## **2017年湖南省十三校重点中学理科数学二模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题（本题共12个小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）**

1．（5分）（2017•湖南二模）若复数z满足菁优网-jyeoo=1﹣i，则复数z在复平面对应的点位于（　　）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

【考点】A5：复数代数形式的乘除运算．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；4A ：数学模型法；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】把已知等式变形，然后利用复数代数形式的乘除运算化简复数z，求出复数z在复平面对应的点的坐标，则答案可求．

【解答】解：由菁优网-jyeoo=1﹣i，

得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

则复数z在复平面对应的点的坐标为：（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），位于第二象限．

故选：B．

【点评】本题考查了复数代数形式的乘除运算，考查了复数的代数表示法及其几何意义，是基础题．

2．（5分）（2017•湖南二模）函数f（x）=lnx+ex（e为自然对数的底数）的零点所在的区间是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．（1，e） D．（e，+∞）

【考点】56：二分法求方程的近似解．

【专题】51 ：函数的性质及应用．

【分析】函数f（x）=lnx+ex在（0，+∞）上单调递增，因此函数f（x）最多只有一个零点．再利用函数零点存在判定定理即可判断出．

【解答】解：函数f（x）=lnx+ex在（0，+∞）上单调递增，因此函数f（x）最多只有一个零点．

当x→0+时，f（x）→﹣∞；又菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo﹣1＞0，

∴函数f（x）=lnx+ex（e为自然对数的底数）的零点所在的区间是菁优网-jyeoo．

故选：A．

【点评】本题考查了函数零点存在判定定理、函数的单调性，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

3．（5分）（2017•湖南二模）设α，β是两个不同的平面，l是直线且l⊂α，则“α∥β”是“l∥β”的（　　）

A．充分而不必要条件 B．必要而不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

【考点】2L：必要条件、充分条件与充要条件的判断．

【专题】38 ：对应思想；4R：转化法；5L ：简易逻辑．

【分析】根据已知条件，由“l∥β”得“α与β相交或平行”，由“α∥β”，得“l∥β”，由此得到“α∥β”是“l∥β”的充分不必要条件．

【解答】解：∵α，β是两个不同的平面，l是直线且l⊂α．

∴由“l∥β”得“α与β相交或平行”，

由“α∥β”，得“l∥β”，

∴“α∥β”是“l∥β“的充分不必要条件．

故选：A．

【点评】本题考查充分条件、必要条件、充要条件、不充分不必要条件的判断，是基础题，解题时要认真审题，注意空间中线线、线面、面面间的位置关系的合理运用．

4．（5分）（2017•湖南二模）设随机变量X服从正态分布N（4，σ2），若P（X＞m）=0.3，则P（X＞8﹣m）=（　　）

A．0.2 B．0.3 C．0.7 D．与σ的值有关

【考点】CP：正态分布曲线的特点及曲线所表示的意义．

【专题】38 ：对应思想；4R：转化法；5I ：概率与统计．

【分析】根据随机变量X服从正态分布，可知正态曲线的对称轴，利用对称性，即可求得P（X＜8﹣m），从而求出P（X＞8﹣m）即可．

【解答】解：∵随机变量X服从正态分布N（4，o2），

∴正态曲线的对称轴是x=4，

∵P（X＞m）=0.3，

而m与8﹣m关于x=4对称，由正态曲线的对称性得：

∴P（X＞m）=P（X＜8﹣m）=0.3，

故P（X＞8﹣m）=1﹣0.3=0.7，

故选：C．

【点评】本题主要考查正态分布曲线的特点及曲线所表示的意义、函数图象对称性的应用等基础知识，属于基础题．

5．（5分）（2017•湖南二模）中心在坐标原点的双曲线C的两条渐近线与圆（x﹣2）2+y2=3相切，则双曲线的离心率为（　　）

A．2 B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．2或菁优网-jyeoo

【考点】KC：双曲线的简单性质．

【专题】34 ：方程思想；48 ：分析法；5B ：直线与圆；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】根据题意，求出圆心和半径，运用直线和圆相切的条件：d=r，设切线方程为y=kx，解方程可得k，进而得到双曲线的渐近线方程，再讨论双曲线的焦点位置，得到a，b的关系式，进而求得双曲线的离心率．

【解答】解：圆（x﹣2）2+y2=3的圆心为（2，0），半径为菁优网-jyeoo，

设切线方程为y=kx，

由菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

解得k=±菁优网-jyeoo，

可得双曲线的渐近线的方程为 y=±菁优网-jyeoox，

①当焦点在x轴上时双曲线菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=1的渐近线方程为y=±菁优网-jyeoox，

即有菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，e=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=2；

②当焦点在y轴上时，双曲线菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=1的渐近线方程为y=±菁优网-jyeoox，

即有菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，e=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：D．

【点评】解题的关键是：由圆的切线求得双曲线的渐近线的方程，再由双曲线中渐近线的方程的关系建立等式，从而解出双曲线的离心率的值．此题易忽视两解得出错误答案．

6．（5分）（2017•湖南二模）已知函数y=2sin（x+菁优网-jyeoo）cos（x﹣菁优网-jyeoo）与直线y=菁优网-jyeoo相交，若在y轴右侧的交点自左向右依次记为M1，M2，M3，…，则|菁优网-jyeoo|等于（　　）

A．菁优网-jyeoo B．6π C．菁优网-jyeoo D．12π

【考点】H2：正弦函数的图象．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；57 ：三角函数的图像与性质．

【分析】利用三角函数的诱导公式与二倍角的正弦可知，y=sin2x，依题意可求得M1，M12的坐标，从而可求|菁优网-jyeoo|的值．

【解答】解：∵y=2sin（x+菁优网-jyeoo）cos（x﹣菁优网-jyeoo）=2cosxsinx=sin2x，

∴由题意得：sin2x=菁优网-jyeoo，

∴2x=2kπ+菁优网-jyeoo或2x=2kπ+菁优网-jyeoo，

∴x=kπ+菁优网-jyeoo或x=kπ+菁优网-jyeoo，k∈Z，

∵正弦曲线y=sin2x与直线y=菁优网-jyeoo在y轴右侧的交点自左向右依次记为M1，M2，M3，…，

∴得M1（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），M12（5π+菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），∴|菁优网-jyeoo|=菁优网-jyeoo，

故选A．

【点评】本题考查函数的零点与方程根的关系，着重考查正弦函数的性质，求得M1，M12的坐标是关键，属于中档题．

7．（5分）（2017•湖南二模）曲线x=|y﹣1|与y=2x﹣5围成封闭区域（含边界）为Ω，直线y=3x+b与区域Ω有公共点，则b的最小值为（　　）

A．1 B．﹣1 C．﹣7 D．﹣11

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；34 ：方程思想；35 ：转化思想；5T ：不等式．

【分析】由约束条件画出平面区域，由y=3x+b得y=3x+B，然后平移直线，利用z的几何意义确定目标函数的最小值即可．

【解答】解：x=|y﹣1|与y=2x﹣5围成的平面区域如图，由菁优网-jyeoo，解得A（6，7）

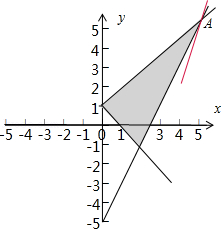
由y=3x+b，

平移直线y=3x+b，则由图象可知当直线经过点A时，

直线y=3x+b的截距最小，此时b最小．

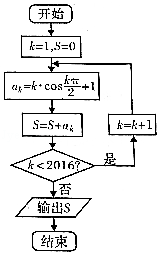
∴b=﹣3x+y的最小值为﹣18+7=﹣11．

故选：D．



【点评】本题主要考查线性规划的基本应用，利用目标函数的几何意义是解决问题的关键，数形结合是解决问题的基本方法，是中档题．

8．（5分）（2017•湖南二模）某程序框图如图所示，该程序运行后输出的S的值是（　　）



A．3024 B．1007 C．2015 D．2016

【考点】EF：程序框图．

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；44 ：数形结合法；5K ：算法和程序框图．

【分析】模拟程序框图的运行过程，得出该程序运行后输出的算式S是求数列的和，且数列的每4项的和是定值，由此求出S的值．

【解答】解：模拟程序框图的运行过程，得出该程序运行后输出的算式：

S=a1+a2+a3+a4+…+a2013+a2014+a2015+a2016

=（0+1）+（﹣2+1）+（0+1）+（4+1）+…+（0+1）+（﹣2014+1）+（0+1）+（2016+1）

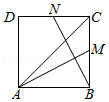
=6+…+6=6×菁优网-jyeoo=3024；

所以该程序运行后输出的S值是3024．

故选：A．

【点评】本题考查了程序框图的应用问题，解题的关键是模拟程序运行的过程，得出程序运行后输出的算式的特征，是基础题目．

9．（5分）（2017•湖南二模）如图，正方形ABCD中，M、N分别是BC、CD的中点，若菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo+μ菁优网-jyeoo，则λ+μ=（　　）



A．2 B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】9F：向量的线性运算性质及几何意义．

【专题】34 ：方程思想；44 ：数形结合法；5A ：平面向量及应用．

【分析】建立平面直角坐标系，使用坐标进行计算，列方程组解出λ，μ．

【解答】解：以AB，AD为坐标轴建立平面直角坐标系，如图：

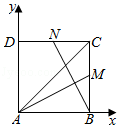
设正方形边长为1，则菁优网-jyeoo=（1，菁优网-jyeoo），菁优网-jyeoo=（﹣菁优网-jyeoo，1），菁优网-jyeoo=（1，1）．

∵菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo+μ菁优网-jyeoo，

∴，解得菁优网-jyeoo．

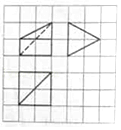
∴λ+μ=菁优网-jyeoo．

故选：D．



【点评】本题考查了平面向量的基本定理，属于基础题．

10．（5分）（2017•湖南二模）如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗实线及粗虚线画出的是某四棱锥的三视图，则该四棱锥各个侧面中，最大的侧面面积为（　　）



A．2 B．菁优网-jyeoo C．3 D．4

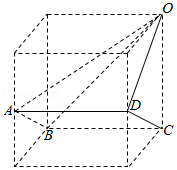
【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】根据三视图得出空间几何体是镶嵌在正方体中的四棱锥O﹣ABCD，正方体的棱长为2，A，D为棱的中点，即可得出结论．

【解答】解：根据三视图得出：该几何体是镶嵌在正方体中的四棱锥O﹣ABCD，正方体的棱长为2，A，D为棱的中点，最大的侧面面积为S△OADB3，

故选C．



【点评】本题综合考查了空间几何体的性质，学生的空间思维能力，构造思想，关键是镶嵌在常见的几何体中解决．

11．（5分）（2017•湖南二模）已知抛物线C：y2=2px（p＞0）和动直线l：y=kx+b（k，b是参变量，且k≠0．b≠0）相交于A（x1，y2），N）x2，y2）两点，直角坐标系原点为O，记直线OA，OB的斜率分别为kOA•kOB=菁优网-jyeoo恒成立，则当k变化时直线l恒经过的定点为（　　）

A．（﹣菁优网-jyeoop，0） B．（﹣2菁优网-jyeoop，0） C．（﹣菁优网-jyeoo，0） D．（﹣菁优网-jyeoo，0）

【考点】K8：抛物线的简单性质．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】AB的方程与抛物线方程联立，消去y，由根与系数的关系，利用kOA•kOB=菁优网-jyeoo，求出b的值，即可得出直线AB过定点．

【解答】解：将直线与抛物线联立，消去y，得k2x2+（2kb﹣2p）x+b2=0，

∴x1+x2=菁优网-jyeoo，x1x2=菁优网-jyeoo；

∵kOA•kOB=菁优网-jyeoo，∴y1y2=菁优网-jyeoox1x2，

∴y1y2=（kx1+b）（kx2+b）

=k2x1x2+kb（x1+x2）+b2

=菁优网-jyeoo；

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo，

解得b=菁优网-jyeoo，

∴y=kx+菁优网-jyeoo=k（x+菁优网-jyeoo）

令x=﹣菁优网-jyeoo，得y=0，

∴直线过定点（﹣菁优网-jyeoo，0）．

故选D．

【点评】本题考查了直线与抛物线的综合应用问题，考查韦达定理的运用，属于中档题目．

12．（5分）（2017•湖南二模）已知函数f（x）=菁优网-jyeoo，点A、B是函数f（x）图象上不同两点，则∠AOB（O为坐标原点）的取值范围是（　　）

A．（0，菁优网-jyeoo） B．（0，菁优网-jyeoo] C．（0，菁优网-jyeoo） D．（0，菁优网-jyeoo]

【考点】5B：分段函数的应用．

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；51 ：函数的性质及应用；53 ：导数的综合应用．

【分析】当x≤0时，函数f（x）是双曲线得到渐近线的斜率k=﹣3，当x＞0时，求函数过原点的切线，根据直线的夹角公式进行求解即可．

【解答】解：当x≤0时，由y=菁优网-jyeoo得y2﹣9x2=1，（x≤0），此时对应的曲线为双曲线，双曲线的渐近线为y=﹣3x，此时渐近线的斜率k1=﹣3，

当x＞0时，f（x）=1+xex﹣1，当过原点的直线和f（x）相切时，设切点为（a，1+aea﹣1），

函数的导数f′（x）=ex﹣1+xex﹣1=（x+1）ex﹣1，

则切线斜率k2=f′（a）=（a+1）ea﹣1，

则对应的切线方程为y﹣（1+aea﹣1）=（1+a）ea﹣1（x﹣a），

即y=（1+a）ea﹣1（x﹣a）+1+aea﹣1，

当x=0，y=0时，（1+a）ea﹣1（﹣a）+1+aea﹣1=0，

即a2ea﹣1+aea﹣1=1+aea﹣1，

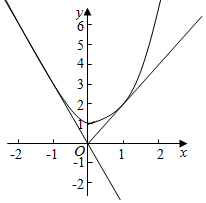
即a2ea﹣1=1，得a=1，此时切线斜率k2=2，

则切线和y=﹣3x的夹角为θ，

则tanθ=|菁优网-jyeoo|=菁优网-jyeoo，则θ=菁优网-jyeoo，

故∠AOB（O为坐标原点）的取值范围是（0，菁优网-jyeoo），

故选：A．



【点评】本题主要考查直线夹角的求解，根据双曲线的渐近线和导数的几何意义求出切线斜率是解决本题的关键．综合性较强，有一定的难度．

**二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）**

13．（5分）（2017•湖南二模）（x+菁优网-jyeoo+2）3的展开式中，x2的系数是　6　（用数字作答）．

【考点】DB：二项式系数的性质．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；4O：定义法；5P ：二项式定理．

【分析】先把三项式写成二项式，求得二项式展开式的通项公式，再求一次二项式的展开式的通项公式，令x的幂指数等于2，求得r、m的值，即可求得x2项的系数．

【解答】解（x+菁优网-jyeoo+2）3=[（x+菁优网-jyeoo）+2]3 的展开式的通项公式为Tr+1=C3r23﹣r（x+菁优网-jyeoo）r．

对于（x+菁优网-jyeoo）r，通项公式为Tm+1=Crm•xr﹣2m．

令r﹣2m=2，根据0≤m≤r，r、m为自然数，求得r=2，m=0，

x+菁优网-jyeoo+2）3的展开式中，x2的系数是C322C20=6

故答案为：6

【点评】本题主要考查二项式定理的应用，二项式展开式的通项公式，求展开式中某项的系数，属于中档题．

14．（5分）（2017•湖南二模）设[x]表示不大于x的最大整数，集合A={x|[x]2﹣2[x]=3}，B={x|2x＞8}，则A∩B=　∅　．

【考点】1E：交集及其运算．

【专题】11 ：计算题；37 ：集合思想；4R：转化法；5J ：集合．

【分析】求出A中x的值确定出A，求出B中x的范围确定出B，找出A与B的交集即可．

【解答】解：由[x]2﹣2[x]=3，解得：[x]=3或[x]=﹣1，

故2＜x≤3或﹣2＜x≤﹣1，

∴A=（2，3]∪（﹣2，﹣1]，

而B={x|2x＞8}={x|x＞3}，

故A∩B=∅．

故答案为：∅．

【点评】本题考查交集及其运算，是基础题，熟练掌握交集的定义是解本题的关键．

15．（5分）（2017•湖南二模）已知x1，x2是函数f（x）=2sin2x+cos2x﹣m在[0，菁优网-jyeoo]内的两个零点，则sin（x1+x2）=　菁优网-jyeoo　．

【考点】52：函数零点的判定定理．

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；56 ：三角函数的求值．

【分析】由题意可得m=2sin2x1+cos2x1=2sin2x2+cos2x2，运用和差化积公式和同角的基本关系式，计算即可得到所求值．

【解答】解：x1，x2是函数f（x）=2sin2x+cos2x﹣m在[0，菁优网-jyeoo]内的两个零点，

可得m=2sin2x1+cos2x1=2sin2x2+cos2x2，

即为2（sin2x1﹣sin2x2）=﹣cos2x1+cos2x2，

即有4cos（x1+x2）sin（x1﹣x2）=﹣2sin（x2+x1）sin（x2﹣x1），

由x1≠x2，可得sin（x1﹣x2）≠0，

可得sin（x2+x1）=2cos（x1+x2），

由sin2（x2+x1）+cos2（x1+x2）=1，

可得sin（x2+x1）=±菁优网-jyeoo，

由x1+x2∈[0，π]，

即有sin（x2+x1）=菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查函数方程的转化思想，函数零点问题的解法，考查三角函数的恒等变换，同角基本关系式的运用，属于中档题．

16．（5分）（2017•湖南二模）已知在△ABC中，（2菁优网-jyeoo﹣3菁优网-jyeoo）•菁优网-jyeoo=0，则角A的最大值为　菁优网-jyeoo　．

【考点】9R：平面向量数量积的运算．

【专题】38 ：对应思想；49 ：综合法；58 ：解三角形；5A ：平面向量及应用．

【分析】用菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo表示出个向量，得出三角形三边的关系，利用余弦定理和基本不等式得出cosA的范围．

【解答】解：∵（2菁优网-jyeoo﹣3菁优网-jyeoo）•菁优网-jyeoo=0，即（2菁优网-jyeoo﹣3（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo））•（菁优网-jyeoo）=0，

即（菁优网-jyeoo）•（菁优网-jyeoo）=0，

∴菁优网-jyeoo﹣4菁优网-jyeoo+3菁优网-jyeoo=0，

设A，B，C所对的边为a，b，c，

则c2﹣4bccosA+3b2=0，

又cosA=菁优网-jyeoo，

∴b2﹣c2+2a2=0，即a2=菁优网-jyeoo（c2﹣b2），

∴cosA=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo≥菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

∴0＜A≤菁优网-jyeoo．

故答案为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了平面向量的数量积运算，解三角形等知识，属于中档题．

**三、解答题**

17．（12分）（2017•湖南二模）已知数列{an}的前n项和为Sn，且Sn=2an﹣n．

（Ⅰ）证明数列{an+1}是等比数列，求数列{an}的通项公式；

（Ⅱ）记bn=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，求数列{bn}的前n项和Tn．

【考点】8E：数列的求和；8H：数列递推式．

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】（Ⅰ）利用数列递推式，结合等比数列的定义，即可得到结论；

（Ⅱ）由（Ⅰ）bn=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，利用“裂项法”即可求得数列{bn}的前n项和Tn．

【解答】解：（Ⅰ）证明：令n=1，得a1=2a1﹣1，由此得a1=1．

由于Sn=2an﹣n，则Sn+1=2an+1﹣（n+1），

两式相减得Sn+1﹣Sn=2an+1﹣（n+1）﹣2an+n，

即an+1=2an+1．

∴an+1+1=2an+1+1=2（an+1），即菁优网-jyeoo=2，

故数列{an+1}是等比数列，其首项为a1+1=2，

故数列{an+1}的通项公式是an+1=2•2n﹣1=2n，

故数列{an}的通项公式是an=2n﹣1．

（Ⅱ）由（Ⅰ）得，bn=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，

所以Tn=b1+b2+…+bn=（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）+（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）+…+（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，），

=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，

=1﹣菁优网-jyeoo，

数列{bn}的前n项和Tn=1﹣菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查数列的通项公式的求法，考查“裂项法”求数列的前n项和公式，考查计算能力，属于中档题．

18．（12分）（2017•湖南二模）为了普及环保知识，增强环保意识，某校从理科甲班抽取60人，从文科乙班抽取50人参加环保知识测试．

（Ⅰ）根据题目条件完成下面2×2列联表，并据此判断是否有99%的把握认为环保知识成绩优秀与学生的文理分类有关．

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 优秀人数 | 非优秀人数 | 总计 |
| 甲班 |  |  |  |
| 乙班 |  | 30 |  |
| 总计 | 60 |  |  |

（Ⅱ）现已知A，B，C三人获得优秀的概率分别为菁优网-jyeoo，设随机变量X表示A，B，C三人中获得优秀的人数，求X的分布列及期望E（X）．

附：菁优网-jyeoo，n=a+b+c+d

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| P（K2＞k0） | 0.100 | 0.050 | 0.025 | 0.010 | 0.005 |
| k0 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 |

【考点】BO：独立性检验的应用．

【专题】12 ：应用题；5I ：概率与统计．

【分析】（Ⅰ）由题设条件作出列联表，根据列联表中的数据，得到菁优网-jyeoo．由此得到有99%的把握认为环保知识测试与专业有关．

（2）由题设知X的可能取值为0，1，2，3，分别求出相应的概率，由此能求出X的分布列和E（X）．

【解答】解：（Ⅰ）2×2列联表如下

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 优秀 | 非优秀 | 总计 |
| 甲班 | 40 | 20 | 60 |
| 乙班 | 20 | 30 | 50 |
| 总计 | 60 | 50 | 110 |

由菁优网-jyeoo算得，菁优网-jyeoo，

所以有99%的把握认为学生的环保知识成绩与文理分科有关…5分

（Ⅱ）设A，B，C成绩优秀分别记为事件M，N，R，则菁优网-jyeoo

∴随机变量X的取值为0，1，2，3…6分

菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo…10分

所以随机变量X的分布列为：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |

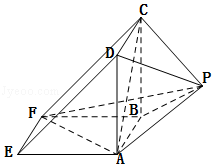
E（X）=0×菁优网-jyeoo+1×菁优网-jyeoo+2×菁优网-jyeoo+3×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo …12分．

【点评】本题考查离散型随机变量的分布列和数学期望，解题时要认真审题，仔细解答，注意排列组合知识的合理运用．

19．（12分）（2017•湖南二模）如图所示，该几何体是由一个直三棱柱ADE﹣BCF和一个正四棱锥P﹣ABCD组合而成，AD⊥AF，AE=AD=2．

（Ⅰ）证明：平面PAD⊥平面ABFE；

（Ⅱ）求正四棱锥P﹣ABCD的高h，使得二面角C﹣AF﹣P的余弦值是菁优网-jyeoo．



【考点】MT：二面角的平面角及求法；LY：平面与平面垂直的判定．

【专题】35 ：转化思想；44 ：数形结合法；5F ：空间位置关系与距离；5G ：空间角．

【分析】（Ⅰ）推导出AD⊥AF，AD⊥AB，从而AD⊥平面ABEF，由此能证明平面PAD⊥平面ABFE．

（Ⅱ）以A 为原点，AB、AE、AD的正方向为x，y，z轴，建立空间直角坐标系A﹣xyz，利用向量法能求出h的值．

【解答】证明：（Ⅰ）∵几何体是由一个直三棱柱ADE﹣BCF和一个正四棱锥P﹣ABCD组合而成，

∴AD⊥AF，AD⊥AB，

又AF∩AB=A，

∴AD⊥平面ABEF，

又AD⊂平面PAD，

∴平面PAD⊥平面ABFE．

解：（Ⅱ）以A 为原点，AB、AE、AD的正方向为x，y，z轴，建立空间直角坐标系A﹣xyz

设正四棱棱的高为h，AE=AD=2，

则A（0，0，0），F（2，2，0），C（2，0，2），P（1，﹣1，1）

设平面ACF的一个法向量菁优网-jyeoo=（x，y，z），

菁优网-jyeoo=（2，2，0），菁优网-jyeoo=（2，0，2），

则菁优网-jyeoo，取x=1，得菁优网-jyeoo=（1，﹣1，﹣1），

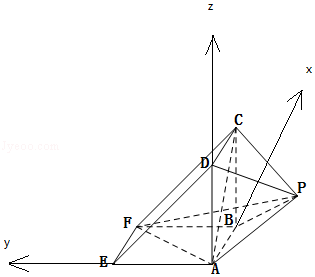
设平面ACP的一个法向量菁优网-jyeoo=（a，b，c），

则菁优网-jyeoo，取b=1，则菁优网-jyeoo=（﹣1，1，1+h），

二面角C﹣AF﹣P的余弦值菁优网-jyeoo，

∴|cos＜菁优网-jyeoo＞|=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

解得h=1．



【点评】本题考查面面垂直的证明，考查正四棱锥的高的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意向量法的合理运用．

20．（12分）（2016•四川）已知椭圆E：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1（a＞b＞0）的两个焦点与短轴的一个端点是直角三角形的3个顶点，直线l：y=﹣x+3与椭圆E有且只有一个公共点T．

（Ⅰ）求椭圆E的方程及点T的坐标；

（Ⅱ）设O是坐标原点，直线l′平行于OT，与椭圆E交于不同的两点A、B，且与直线l交于点P．证明：存在常数λ，使得|PT|2=λ|PA|•|PB|，并求λ的值．

【考点】KH：直线与圆锥曲线的综合问题；K3：椭圆的标准方程．

【专题】31 ：数形结合；34 ：方程思想；49 ：综合法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（Ⅰ）根据椭圆的短轴端点C与左右焦点F1、F2构成等腰直角三角形，结合直线l与椭圆E只有一个交点，

利用判别式△=0，即可求出椭圆E的方程和点T的坐标；

（Ⅱ）【解法一】作伸缩变换，令x′=x，y′=菁优网-jyeooy，把椭圆E变为圆E′，利用圆幂定理求出λ的值，

从而证明命题成立．

【解法二】设出点P的坐标，根据l′∥OT写出l′的参数方程，代入椭圆E的方程中，整理得出方程，

再根据参数的几何意义求出|PT|2、|PA|和|PB|，由|PT|2=λ|PA|•|PB|求出λ的值．

【解答】解：（Ⅰ）设短轴一端点为C（0，b），左右焦点分别为F1（﹣c，0），F2（c，0），其中c＞0，

则c2+b2=a2；

由题意，△F1F2C为直角三角形，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，解得b=c=菁优网-jyeooa，

∴椭圆E的方程为菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1；

代入直线l：y=﹣x+3，可得3x2﹣12x+18﹣2b2=0，

又直线l与椭圆E只有一个交点，则△=122﹣4×3（18﹣2b2）=0，解得b2=3，

∴椭圆E的方程为菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1；

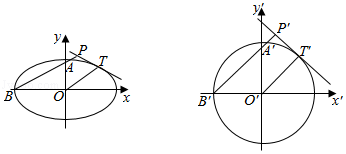
由b2=3，解得x=2，则y=﹣x+3=1，所以点T的坐标为（2，1）；

（Ⅱ）【解法一】作伸缩变换，令x′=x，y′=菁优网-jyeooy，

则椭圆E变为圆E′：x′2+y′2=6，

设此时P、A、B、T对应的点分别为P′、A′、B′、T′，

如图所示；



则菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

菁优网-jyeoo==菁优网-jyeoo，

两式相比，得菁优网-jyeoo：菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

由圆幂定理得，|P′T′|2=|P′A′|•|P′B′|，

所以菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，即λ=菁优网-jyeoo，原命题成立．

【解法二】设P（x0，3﹣x0）在l上，由kOT=菁优网-jyeoo，l′平行OT，

得l′的参数方程为菁优网-jyeoo，

代入椭圆E中，得菁优网-jyeoo+2菁优网-jyeoo=6，

整理得2t2+4t+菁优网-jyeoo﹣4x0+4=0；

设两根为tA，tB，则有tA•tB=菁优网-jyeoo；

而|PT|2=菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo，

|PA|=菁优网-jyeoo=|菁优网-jyeootA|，

|PB|=菁优网-jyeoo=|菁优网-jyeootB|，

且|PT|2=λ|PA|•|PB|，

∴λ=菁优网-jyeoo==菁优网-jyeoo，

即存在满足题意的λ值．

【点评】本题考查了椭圆的几何性质的应用问题，也考查了直线与椭圆方程的综合应用问题，考查了参数方程的应用问题，是难题．

21．（12分）（2017•湖南二模）已知函数f（x）=ln（x+a）﹣x，a∈R．

（1）当a=﹣1时，求f（x）的单调区间；

（2）若x≥1时，不等式ef（x）+菁优网-jyeoox2＞1恒成立，求实数a的取值范围．

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；6E：利用导数求闭区间上函数的最值．

【专题】33 ：函数思想；49 ：综合法；52 ：导数的概念及应用．

【分析】（1）求出函数的导数，解关于导函数的不等式，求出函数的单调区间即可；

（2）问题转化为菁优网-jyeoox2+菁优网-jyeoo﹣1＞0对任意的x≥1恒成立，设g（x）=菁优网-jyeoox2+菁优网-jyeoo﹣1，x≥1，通过求导得到g（x）的单调性，从而求出a的范围即可．

【解答】解：（1）当a=﹣1时，f（x）=ln（x﹣1）﹣x，x＞1，

f′（x）=菁优网-jyeoo﹣1=菁优网-jyeoo，

当1＜x＜2时，f′（x）＞0，f（x）递增，

当x＞2时，f′（x）＜0，f（x）递减，

故f（x）在（1，2）递增，在（2，+∞）递减；

（2）由题意得：x≥1时，x+a＞0恒成立，故a＞﹣1，①，

不等式ef（x）+菁优网-jyeoox2＞1恒成立，

即菁优网-jyeoox2+菁优网-jyeoo﹣1＞0对任意的x≥1恒成立，

设g（x）=菁优网-jyeoox2+菁优网-jyeoo﹣1，x≥1，

g′（x）=菁优网-jyeoo，

a≤0时，g（2）=a（2+菁优网-jyeoo）﹣1+菁优网-jyeoo＜0，不合题意，

a＞0时，要使x≥1时，不等式ef（x）+菁优网-jyeoox2＞1恒成立，

只需g（1）=a（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）﹣1+菁优网-jyeoo＞0，即a＞菁优网-jyeoo，

a＞菁优网-jyeoo时，aexx﹣x+1﹣a=a（exx﹣1）+1﹣x＞菁优网-jyeoo（exx﹣1）+1﹣x，

设h（x）=菁优网-jyeoo（exx﹣1）+1﹣x，x≥1，

h′（x）=菁优网-jyeooexx+菁优网-jyeooex﹣1，x≥1，

显然h′（x）在（1，+∞）递增，∴h′（x）＞h′（1）=菁优网-jyeoo＞0，

∴h（x）在（1，+∞）递增，h（x）＞h（1）=菁优网-jyeoo＞0，

即aexx﹣x+1﹣a＞0，②，

由①②得：a＞菁优网-jyeoo时，满足题意．

【点评】本题考查了函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及函数恒成立问题，是一道综合题．

**[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22．（10分）（2015•新课标Ⅰ）在直角坐标系xOy中，直线C1：x=﹣2，圆C2：（x﹣1）2+（y﹣2）2=1，以坐标原点为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系．

（Ⅰ）求C1，C2的极坐标方程；

（Ⅱ）若直线C3的极坐标方程为θ=菁优网-jyeoo（ρ∈R），设C2与C3的交点为M，N，求△C2MN的面积．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程．

【专题】5S ：坐标系和参数方程．

【分析】（Ⅰ）由条件根据x=ρcosθ，y=ρsinθ求得C1，C2的极坐标方程．

（Ⅱ）把直线C3的极坐标方程代入ρ2﹣3菁优网-jyeooρ+4=0，求得ρ1和ρ2的值，结合圆的半径可得C2M⊥C2N，从而求得△C2MN的面积菁优网-jyeoo•C2M•C2N的值．

【解答】解：（Ⅰ）由于x=ρcosθ，y=ρsinθ，∴C1：x=﹣2 的

极坐标方程为 ρcosθ=﹣2，

故C2：（x﹣1）2+（y﹣2）2=1的极坐标方程为：

（ρcosθ﹣1）2+（ρsinθ﹣2）2=1，

化简可得ρ2﹣（2ρcosθ+4ρsinθ）+4=0．

（Ⅱ）把直线C3的极坐标方程θ=菁优网-jyeoo（ρ∈R）代入

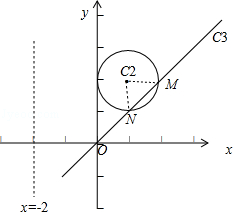
圆C2：（x﹣1）2+（y﹣2）2=1，

可得ρ2﹣（2ρcosθ+4ρsinθ）+4=0，

求得ρ1=2菁优网-jyeoo，ρ2=菁优网-jyeoo，

∴|MN|=|ρ1﹣ρ2|=菁优网-jyeoo，由于圆C2的半径为1，∴C2M⊥C2N，

△C2MN的面积为菁优网-jyeoo•C2M•C2N=菁优网-jyeoo•1•1=菁优网-jyeoo．



【点评】本题主要考查简单曲线的极坐标方程，点的极坐标的定义，属于基础题．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•湖南二模）设函数f（x）=|2x﹣1|﹣|x+2|．

（Ⅰ）解不等式f（x）＞0；

（Ⅱ）若∃x0∈R，使得f（x0）+2m2＜4m，求实数m的取值范围．

【考点】R5：绝对值不等式的解法；5B：分段函数的应用．

【专题】33 ：函数思想；4C ：分类法；59 ：不等式的解法及应用．

【分析】（1）利用零点分区间讨论去掉绝对值符号，化为分段函数，在每一个前提下去解不等式，每一步的解都要和前提条件找交集得出每一步的解，最后把每一步最后结果找并集得出不等式的解；

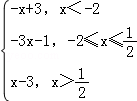
（2）根据第一步所化出的分段函数求出函数f（x）的最小值，若∃x0∈R，使得f（x0）+2m2＜4m成立，只需4m﹣2m2＞fmin（x），解出实数m的取值范围．

【解答】解：（Ⅰ）①当x＜﹣2时，f（x）=1﹣2x+x+2=﹣x+3，令﹣x+3＞0，解得x＜3，又∵x＜﹣2，∴x＜﹣2；

②当﹣2≤x≤菁优网-jyeoo时，f（x）=1﹣2x﹣x﹣2=﹣3x﹣1，令﹣3x﹣1＞0，解得x＜﹣菁优网-jyeoo，又∵﹣2≤x≤菁优网-jyeoo，∴﹣2≤x＜﹣菁优网-jyeoo；

③当x菁优网-jyeoo时，f（x）=2x﹣1﹣x﹣2=x﹣3，令x﹣3＞0，解得x＞3，又∵x菁优网-jyeoo，∴x＞3．

综上，不等式f（x）＞0的解集为（﹣∞，﹣菁优网-jyeoo）∪（3，+∞）．

（Ⅱ）由（I）得f（x）=，

∴fmin（x）=f（菁优网-jyeoo）=﹣菁优网-jyeoo．

∵∃x0∈R，使得f（x0）+2m2＜4m，∴4m﹣2m2＞﹣菁优网-jyeoo，

整理得：4m2﹣8m﹣5＜0，解得：﹣菁优网-jyeoo＜m＜菁优网-jyeoo，

∴m的取值范围是（﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）．

【点评】本题考查了绝对值不等式的解法及分段函数的应用，分情况讨论去绝对值符号是关键．