DE，

又∵BH⊥CD，DE∩CD=D，∴BH⊥平面DEC，

∴H为点B在平面DEC上的射影，

在Rt△ABC中，设AC=x，则AB=菁优网-jyeoo，CD=菁优网-jyeoo，

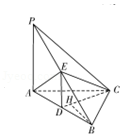
S△BCD=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

由菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo，

解得x=4，

∴AB=5，PB=10，PA=5菁优网-jyeoo，

∴三棱锥P﹣ABC的体积V=菁优网-jyeoo=10菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查线面垂直的证明，考查三棱锥的体积的求法，考查推理论证能力、运算求解能力、空间思维能力，考查函数与方程思想、化归转化思想、数形结合思想，是中档题．

20．（12分）（2017•长沙二模）已知平面内一动点M到两定点菁优网-jyeoo和连线的斜率之积为菁优网-jyeoo

（1）求动点M的轨迹E的方程；

（2）设直线l：y=x+m与轨迹E交于A，B两点，线段AB的垂直平分线交x轴点P，当m变化时，求△PAB面积的最大值．

【考点】K4：椭圆的简单性质．

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；4A ：数学模型法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）设出M的坐标，结合题意列式化简得答案；

（2）联立直线方程与椭圆方程，化为关于x的一元二次方程，利用弦长公式求得弦长，再由点到直线的距离公式求出P到AB的距离，代入三角形面积公式，然后利用基本不等式求最值．

【解答】解：（1）设M的坐标为（x，y），

依题意得：菁优网-jyeoo，

化简得：菁优网-jyeoo；

（2）设A（x1，y1），B（x2，y2），

联立，得3x2+4mx+2m2﹣2=0．

∵直线与椭圆有两个不同交点，

由根与系数的关系得：菁优网-jyeoo．

∴△=（4m）2﹣12（2m2﹣2）＞0，即菁优网-jyeoo且m≠﹣1，0，1．

设A，B中点为C，C点横坐标为菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

∴菁优网-jyeoo，

∴线段AB的垂直平分线方程为菁优网-jyeoo，

∴P点坐标为（菁优网-jyeoo）．

P到AB的距离d=菁优网-jyeoo．

由弦长公式得：|AB|=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo．

∴菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo．

当且仅当菁优网-jyeoo，即m=菁优网-jyeoo∈（菁优网-jyeoo）时等号成立．

∴△PAB面积的最大值为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查椭圆的简单性质，考查了直线与椭圆位置关系的应用，训练了弦长公式的应用，是中档题．

21．（12分）（2017•娄底二模）设函数菁优网-jyeoo．

（1）求函数φ（x）=f（x）+g（x）的单调递增区间；

（2）当a=1时，记h（x）=f（x）•g（x），是否存在整数λ，使得关于x的不等式2λ≥h（x）有解？若存在，请求出λ的最小值；若不存在，请说明理由．

【考点】6E：利用导数求闭区间上函数的最值；6B：利用导数研究函数的单调性．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；49 ：综合法；52 ：导数的概念及应用．

【分析】（1）求出φ′（x）=菁优网-jyeoo，（x＞0）．根据a＞1，a=1，0＜a＜1三种情况分类讨论，由此利用导数性质能求出函数φ（x）=f（x）+g（x）的单调递增区间．

（2）当a=1时，h（x）=（x﹣3）lnx，菁优网-jyeoo单调递增，利用导数性质能求出hmin（x）=h（x0）=6﹣（x0+菁优网-jyeoo），记函数r（x）=6﹣（x+菁优网-jyeoo），则r（x）在（菁优网-jyeoo，2）上单调递增，由此能求出存在整数λ满足题意，且能求出λ的最小值．

【解答】解：（1）∵菁优网-jyeoo，

∴φ（x）=f（x）+g（x）=菁优网-jyeoo+ax﹣3，x＞0，

∴φ′（x）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，（x＞0）．

①当a＞1时，由φ′（x）＞0，得x＞菁优网-jyeoo；

②当a=1时，由φ′（x）＞0，得x＞0；

③当0＜a＜1时，由φ′（x）＞0，得x＞0．

综上所述，当0＜a≤1时，φ（x）=f（x）+g（x）的单调递增区间是（0，+∞），

当a＞1时，φ（x）=f（x）+g（x）的单调递增区间为（菁优网-jyeoo，+∞）．

（2）当a=1时，f（x）=lnx，g（x）=x﹣3，h（x）=（x﹣3）lnx，

∴菁优网-jyeoo单调递增，

菁优网-jyeoo，

菁优网-jyeoo＞0，

∴存在唯一的菁优网-jyeoo，使得菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo，

当x∈（0，x0）时，h′（x）＜0，

当x∈（x0，+∞）时，h′（x）＞0，

∴hmin（x）=h（x0）=（x0﹣3）lnx0

=（x0﹣3）（菁优网-jyeoo）=﹣菁优网-jyeoo=6﹣（x0+菁优网-jyeoo），

记函数r（x）=6﹣（x+菁优网-jyeoo），则r（x）在（菁优网-jyeoo，2）上单调递增，

∴r（菁优网-jyeoo）＜h（x0）＜r（2），即h（x0）∈（﹣菁优网-jyeoo），

由2菁优网-jyeoo，且λ为整数，得λ≥0，

∴存在整数λ满足题意，且λ的最小值为0．

【点评】本题考查函数的单调增区间的求法，考查满足条件的实数是否存在的判断与求法，考查导数性质，考查推理论证能力、运算求解能力，考查转化化归思想、分类讨论思想，考查函数与方程思想，是中档题．

**请考生在第22、23两题中任选一题作答，如果两题都做，则按照所做的第一题给分；作答时，请用2B铅笔将答题卡上相应的题号涂黑．[选修4-4：参数方程与极坐标系]**

22．（10分）（2017•长沙二模）在平面直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为菁优网-jyeoo（α为参数），以坐标原点O为极点，x轴的正半轴为极轴的极坐标系中，直线l的极坐标方程为ρ（4cosθ﹣5sinθ）+40=0

（1）写出曲线C的普通方程和直线l的直角坐标方程；

（2）求曲线C上的点到直线l的最小距离．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；49 ：综合法；5S ：坐标系和参数方程．

【分析】（1）曲线C的参数方程消去参数，能求出曲线C的普通方程；由直线l的极坐标方程，能求出直线l的直角坐标方程．

（2）在曲线C上任取一点P（5cosα，3sinα），利用点到直线的距离公式能求出曲线C上的点到直线l的最小距离．

【解答】解：（1）∵曲线C的参数方程为菁优网-jyeoo（α为参数），

∴曲线C的普通方程为菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1，

∵直线l的极坐标方程为ρ（4cosθ﹣5sinθ）+40=0，

∴直线l的直角坐标方程为4x﹣5y+40=0．

（2）在曲线C上任取一点P（5cosα，3sinα），

则点P到直线l的距离为：

d=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∵sin（α+θ）∈[﹣1，1]．

∴当sin（α+θ）=﹣1时，曲线C上的点到直线l的最小距离为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查曲线的普通方程和直线的直角坐标方程的求法，考查曲线上的点到直线的最小距离的求法，考查曲线内接矩形周长的最大值的求法，考查参数方程、直角坐标方程、极坐标方程互化公式的应用，考查运算求解能力、转化化归思想，是中档题．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•娄底二模）已知函数f（x）=|x+1|+|x﹣3|．

（1）求不等式f（x）＜6的解集；

（2）若关于x的不等式f（x）≥|2a+1|不恒成立，求实数a的取值范围．

【考点】R4：绝对值三角不等式；R5：绝对值不等式的解法．

【专题】17 ：选作题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5T ：不等式．

【分析】（1）分类讨论，即可解不等式；

（2）求出f（x）min=4，关于x的不等式f（x）≥|2a+1|不恒成立，可得|2a+1|＞4，即可求实数a的取值范围．

【解答】解：（1）x≤﹣1，|x+1|+|x﹣3|＜6可化为﹣x﹣1﹣x+3＜6，∴x＞﹣2，∴﹣2＜x≤﹣1．

﹣1＜x＜3，|x+1|+|x﹣3|＜6可化为x+1﹣x+3＜6，∴﹣2＜x≤﹣1；

x≥3，|x+1|+|x﹣3|＜6可化为x+1+x﹣3＜6，∴x＜4，∴﹣2＜x≤﹣1，

综上所述，不等式的解集为{x|﹣2＜x＜4}；

（2）∵f（x）=|x+1|+|x﹣3|≥|x+1﹣x+3|=4当且仅当﹣1≤x≤3时，等号成立，即f（x）min=4．

∵关于x的不等式f（x）≥|2a+1|不恒成立，

∴|2a+1|＞4，∴a＜﹣2.5或a＞1.5．

【点评】本题考查不等式的解法，考查不恒成立问题，考查学生的计算能力，属于中档题．