## **2017年湖南省三湘名校联盟理科数学一模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）**

1．（5分）（2017•商丘三模）已知集合A={x|3x+3＜1}，B={x|x2﹣4x﹣12＞0}，则（∁RA）∩B=（　　）

A．[﹣3，﹣2） B．（﹣∞，﹣3] C．[﹣3，﹣2）∪（6，+∞） D．（﹣3，﹣2）∪（6，+∞）

【考点】1H：交、并、补集的混合运算．

【专题】11 ：计算题；37 ：集合思想；4O：定义法；5J ：集合．

【分析】先分别求出集合A，B，从而求出CRA，由此能求出（∁RA）∩B．

【解答】解：∵集合A={x|3x+3＜1}={x|x＜﹣3}，

B={x|x2﹣4x﹣12＞0}={x|x＜﹣2或x＞6}，

∴CRA={x|x≥﹣3}，

（∁RA）∩B=[﹣3，﹣2）∪（6，+∞）．

故选：C．

【点评】本题考查交集的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意补集、交集定义的合理运用．

2．（5分）（2017•湖南三模）已知命题p：△ABC中，若A＞B，则cosA＞cosB，则下列命题为真命题的是（　　）

A．p的逆命题 B．p的否命题 C．p的逆否命题 D．p的否定

【考点】25：四种命题间的逆否关系．

【专题】38 ：对应思想；4O：定义法；5L ：简易逻辑．

【分析】判断命题p是假命题，得出它的否定是真命题．

【解答】解：命题p：△ABC中，若A＞B，则cosA＞cosB，是假命题，

所以它的否定是真命题，逆否命题是假命题，∴D正确、C错误；

命题p的否命题是：△ABC中，若A≤B，则cosA≤cosB，是假命题，

所以它的逆命题也是假命题，A、B错误．

故选：D．

【点评】本题考查了四种命题之间的关系与应用问题，是基础题．

3．（5分）（2017•湖南三模）已知函数f（x）是定义在R上周期为4的奇函数，当0＜x＜2时，f（x）=log2x，则f（2）+f（菁优网-jyeoo）=（　　）

A．1 B．﹣1 C．0 D．2

【考点】3T：函数的值．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】利用函数f（x）是定义在R上周期为4的奇函数，当0＜x＜2时，f（x）=log2x，求出相应函数值，即可得出结论．

【解答】解：∵函数f（x）是定义在R上周期为4的奇函数，当0＜x＜2时，f（x）=log2x，

∴f（2）=f（﹣2）=﹣f（2），∴f（2）=0，

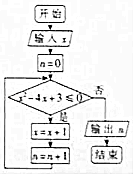
f（菁优网-jyeoo）=f（﹣菁优网-jyeoo）=﹣f（菁优网-jyeoo）=log22=1，

∴f（2）+f（菁优网-jyeoo）=1，

故选：A．

【点评】本题考查函数值的计算，考查函数的奇偶性，比较基础．

4．（5分）（2017•湖南三模）执行如图所示的程序框图，若输入x的值为1，输出n的值为N，则在区间[﹣1，4]上随机选取一个数M，M≥N﹣1的概率为（　　）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】EF：程序框图．

【专题】38 ：对应思想；4R：转化法；5K ：算法和程序框图．

【分析】计算循环中不等式的值，当不等式的值大于0时，不满足判断框的条件，退出循环，输出结果N，再以长度为测度求概率即可．

【解答】解：第一次循环，1﹣4+3=0≤0，x=2，n=1；

第二次循环，﹣1≤0，x=3，n=2；

第三次循环，0≤0，x=4，n=3；

第四次循环，3＞0，不满足条件，

输出n=3，故N=3，

则M≥2，

故满足条件的概率p=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选：B．

【点评】本题考查循环结构的应用，注意循环的结果的计算，考查计算能力，考查概率的计算，确定N的值是关键．

5．（5分）（2017•湖南三模）欧拉公式eix=cosx+isinx（i为虚数单位）是由瑞士著名数学家欧拉发明的，它将指数函数的定义域扩大到复数，建立了三角函数和指数函数的关系，它在复变函数论里占用非常重要的地位，被誉为“数学中的天桥”，根据欧拉公式可知，e2i表示的复数在复平面中位于（　　）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

【考点】A5：复数代数形式的乘除运算；A7：复数代数形式的混合运算．

【专题】35 ：转化思想；44 ：数形结合法；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】e2i=cos2+isin2，根据2∈菁优网-jyeoo，即可判断出．

【解答】解：e2i=cos2+isin2，

∵2∈菁优网-jyeoo，

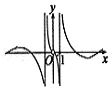
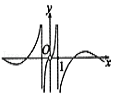
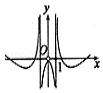
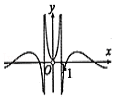
∴cos2∈（﹣1，0），sin2∈（0，1），

∴e2i表示的复数在复平面中位于第二象限．

故选：B．

【点评】本题考查了复数的欧拉公式、三角函数的单调性与值域，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

6．（5分）（2017•湖南三模）函数菁优网-jyeoo的图象大致是（　　）

A． B． C． D．

【考点】3O：函数的图象．

【专题】11 ：计算题；33 ：函数思想；44 ：数形结合法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】先判断函数的奇偶性，再判断当﹣1＜x＜1时，得到y＞0，即可判断．

【解答】解：y=f（﹣x）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=f（x），且定义域为{x|x≠±1}

∴f（x）为偶函数，

当﹣1＜x＜1时，cosx＞0，ln|x|＜0，

∴y＞0，

故选：D

【点评】本题考查了函数的图象的识别，关键掌握函数的奇偶性和函数值的变化趋势，属于基础题．

7．（5分）（2017•湖南三模）在（x2﹣4）（x+菁优网-jyeoo）9的展开式中x5的系数为（　　）

A．36 B．﹣144 C．60 D．﹣60

【考点】DC：二项式定理的应用．

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；5P ：二项式定理．

【分析】把（x+菁优网-jyeoo）9 按照二项式定理展开，即可求得（x2﹣4）（x+菁优网-jyeoo）9的展开式中x5的系数．

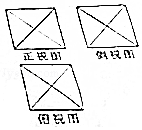
【解答】解：∵（x2﹣4）（x+菁优网-jyeoo）9 =（x2﹣4）（菁优网-jyeoo•x9+菁优网-jyeoo•x7+菁优网-jyeoox5+菁优网-jyeoo•x3+…+菁优网-jyeoo•x﹣9），

故展开式中x5的系数为菁优网-jyeoo﹣4菁优网-jyeoo=84﹣144=﹣60，

故选：D．

【点评】本题主要考查二项式定理的应用，二项式展开式的通项公式，属于基础题．

8．（5分）（2017•湖南三模）如图是一个四面体的三视图，三个正方形的边长均为2，则四面体外接球的体积为（　　）



A．菁优网-jyeoo B．4菁优网-jyeooπ C．菁优网-jyeooπ D．8菁优网-jyeooπ

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；44 ：数形结合法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】根据题意可得它的外接球与原正方体是同一个，由此算出外接球的半径R，结合球的体积公式即可算出该几何体外接球的体积，得到答案．

【解答】解：∵三视图中的三个四边形都是边长为2的正方形

∴题中的几何体与正方体有相同的外接球

∴该外接球的直径2R=2菁优网-jyeoo，得R=菁优网-jyeoo，

因此，该几何体外接球的体积为V=菁优网-jyeoo=4菁优网-jyeoo，

故选B．

【点评】本题给出由正方体切出的多面体，在已知它的三视图的情况求其外接球的体积．着重考查了三视图的理解、正方体的外接球和球体积公式等知识，属于中档题．

9．（5分）（2017•湖南三模）体育课的排球发球项目考试的规则是：每位学生最多可发球3次，一旦发球成功，则停止发球，否则一直发到3次为止．设学生一次发球成功的概率为p （p≠0），发球次数为X，若X的数学期望EX＞1.75，则p的取值范围是（　　）

A．（0，菁优网-jyeoo） B．（菁优网-jyeoo，1） C．（0，菁优网-jyeoo） D．（菁优网-jyeoo，1）

【考点】C9：相互独立事件的概率乘法公式；CH：离散型随机变量的期望与方差．

【专题】11 ：计算题．

【分析】根据题意，首先求出X=1、2、3时的概率，进而可得EX的表达式，由题意EX＞1.75，可得p2﹣3p+3＞1.75，解可得p的范围，结合p的实际意义，对求得的范围可得答案．

【解答】解：根据题意，学生发球次数为1即一次发球成功的概率为p，即P（X=1）=p，

发球次数为2即二次发球成功的概率P（X=2）=p（1﹣p），

发球次数为3的概率P（X=3）=（1﹣p）2，

则Ex=p+2p（1﹣p）+3（1﹣p）2=p2﹣3p+3，

依题意有EX＞1.75，则p2﹣3p+3＞1.75，

解可得，p＞菁优网-jyeoo或p＜菁优网-jyeoo，

结合p的实际意义，可得0＜p＜菁优网-jyeoo，即p∈（0，菁优网-jyeoo）

故选C．

【点评】本题考查期望的计算，注意解题的最后要结合概率的意义对求出的答案范围进行取舍．

10．（5分）（2017•湖南三模）一个等比数列前三项的积为2，最后三项的积为4，且所有项的积为64，则该数列有（　　）

A．13项 B．12项 C．11项 D．10项

【考点】8G：等比数列的性质．

【专题】11 ：计算题．

【分析】先设数列的通项公式为a1qn﹣1，则前三项之积：a13q3=2，后三项之积：a13q3n﹣6=4两式相乘得即a12qn﹣1=2，又根据所有项的积为64，进而求出n．

【解答】解析：设数列的通项公式为a1qn﹣1则前三项分别为a1，a1q，a1q2，后三项分别为a1qn﹣3，a1qn﹣2，a1qn﹣1．

∴前三项之积：a13q3=2，后三项之积：a13q3n﹣6=4

两式相乘得：a16q3（n﹣1）=8，即a12qn﹣1=2

又a1•a1q•a1q2…a1qn﹣1=64，

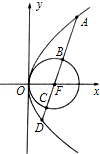
∴菁优网-jyeoo=64，即（a12qn﹣1）n=642，

∴2n=642，∴n=12

故选B

【点评】本题主要考查了等比数列的性质．属基础题．

11．（5分）（2017•湖南三模）如图，抛物线y2=2px（p＞0）和圆x2+y2﹣px=0，直线l经过抛物线的焦点，依次交抛物线与圆于A，B，C，D四点，|AB|•|CD|=2则p的值为（　　）



A．菁优网-jyeoo B．1 C．菁优网-jyeoo D．2菁优网-jyeoo

【考点】KJ：圆与圆锥曲线的综合．

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；34 ：方程思想；35 ：转化思想；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】求得抛物线的焦点和准线方程，圆的圆心和半径，设A（x1，y1），D（x2，y2），讨论若直线的斜率不存在，则直线方程为x=菁优网-jyeoo，求出A，B，C，D的坐标，求得AB，CD的长，解方程可得p；若直线的斜率存在，设为k，则直线方程为y=k（x﹣菁优网-jyeoo），代入抛物线的方程，运用韦达定理，结合抛物线的定义和圆的定义，可得p的方程，即可得到所求值．

【解答】解：抛物线y2=2px焦点F（菁优网-jyeoo，0），准线方程为x=﹣菁优网-jyeoo，

圆（x﹣菁优网-jyeoo）2+y2=菁优网-jyeoop2的圆心是（菁优网-jyeoo，0）半径r=菁优网-jyeoo，

设A（x1，y1），D（x2，y2），

过抛物线y2=4px的焦点F的直线依次交抛物线及圆（x﹣菁优网-jyeoo）2+y2=菁优网-jyeoop2于点A，B，C，D，

A，D在抛物线上，B，C在圆上

①．若直线的斜率不存在，则直线方程为x=菁优网-jyeoo，

代入抛物线方程和圆的方程，

可直接得到ABCD四个点的坐标为（菁优网-jyeoo，p），（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），（菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo）（菁优网-jyeoo，﹣p），

所以|AB|•|CD|=菁优网-jyeoop•菁优网-jyeoop=2，

解得p=2菁优网-jyeoo；

②．若直线的斜率存在，设为k，则直线方程为y=k（x﹣菁优网-jyeoo），

因为直线过抛物线的焦点（菁优网-jyeoo，0），

不妨设A（x1，y1），D（x2，y2），

由抛物线的定义，|AF|=x1+菁优网-jyeoo，|DF|=x2+菁优网-jyeoo，

把直线方程与抛物线方程联立，消去y可得

k2x2﹣（pk2+2p）x+菁优网-jyeoop2k2=0，

由韦达定理有x1x2=菁优网-jyeoop2，

而抛物线的焦点F同时是已知圆的圆心，

所以|BF|=|CF|=r=菁优网-jyeoop，

从而有|AB|=|AF|﹣|BF|=x1，

|CD|=|DF|﹣|CF|=x2，

由|AB|•|CD|=2，即有x1x2=2，

由菁优网-jyeoop2=2，解得p=2菁优网-jyeoo．

故选：D．

【点评】本题主要考查抛物线标准方程，简单几何性质，直线与抛物线的位置关系，圆的简单性质等基础知识．考查运算求解能力，属于中档题．

12．（5分）（2017•湖南三模）已知函数f（x）=ax3+（3﹣a）x在[﹣1，1]上的最大值为3，则实数a的取值范围是（　　）

A．[﹣菁优网-jyeoo，3] B．[﹣菁优网-jyeoo，12] C．[﹣3，3] D．[﹣3，12]

【考点】6E：利用导数求闭区间上函数的最值；3H：函数的最值及其几何意义．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；51 ：函数的性质及应用；53 ：导数的综合应用．

【分析】分析四个选项，可发现C，D选项中a可以取﹣3，故代入a=﹣3，可排除选项；再注意A、C选项，故将a=12代入验证即可；从而得到答案．

【解答】解：当a=﹣3时，f（x）=﹣3x3+6x，x∈[﹣1，1]，y′=﹣9x2+6=0，可得x=±菁优网-jyeoo，x∈[﹣1，﹣菁优网-jyeoo），（菁优网-jyeoo，1]，y′＜0，函数是减函数，x=﹣1时，f（﹣1）=﹣3，f（x）极大值为：f（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo＞3，a=﹣3，不满足条件，

故排除C，D．

当a=12时，f（x）=12x3﹣9x，x∈[﹣1，1]，y′=36x2﹣9=0，可得x=±菁优网-jyeoo，x∈[﹣1，﹣菁优网-jyeoo），（菁优网-jyeoo，1]，y′＞0，函数是增函数，x=菁优网-jyeoo时，极大值为：菁优网-jyeoo=6＞3，排除B．

故选：A．

【点评】本题考查了函数的最值的求法及排除法的应用，属于中档题．

**二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）**

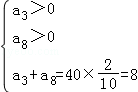
13．（5分）（2017•湖南三模）已知正项等差数列{an}的前n项和为Sn，S10=40，则a3•a8的最大值为　16　．

【考点】85：等差数列的前n项和．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；4O：定义法；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】利用等差数列的前n项和公式求出a3+a8=8，由此利用基本不等式的性质能求出a3•a8的最大值．

【解答】解：∵正项等差数列{an}的前n项和为Sn，S10=40，

∴，

∴菁优网-jyeoo=16．

∴当且仅当a3=a8时，a3•a8的最大值为64．

故答案为：16．

【点评】本题考查等差数列中两项积的最大值的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意等差数列的性质及基本等式的合理运用．

14．（5分）（2017•湖南三模）已知实数x，y满足菁优网-jyeoo，则z=ax+y的最小值为1，则a=　1　．

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；32 ：分类讨论；35 ：转化思想；5T ：不等式．

【分析】作出不等式对应的平面区域，利用线性规划的知识，确定目标取最优解的条件，即可求出a的取值范围．

【解答】解：作出不等式菁优网-jyeoo，对应的平面区域，

由z=ax+y得y=﹣ax+z，

若a=0，则y=z，此时z=ax+y的最小值为0，不满足条件．

若a＞0，则y=﹣ax+z的斜率﹣a＜0．此时直线经过点B（1，0）时取得最小值1，

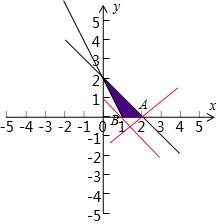
此时a+0=1，解得a=1，满足条件．

若a＜0，则y=﹣ax+z的斜率﹣a＞0．要是目标函数取得最小值1，

则满足菁优网-jyeoo，此时不等式无解，不满足条件．

综上：a=1，

故答案为：1．



【点评】本题主要考查线性规划的应用，利用数形结合是解决线性规划题目的常用方法．根据条件目标函数z=ax+y的最小值为2，确定直线的位置是解决本题的关键．

15．（5分）（2017•湖南三模）以40km/h向北偏东30°航行的科学探测船上释放了一个探测气球，气球顺风向正东飘去，3min后气球上升到1km处，从探测船上观察气球，仰角为30°，求气球的水平飘移速度是　20　km/h．

【考点】HU：解三角形的实际应用．

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；58 ：解三角形．

【分析】如图，船从A航行到C处，气球飘到D处．由题知，BD=1千米，AC=2千米，利用余弦定理求出AB，即可求气球的水平飘移速度．

【解答】解：如图，船从A航行到C处，气球飘到D处．

由题知，BD=1千米，AC=2千米，

∵∠BCD=30°，

∴BC=菁优网-jyeoo千米，

设AB=x千米，

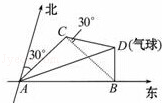
∵∠BAC=90°﹣30°=60°，

∴由余弦定理得22+x2﹣2×2xcos60°=（菁优网-jyeoo）2，

∴x2﹣2x+1=0，∴x=1．

∴气球水平飘移速度为菁优网-jyeoo=20（千米/时）．

故答案为20．



【点评】本题考查利用数学知识解决实际问题，考查学生的计算能力，属于中档题．

16．（5分）（2017•湖南三模）已知平面向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo满足|菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo|=2，存在单位向量菁优网-jyeoo，使得（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）•（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）=0，则|菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo|的取值范围是　[菁优网-jyeoo﹣1，菁优网-jyeoo+1]　．

【考点】9R：平面向量数量积的运算．

【专题】35 ：转化思想；41 ：向量法；5A ：平面向量及应用．

【分析】利用已知条件求出向量菁优网-jyeoo+1=（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）•菁优网-jyeoo，两边取模，再由|（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）•菁优网-jyeoo|≤|菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo|，再两边平方，求得菁优网-jyeoo的范围，再求|菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo|的平方的范围，即可得到所求范围．

【解答】解：∵（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）•（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）=0，

∴菁优网-jyeoo+1=（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）•菁优网-jyeoo，

两边取模可得|菁优网-jyeoo+1|=|（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）•菁优网-jyeoo|，

而|（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）•菁优网-jyeoo|≤|菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo|，

即有|菁优网-jyeoo+1|≤|菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo|，

两边平方可得，（菁优网-jyeoo+1）2≤（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）2，

即为（菁优网-jyeoo）2≤菁优网-jyeoo2+菁优网-jyeoo2﹣1=4+4﹣1=7，

即﹣菁优网-jyeoo≤菁优网-jyeoo≤菁优网-jyeoo，

则|菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo|2=菁优网-jyeoo2+菁优网-jyeoo2﹣2菁优网-jyeoo，

8﹣2菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo﹣1）2≤|菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo|2≤8+2菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo+1）2，

即有菁优网-jyeoo﹣1≤|菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo|≤菁优网-jyeoo+1，

故答案为：[菁优网-jyeoo﹣1，菁优网-jyeoo+1]．

【点评】本题考查向量数量积的性质，向量的平方即为模的平方，考查转化思想和不等式的性质，考查化简整理的运算能力，属于中档题．

**三、解答题（本大题共5小题，共70分）**

17．（12分）（2017•湖南三模）已知函数f（x）=sinωx﹣sin（ωx+菁优网-jyeoo）（ω＞0）．

（1）若f（x）在[0，π]上的值域为[﹣菁优网-jyeoo，1]，求ω的取值范围；

（2）若f（x）在[0，菁优网-jyeoo]上单调，且f（0）+f（菁优网-jyeoo）=0，求ω的值．

【考点】HW：三角函数的最值．

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；57 ：三角函数的图像与性质．

【分析】（1）利用三角恒等变换化简函数的解析式，再利用正弦函数的定义域、值域、单调性、周期性求得ω的取值范围．

（2）利用正弦函数的单调性、周期性求得ω的取值范围，根据函数的一个对称中心为（菁优网-jyeoo，0），故有菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=kπ，k∈Z，由此ω的值．

【解答】解：（1）函数f（x）=sinωx﹣sin（ωx+菁优网-jyeoo）=sinωx﹣sinωxcos菁优网-jyeoo﹣cosωxsin菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoosinωx﹣菁优网-jyeoocosωx=sin（ωx﹣菁优网-jyeoo），

在[0，π]上，ωx﹣菁优网-jyeoo∈[﹣菁优网-jyeoo，ωπ﹣菁优网-jyeoo]，sin（ωx﹣菁优网-jyeoo）∈[﹣菁优网-jyeoo，1]，∴ωπ﹣菁优网-jyeoo∈[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]，ω∈[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]．

（2）∵f（x）在[0，菁优网-jyeoo]上单调，∴菁优网-jyeoo﹣0≤菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，∴0＜ω≤3．

∵f（0）+f（菁优网-jyeoo）=0，∴f（菁优网-jyeoo）=0，故函数的一个对称中心为（菁优网-jyeoo，0），故有菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=kπ，k∈Z，∴ω=2k+2，

∴ω=2．

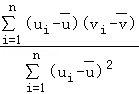
【点评】本题主要考查正弦函数的定义域、值域、单调性、周期性以及图象的对称性，属于中档题．

18．（12分）（2017•湖南三模）为了研究一种昆虫的产卵数y和温度x是否有关，现收集了7组观测数据列于下表中，并作出了散点图，发现样本点并没有分布在某个带状区域内，两个变量并不呈线性相关关系，现分别用模型①：y=C1x2+C2与模型②：y=e菁优网-jyeoo作为产卵数y和温度x的回归方程来建立两个变量之间的关系．

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 温度x/℃ | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 | 32 |
| 产卵数y/个 | 6 | 10 | 21 | 24 | 64 | 113 | 322 |
| t=x2 | 400 | 484 | 576 | 676 | 784 | 900 | 1024 |
| Z=lny | 1.79 | 2.30 | 3.04 | 3.18 | 4.16 | 4.73 | 5.77 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |
| 26 | 692 | 80 | 3.57 |
| 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |
| 1157.54 | 0.43 | 0.32 | 0.00012 |

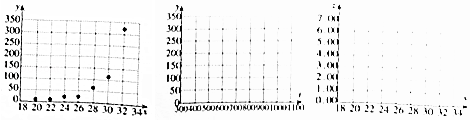
其中ti=xi2，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，zi=lnyi，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

附：对于一组数据（u1，v1），（u2，v2），…，（un，vn），其回归直线v=βu+α的斜率和截距的最小二乘估计分别为：β=，α=菁优网-jyeoo﹣β菁优网-jyeoo．

（1）分别画出y关于t的散点图、z关于x的散点图，根据散点图判断哪一个模型更适宜作为回归方程类型？（给出判断即可，不必说明理由）．

（2）根据表中数据，分别建立两个模型下建立y关于x的回归方程；并在两个模型下分别估计温度为30℃时的产卵数．（C1，C2，C3，C4与估计值均精确到小数点后两位）（参考数据：e4.65≈104.58，e4.85≈127.74，e5.05≈156.02）

（3）若模型①、②的相关指数计算分别为R12=0.82，R22=0.96，请根据相关指数判断哪个模型的拟合效果更好．



【考点】BG：变量间的相关关系；BD：用样本的频率分布估计总体分布．

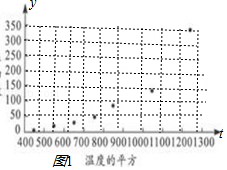
【专题】12 ：应用题；38 ：对应思想；4A ：数学模型法；5I ：概率与统计．

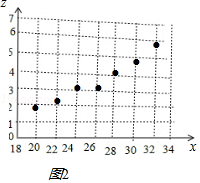
【分析】（1）画出y关于t的散点图和z关于x的散点图，结合图形判断模型②更适宜作为回归方程类型；

（2）计算模型①的回归系数，写出回归方程，求出x=30时菁优网-jyeoo的值；

计算模型②的回归系数，写出回归方程，求出x=30时菁优网-jyeoo的值即可；

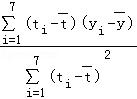
（3）根据菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo判断模型②的拟合效果更好．

【解答】解：（1）画出y关于t的散点图如图1，

画出z关于x的散点图如图2；

根据散点图可以判断模型②更适宜作为回归方程类型；

（2）对于模型①，设t=x2，则y=C1x2+C2=C1t+C2，

计算C1==0.43，

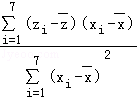
C2=菁优网-jyeoo﹣C1菁优网-jyeoo=80﹣0.43×692=﹣217.56，

∴所求回归方程为菁优网-jyeoo=0.43x2﹣217.56，

当x=30时，估计温度为菁优网-jyeoo=0.43×302﹣217.56=169.44；

对于模型②，设y=菁优网-jyeoo，

则z=lny=C3x+C4，

计算C3==0.32，

C4=菁优网-jyeoo﹣C3菁优网-jyeoo=3.57﹣0.32×26=﹣4.75，

∴所求回归方程为菁优网-jyeoo=0.32x﹣4.75，

即菁优网-jyeoo=e0.32x﹣4.75；

当x=30时，估计温度为菁优网-jyeoo=e0.32×30﹣4.75≈127.74；

（3）∵R12=0.82，R22=0.96，

∴菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo，

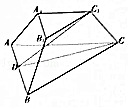
∴模型②的拟合效果更好．

【点评】本题考查了散点图以及回归方程和相关指数的应用问题，也考查了分析与判断能力的应用问题，是综合性题目．

19．（12分）（2017•湖南三模）已知三棱台ABC﹣A1B1C1中，AB=BC=4，AC=2A1C1=2菁优网-jyeoo，AA1=CC1=1，平面AA1B1B⊥平面AA1C1C．

（1）求证：BB1⊥平面AA1C1C；

（2）点D为AB上一点，二面角D﹣CC1﹣B的大小为30°，求BC与平面DCC1所成角的正弦值．



【考点】MT：二面角的平面角及求法；LW：直线与平面垂直的判定．

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；5G ：空间角．

【分析】（1）延长AA1，BB1，CC1交于点O，证明OB⊥CO，OB⊥AO，即可证明BB1⊥平面AA1C1C

（2）以O为原点，OA，OB，OC为x，y，z轴建立坐标系O﹣xyz．

，求出平面ODC、OBC的法向量，利用二面角D﹣CC1﹣B的大小为30°．确定点D的位置，再利用向量求BC与平面DCC1所成角θ的正弦值

【解答】解：（1）延长AA1，BB1，CC1交于点O，

∵AC=2A1C1=2菁优网-jyeoo，AA1=CC1=1，∴OA=OC=2，∴OA⊥OC；

∵平面AA1B1B⊥平面AA1C1C．平面AA1B1B∩平面AA1C1C=OA．OC⊂平面AA1C1C，

∴OC⊥平面AA1B1B，OB⊂平面AA1B1B，∴OB⊥OC，

又∵△AOB≌△BOC，∴OB⊥OA，∵OA∩OC=O，

∴BB1⊥平面AA1C1C；

（2）∵AB=BC=4，由（1）知OA，OB，OC相互垂直，∴OB=2OB1=2菁优网-jyeoo，

以O为原点，OA，OB，OC为x，y，z轴建立坐标系O﹣xyz．

A1（1，0，0），A（2，0，0），B1（0，菁优网-jyeoo，0），B（0，2菁优网-jyeoo，0），C1（0，0，1），C（0，0，2）

设菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo，

设平面ODC的法向量为菁优网-jyeoo

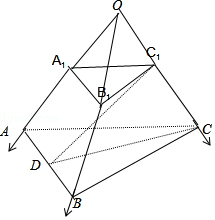
菁优网-jyeoo，可取菁优网-jyeoo．

菁优网-jyeoo是平面OBC的法向量，

∵二面角D﹣CC1﹣B的大小为30°，∴|cos＜菁优网-jyeoo＞|=菁优网-jyeoo．

所以点D为AB的中点，菁优网-jyeoo，

∴BC与平面DCC1所成角θ的正弦值sinθ=|cos菁优网-jyeoo|=菁优网-jyeoo，

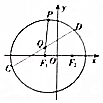


【点评】本题考查了线面垂直的判定，向量法处理动点问题、线面角问题、面面角问题，属于中档题．

20．（12分）（2017•湖南三模）一张半径为4的圆形纸片的圆心为F1，F2是圆内一个定点，且F1F2=2，P是圆上一个动点，把纸片折叠使得F2与P重合，然后抹平纸片，折痕为CD，设CD与半径PF1的交点为Q，当P在圆上运动时，则Q点的轨迹为曲线E，以F1F2所在直线x为轴，F1F2的中垂线为y轴建立平面直角坐标系，如图．

（1）求曲线E的方程；

（2）曲线E与x轴的交点为A1，A2（A1在A2左侧），与x轴不重合的动直线l过点F2且与E交于M、N两点（其中M在x轴上方），设直线A1M、A2N交于点T，求证：动点T恒在定直线l′上，并求l′的方程．



【考点】KH：直线与圆锥曲线的综合问题．

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）由题意可知：丨QF1丨+丨QF2丨=丨PF1丨＞R＞丨F1F2丨，由椭圆的定义及性质，即可求得曲线E的方程；

（2）将直线方程代入椭圆方程，由韦达定理，利用直线的斜率公式，即可求得xT，即可求得l′的方程．

【解答】解：（1）由题意CD垂直平分PF2，则丨QF1丨+丨QF2丨=丨QF1丨+丨QP丨=丨PF1丨＞R＞丨F1F2丨，

∴Q的轨迹为以F1，F2为焦点，长轴长2a=4的椭圆，焦距2c=2，c=1，

b2=a2﹣c2=3，

∴动点Q的轨迹方程为：菁优网-jyeoo；

（2）由A1（﹣2，0），A2（2，0），设直线l方程为x=my+1，M（x1，y1），N（x2，y2），T（xT，yT），

由，整理得：（3m2+4）y2+6my﹣9=0，

则y1+y2=﹣菁优网-jyeoo，y1y2=﹣菁优网-jyeoo，

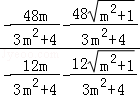
由M在x轴上方，y1＞0＞y2，

则y1﹣y2=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

则A1M，A2N的方程是y=菁优网-jyeoo（x+2），y=菁优网-jyeoo（x+2），

xT==菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

=菁优网-jyeoo，

==4，

∴动点T恒在定直线l′上，直线l′的方程为：x=4

【点评】本题考查椭圆的标准方程及椭圆的定义，直线与椭圆的位置关系，考查韦达定理，考查转化思想，属于中档题．

21．（12分）（2017•湖南三模）已知函数f（x）=2xlnx﹣（x﹣a）2．

（1）若f（x）在定义域上为单调递减函数，求函数a的取值范围；

（2）是否存在实数a，使得f（x）≤0恒成立且f（x）有唯一零点，若存在，求出满足a∈（n，n+1），n∈Z的n的值；若不存在，请说明理由．

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；3R：函数恒成立问题．

【专题】32 ：分类讨论；4C ：分类法；53 ：导数的综合应用．

【分析】（1）求导，由题意可知：f′（x）≤0恒成立，构造辅助函数，求导，利用函数的单调性与导数的关系，即可求得函数a的取值范围；

（2）求导，当a≤0时，f（x）在[1，+∞）单调递减，则f（1）≤f（1）=﹣（x﹣a）2＜0无零点，当a＞0时，构造辅助函数，求导，利用导数与函数单调性的关系及函数零点的判断，即可求得存在n=0即a∈（0，1），使得f（x）≤0恒成立且f（x）有唯一零点．

【解答】解：（1）由已知，函数f（x）的定义域为（0，+∞），求导f′（x）=2（lnx﹣x+1+a），

则f（x）在定义域上单调递减，则f′（x）≤0恒成立，

则g（x）=f′（x）=2（lnx﹣x+1+a），则g′（x）=菁优网-jyeoo﹣2=菁优网-jyeoo，

当x∈（0，1），g′（x）＞0，g（x）单调递增，

当x∈（1，+∞），g′（x）＜0，g（x）单调递减，

即f′（x）在（0，1）内单调递增，在（1，+∞）单调递减，

∴f′（x）≤f′（1）≤0，则a≤0，

函数a的取值范围（﹣∞，0]；

（2）当x∈（0，1），xlnx＜0，∴f（x）=2xlnx﹣（x﹣a）2＜0恒成立，

当x∈（1，+∞），由（1）可知，f′（x）在[1，+∞）单调递减，

①当a≤0时，由（1）可知，f（x）在[1，+∞）单调递减，

则f（1）≤f（1）=﹣（x﹣a）2＜0，f（x）无零点，不符合题意；

②当a＞0时，设p（x）=ex﹣2x，（x＞0），p′（x）=ex﹣2，则p（x）＞p（ln2）=2﹣lnx2＞0，

∴f′（ea+1）=2（a+1）﹣ea+1＜0，由f′（1）＞0，

∴存在x0∈（1，ea+1），使得f′（x0）=0，即a=x0﹣1﹣lnx0，①

故当且仅当x∈（1，x0）时，f′（x0）＞0，当x∈（x0，+∞），f′（x0）＜0，

∴f（x）在（1，x0）内单调递增，在（x0，+∞）内单调递减，

由f（x）≤0恒成立，且f（x）有唯一的零点，

∴f（x0）=2x0lnx0﹣（x0﹣a）2=0，②

由①②可知：菁优网-jyeoo，③

联立2x0lnx0﹣（x0﹣a）2=2x0lnx0﹣[x0﹣（x0﹣1﹣lnx0）]2=2x0lnx0﹣（1+lnx0）2，

设φ（x）=2xlnx﹣（1+lnx）2，则φ（1）=1＞0，φ（e）=2（2﹣e）＜0，

当且x≥1时，φ′（x）=2（lnx+1）（1﹣菁优网-jyeoo）≥0，

则φ（x）在（1，e）上有唯一零点x0，

即满足方程组③的x0唯一，且x0∈（1，e），

设u（x）=x﹣1﹣lnx（x＞1），则u′（x）=1﹣菁优网-jyeoo≥0，则u（x）在（1，+∞）上单调递增，

则0=u（1）＜a=u（x0）＜u（e）=e﹣2＜1，

即满足方程组③的a∈（0，1），则n=0，

综上所述，存在n=0即a∈（0，1），使得f（x）≤0恒成立且f（x）有唯一零点．

【点评】本题考查导数的综合应用，导数与函数的单调性的关系，函数零点的判断，考查分类讨论思想，考查计算能力，属于难题．

**四、选修4-4：坐标系与参数方程**

22．（10分）（2017•湖南三模）在直角坐标系xOy中，已知曲线菁优网-jyeoo（α为参数），在以O为极点，x轴正半轴为极轴的极坐标系中，曲线菁优网-jyeoo，曲线C3：ρ=2sinθ．

（l）求曲线C1与C2的交点M的直角坐标；

（2）设点A，B分别为曲线C2，C3上的动点，求|AB|的最小值．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程；QH：参数方程化成普通方程．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；49 ：综合法；5S ：坐标系和参数方程．

【分析】（l）求出曲线C1的普通方程和曲线C2的直角坐标方程，联立方程组能求出曲线C1与C2的交点M的直角坐标．

（2）曲线C3是以C（0，1）为圆心，半径r=1的圆，求出圆心C，点B到直线x+y+1=0的距离d，d'，由此能求出|AB|的最小值．

【解答】解：（l）曲线菁优网-jyeoo，消去参数α，

得：y+x2=1，x∈[﹣1，1]，①

∵曲线菁优网-jyeoo，∴ρcosθ+ρsinθ+1=0，

∴曲线C2：x+y+1=0，②，

联立①②，消去y可得：x2﹣x﹣2=0，解得x=﹣1或x=2（舍去），

∴M（﹣1，0）．…（5分）

（2）曲线C3：ρ=2sinθ，即ρ2=2ρsinθ，

∴曲线C3：x2+（y﹣1）2=1，是以C（0，1）为圆心，半径r=1的圆

设圆心C，点B到直线x+y+1=0的距离分别为d，d'，

则：菁优网-jyeoo，

菁优网-jyeoo，

∴|AB|的最小值为菁优网-jyeoo．…（10分）

【点评】本题考查曲线的交点的直角坐标的求法，考查线段的最小值的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意点到直线的距离公式的合理运用．

**五、选修4-5：不等式选讲**

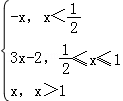
23．（10分）（2017•湖南三模）已知函数f（x）=|2x﹣a|﹣|x﹣1|．

（1）当a=1时，求f（x）的最小值；

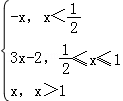
（2）存在x∈[0，2]时，使得不等式f（x）≤0成立，求实数a的取值范围．

【考点】R5：绝对值不等式的解法；3R：函数恒成立问题．

【专题】17 ：选作题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5T ：不等式．

【分析】（1）当a=1时，f（x）=|2x﹣1|﹣|x﹣1|=，利用函数的单调性，即可求f（x）的最小值；

（2）不等式f（x）≤0，可化为（3x﹣a﹣1）（x﹣a+1）≤0，分类讨论，即可求实数a的取值范围．

【解答】解：（1）当a=1时，f（x）=|2x﹣1|﹣|x﹣1|=．

∴f（x）在（﹣∞，菁优网-jyeoo]上单调递减，在[菁优网-jyeoo，+∞）上单调递增，

∴x=菁优网-jyeoo时，f（x）取得最小值﹣菁优网-jyeoo；

（2）不等式f（x）≤0，可化为（3x﹣a﹣1）（x﹣a+1）≤0．

a=2时，f（x）≤0，即x=1∈[0，2]，符合题意；

a＜2时，a﹣1＜菁优网-jyeoo，f（x）≤0的解集为[a﹣1，菁优网-jyeoo]，

∴[a﹣1，菁优网-jyeoo]∩[0，2]≠∅，

∴a﹣1≤2且菁优网-jyeoo≥0，

∴﹣1≤a＜2；

a＞2时，a﹣1＞菁优网-jyeoo，f（x）≤0的解集为[菁优网-jyeoo，a﹣1]，

∴[菁优网-jyeoo，a﹣1]∩[0，2]≠∅，

∴a﹣1≥0且菁优网-jyeoo≤2，

∴2＜a≤5；

综上所述﹣1≤a≤5．

【点评】本题考查绝对值不等式，考查函数的单调性与最值，考查分类讨论的数学思想，属于中档题．