## **2017年湖南省郴州市中学理科数学二模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．（5分）（2017•郴州二模）已知x，y∈R，i是虚数单位．若x+yi与菁优网-jyeoo互为共轭复数，则x+y=（　　）

A．0 B．1 C．2 D．3

【考点】A5：复数代数形式的乘除运算．

【专题】11 ：计算题；49 ：综合法；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】由复数的乘除运算化简菁优网-jyeoo，由共轭复数的定义求出x、y，可得x+y的值．

【解答】解：由题意得，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=2﹣i，

因为x+yi与菁优网-jyeoo互为共轭复数，

所以x=2、y=1，则x+y=3，

故选D．

【点评】本题考查复数代数形式的乘除运算，以及共轭复数的定义的应用，属于基础题．

2．（5分）（2017•郴州二模）已知菁优网-jyeoo均为单位向量，且菁优网-jyeoo，则向量菁优网-jyeoo的夹角为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】9R：平面向量数量积的运算．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；41 ：向量法；5A ：平面向量及应用．

【分析】设向量菁优网-jyeoo的夹角为θ，根据向量的数量积公式以及菁优网-jyeoo，即可求出．

【解答】解：设向量菁优网-jyeoo的夹角为θ，

∵菁优网-jyeoo均为单位向量，

∴|菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo|=1，菁优网-jyeoo=cosθ，

∵菁优网-jyeoo，

∴2|菁优网-jyeoo|2﹣2|菁优网-jyeoo|2﹣3菁优网-jyeoo=﹣3cosθ=﹣菁优网-jyeoo，

∴cosθ=菁优网-jyeoo，

∵0≤θ≤π，

∴θ=菁优网-jyeoo，

故选：A

【点评】本题考查了向量的数量积公式，属于基础题．

3．（5分）（2017•郴州二模）已知菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo=（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】GI：三角函数的化简求值．

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法．

【分析】根据诱导公式，则菁优网-jyeoo=sin[菁优网-jyeoo]即可得答案．

【解答】解：由题意，利用诱导公式，可得菁优网-jyeoo=sin[菁优网-jyeoo]

∵菁优网-jyeoo，

则sin[菁优网-jyeoo]=sin（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo．

故选B．

【点评】本题主要考查了诱导公式的运用，比较基础．

4．（5分）（2017•郴州二模）我国古代数学名著《数书九章》中有“天池盆测雨”题：在下雨时，用一个圆台形的天池盆接雨水．天池盆盆口直径为二尺八寸，盆底直径为一尺二寸，盆深一尺八寸．若盆中积水深九寸，则平地降雨量是（　　）

（注：①平地降雨量等于盆中积水体积除以盆口面积；②一尺等于十寸；③台体的体积公式V=菁优网-jyeoo）

A．2寸 B．3寸 C．4寸 D．5寸

【考点】L5：旋转体（圆柱、圆锥、圆台）．

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】由题意求得盆中水的上地面半径，代入圆台体积公式求得水的体积，除以盆口面积得答案．

【解答】解：如图，由题意可知，天池盆上底面半径为14寸，下底面半径为6寸，高为18寸．

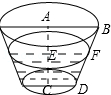
∵积水深9寸，

∴水面半径为菁优网-jyeoo（14+6）=10寸，

则盆中水的体积为菁优网-jyeooπ×9（62+102+6×10）=588π（立方寸）．

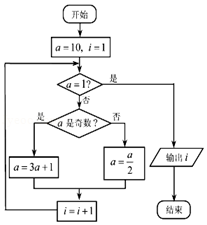
∴平地降雨量等于菁优网-jyeoo=3（寸）．

故选：B．



【点评】本题考查柱、锥、台体的体积求法，正确理解题意是关键，属基础题．

5．（5分）（2017•郴州二模）考拉兹猜想又名3n+1猜想，是指对于每一个正整数，如果它是奇数，则对它乘3再加1；如果它是偶数，则对它除以2．如此循环，最终都能得到1．阅读如图所示的程序框图，运行相应程序，输出的结果i=（　　）



A．4 B．5 C．6 D．7

【考点】EF：程序框图．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5K ：算法和程序框图．

【分析】由已知中的程序框图可知：该程序的功能是利用条件结构和循环结构的嵌套计算并输出i值，模拟程序的运行过程可得答案．

【解答】解：当a=4时，不满足退出循环的条件，进入循环后，由于a值不满足“a是奇数”，故a=5，i=2；

当a=5时，不满足退出循环的条件，进入循环后，由于a值满足“a是奇数”，故a=16，i=3；

当a=16时，不满足退出循环的条件，进入循环后，由于a值不满足“a是奇数”，故a=8，i=4；

当a=8时，不满足退出循环的条件，进入循环后，由于a值不满足“a是奇数”，故a=4，i=5；

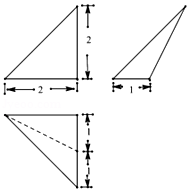
当a=4时，不满足退出循环的条件，进入循环后，由于a值不满足“a是奇数”，故a=2，i=6；

当a=2时，不满足退出循环的条件，进入循环后，由于a值不满足“a是奇数”，故a=1，i=7；

满足退出循环的条件，故输出结果为：7，

故选D．

【点评】本题考查的知识点是程序框图，在写程序运行结果时，模拟程序运行结果是最常用的方法，一定要熟练掌握．

6．（5分）（2017•郴州二模）已知某三棱锥的三视图如图所示，正视图和俯视图都是等腰直角三角形，则该三棱锥中最长的棱长为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．2

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】31 ：数形结合；35 ：转化思想；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】由三视图可知：该几何体为三棱锥，P﹣ABC，其中侧面PAB⊥底面ABC，底面ABC为直角三角形，AB⊥BC，BC=2，AB=1，在平面OAB内，过点P作PO⊥AB，垂足为O，则PO⊥底面ABC，PO=2，AO=1．则该三棱锥中最长的棱长为PC．

【解答】解：由三视图可知：该几何体为三棱锥，P﹣ABC，

其中侧面PAB⊥底面ABC，底面ABC为直角三角形，

AB⊥BC，BC=2，AB=1，在平面OAB内，

过点P作PO⊥AB，垂足为O，则PO⊥底面ABC，PO=2，AO=1．

则该三棱锥中最长的棱长为

PC=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo．

故选：A．



【点评】本题考查了三棱锥的三视图、勾股定理、空间线面位置关系，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

7．（5分）（2017•郴州二模）已知函数f（x）是奇函数，当x＞0时，f（x）=ax（x＞0且a≠1），且f（log菁优网-jyeoo4）=﹣3，则a的值为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．3 C．9 D．菁优网-jyeoo

【考点】3L：函数奇偶性的性质．

【专题】11 ：计算题；15 ：综合题．

【分析】根据对数的定义，得到菁优网-jyeoo=﹣2，结合奇函数f（x）满足菁优网-jyeoo，化简整理可得f（2）=3．再利用当x＞0时，函数的表达式，代入得a2=3，解之得a=菁优网-jyeoo（舍负）．

【解答】解：∵奇函数f（x）满足菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=﹣2＜0，

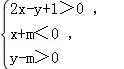
∴f（2）=3

又∵当x＞0时，f（x）=ax（x＞0且a≠1），2＞0

∴f（2）=a2=3，解之得a=菁优网-jyeoo（舍负）

故选A

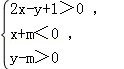
【点评】本题给出含有对数的自变量，在函数为奇函数的前提下求参数a的值，着重考查了对数的运算性质和函数奇偶性质的应用，属于基础题．

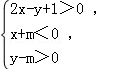
8．（5分）（2013•北京）设关于x，y的不等式组表示的平面区域内存在点P（x0，y0），满足x0﹣2y0=2，求得m的取值范围是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】7C：简单线性规划．

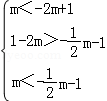
【专题】59 ：不等式的解法及应用．

【分析】先根据约束条件画出可行域．要使可行域存在，必有m＜﹣2m+1，要求可行域包含直线y=菁优网-jyeoox﹣1上的点，只要边界点（﹣m，1﹣2m）在直线y=菁优网-jyeoox﹣1的上方，且（﹣m，m）在直线y=菁优网-jyeoox﹣1的下方，从而建立关于m的不等式组，解之可得答案．

【解答】解：先根据约束条件画出可行域，

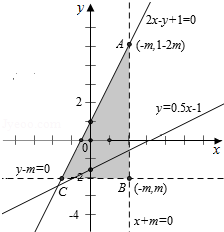
要使可行域存在，必有m＜﹣2m+1，要求可行域包含直线y=菁优网-jyeoox﹣1上的点，只要边界点（﹣m，1﹣2m）

在直线y=菁优网-jyeoox﹣1的上方，且（﹣m，m）在直线y=菁优网-jyeoox﹣1的下方，

故得不等式组，

解之得：m＜﹣菁优网-jyeoo．

故选C．



【点评】平面区域的最值问题是线性规划问题中一类重要题型，在解题时，关键是正确地画出平面区域，分析表达式的几何意义，然后结合数形结合的思想，分析图形，找出满足条件的点的坐标，即可求出答案．

9．（5分）（2017•郴州二模）将边长为菁优网-jyeoo的正方形ABCD沿对角线AC折成一个直二面角B﹣AC﹣D．则四面体ABCD的内切球的半径为（　　）

A．1 B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】LG：球的体积和表面积．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；4R：转化法；5Q ：立体几何．

【分析】先求出VD﹣ABC，再求出四面体ABCD的表面积S=S△ADC+S△ABC+S△ABD+S△BCD，由四面体ABCD的内切球的半径r=菁优网-jyeoo，能求出结果．

【解答】解：∵边长为菁优网-jyeoo的正方形ABCD沿对角线AC折成一个直二面角B﹣AC﹣D，

∴菁优网-jyeoo=1，AC=2，

取AC中点O，连结DO，BO，则DO=BO=菁优网-jyeoo=1，

且DO⊥平面ABC，

∴VD﹣ABC=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

BD=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，AB=BC=AD=DC=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

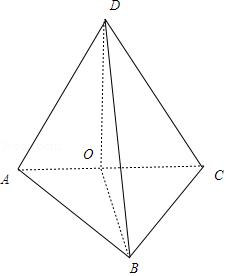
菁优网-jyeoo=1，

∴四面体ABCD的表面积S=S△ADC+S△ABC+S△ABD+S△BCD

=2+菁优网-jyeoo，

∴四面体ABCD的内切球的半径r=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=2﹣菁优网-jyeoo．

故选：D．



【点评】本题考查四面体的内切球半径的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意四面体内切球半径与其体积和表面积的关系式的合理应用．

10．（5分）（2017•郴州二模）已知F为双曲线菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=1（a＞0，b＞0）的右焦点，定点A为双曲线虚轴的一个顶点，过F，A的直线与双曲线的一条渐近线在y轴左侧的交点为B，若菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo﹣1）菁优网-jyeoo，则此双曲线的离心率是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．2菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】KC：双曲线的简单性质．

【专题】11 ：计算题；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】设F（c，0），A（0，﹣b），渐近线方程为y=菁优网-jyeoox，求出AF的方程与y=菁优网-jyeoox联立可得B（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），利用菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo﹣1）菁优网-jyeoo，可得a，c的关系，即可求出双曲线的离心率．

【解答】解：设F（c，0），A（0，﹣b），渐近线方程为y=菁优网-jyeoox，则

直线AF的方程为菁优网-jyeoo=1，与y=菁优网-jyeoox联立可得B（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），

∵菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo﹣1）菁优网-jyeoo，

∴（﹣c，﹣b）=（菁优网-jyeoo﹣1）（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo+b），

∴﹣c=（菁优网-jyeoo﹣1）菁优网-jyeoo，

∴e=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选：A．

【点评】本题考查双曲线的性质，考查向量知识的运用，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．

11．（5分）（2017•郴州二模）在△ABC中，A1，B1分别是边BA，CB的中点，A2，B2分别是线段A1A，B1B的中点，…，An，Bn分别是线段菁优网-jyeoo的中点，设数列{an}，{bn}满足：向量菁优网-jyeoo，有下列四个命题，其中假命题是（　　）

A．数列{an}是单调递增数列，数列{bn}是单调递减数列

B．数列{an+bn}是等比数列

C．数列菁优网-jyeoo有最小值，无最大值

D．若△ABC中，C=90°，CA=CB，则菁优网-jyeoo最小时，菁优网-jyeoo

【考点】8H：数列递推式．

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】由题意可得菁优网-jyeoo=（1﹣菁优网-jyeoo）菁优网-jyeoo=（1﹣菁优网-jyeoo）（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo），菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，可得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，由条件可得an=1﹣菁优网-jyeoo，bn=菁优网-jyeoo﹣1，由单调性可判断A；由等比数列的定义可判断B；由数列的单调性即可判断C；运用向量数量积的性质，化简结合二次函数的最值，即可判断D．

【解答】解：由在△ABC中，A1，B1分别是边BA，CB的中点，

A2，B2分别是线段A1A，B1B的中点，…，

An，Bn分别是线段菁优网-jyeoo的中点，

可得菁优网-jyeoo=（1﹣菁优网-jyeoo）菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=（1﹣菁优网-jyeoo）菁优网-jyeoo，…，

即有菁优网-jyeoo=（1﹣菁优网-jyeoo）菁优网-jyeoo=（1﹣菁优网-jyeoo）（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo），

菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，…，

即有菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，

则菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=（1﹣菁优网-jyeoo）（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）+菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo═（1﹣菁优网-jyeoo）菁优网-jyeoo+（菁优网-jyeoo﹣1）菁优网-jyeoo

=an菁优网-jyeoo+bn菁优网-jyeoo，

可得an=1﹣菁优网-jyeoo，bn=菁优网-jyeoo﹣1，

则数列{an}是单调递增数列，数列{bn}是单调递减数列，故A正确；

数列{an+bn}即为{菁优网-jyeoo}是首项和公比均为菁优网-jyeoo的等比数列，故B正确；

而当n=1时，a1=菁优网-jyeoo，b1=0，菁优网-jyeoo不存在；

n＞1时，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=﹣1+菁优网-jyeoo在n∈N+递增，有最小值，无最大值，故C错误；

若△ABC中，C=90°，CA=CB，则菁优网-jyeoo2=（an2+bn2）菁优网-jyeoo2+2anbn菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo

=（an2+bn2）菁优网-jyeoo2，an2+bn2=（1﹣菁优网-jyeoo）2+（菁优网-jyeoo﹣1）2=5•（菁优网-jyeoo）2n﹣6•（菁优网-jyeoo）n+2

=5（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）2﹣菁优网-jyeoo，当n=1时，取得最小值，即有则菁优网-jyeoo最小时，菁优网-jyeoo．故D正确．

故选：C．

【点评】本题考查数列与向量的综合问题的解法，注意运用向量的加减和数乘运算，考查数列的单调性和最值，以及转化思想和化简运算能力，属于难题．

12．（5分）（2017•郴州二模）若方程|x2﹣2x﹣1|﹣t=0有四个不同的实数根x1、x2、x3、x4，且x1＜x2＜x3＜x4，则2（x4﹣x1）+（x3﹣x2）的取值范围是（　　）

A．（8，6菁优网-jyeoo） B．（6菁优网-jyeoo，4菁优网-jyeoo） C．[8，4菁优网-jyeoo] D．（8，4菁优网-jyeoo]

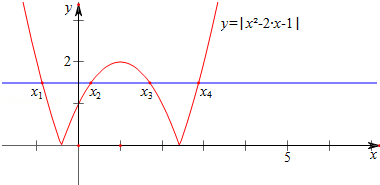
【考点】54：根的存在性及根的个数判断．

【专题】11 ：计算题；13 ：作图题；53 ：导数的综合应用．

【分析】先作函数y=|x2﹣2x﹣1|的图象，结合图象可得0＜t＜2，再由韦达定理可得x4﹣x1=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，x3﹣x2=菁优网-jyeoo，再令f（t）=2菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，令f′（t）=菁优网-jyeoo=0得t=菁优网-jyeoo，从而由函数的单调性确定2（x4﹣x1）+（x3﹣x2）的取值范围．

【解答】解：由题意，

作函数y=|x2﹣2x﹣1|的图象如下，



由图象知，0＜t＜2，

∵|x2﹣2x﹣1|﹣t=0，

∴|x2﹣2x﹣1|=t，

故x2﹣2x﹣1﹣t=0或x2﹣2x﹣1+t=0，

则x4﹣x1=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

x3﹣x2=菁优网-jyeoo，

故2（x4﹣x1）+（x3﹣x2）

=2菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，

令f（t）=2菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，

令f′（t）=菁优网-jyeoo=0得，

t=菁优网-jyeoo，

故f（t）在（0，菁优网-jyeoo）上是增函数，在（菁优网-jyeoo，2）上是减函数；

而f（菁优网-jyeoo）=4菁优网-jyeoo，f（0）=6菁优网-jyeoo，f（2）=8；

故2（x4﹣x1）+（x3﹣x2）的取值范围是（8，4菁优网-jyeoo]，

故选：D．

【点评】本题考查了导数的综合应用及数形结合的应用，属于中档题．

**二、填空题（每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上）**

13．（5分）（2017•郴州二模）若命题p：“菁优网-jyeoo”是假命题，则实数a的取值范围是　[1，2]　．

【考点】2I：特称命题．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5L ：简易逻辑．

【分析】由条件可通过命题的否定为真命题，从而转化为二次不等式恒成立问题，即可求出实数a的取值范围．

【解答】解：若命题p：“菁优网-jyeoo”是假命题，

则命题“∀x∈R，2x﹣2＞a2﹣3a”是真命题，

即a2﹣3a+2≤0恒成立，

∴1≤a≤2，

故实数a的取值范围是[1，2]，

故答案为[1，2]．

【点评】本题考查特称命题与全称命题的关系，通过转化使问题简化，是解题的关键，应掌握．

14．（5分）（2017•郴州二模）两所学校分别有2名，3名学生获奖，这5名学生要排成一排合影，则存在同校学生排在一起的概率为　菁优网-jyeoo　．

【考点】CB：古典概型及其概率计算公式．

【专题】5I ：概率与统计．

【分析】利用对立事件概率计算公式能求出结果．

【解答】解：由已知得存在同校学生排在一起的概率为：

P=1﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查概率的求法，是基础题，解题时要认真审题．

15．（5分）（2017•郴州二模）过点菁优网-jyeoo的直线l与圆C：（x﹣1）2+y2=4交于A、B两点，C为圆心，当∠ACB最小时，直线l的方程为　2x﹣4y+3=0　．

【考点】JE：直线和圆的方程的应用；IG：直线的一般式方程．

【专题】11 ：计算题．

【分析】研究知点菁优网-jyeoo在圆内，过它的直线与圆交于两点A，B，当∠ACB最小时，直线l与CM垂直，故先求直线CM的斜率，再根据充要条件求出直线l的斜率，由点斜式写出其方程．

【解答】解：验证知点菁优网-jyeoo在圆内，

当∠ACB最小时，直线l与CM垂直，

由圆的方程，圆心C（1，0）

∵kCM=菁优网-jyeoo=﹣2，

∴kl=菁优网-jyeoo

∴l：y﹣1=菁优网-jyeoo（x﹣菁优网-jyeoo），整理得2x﹣4y+3=0

故应填2x﹣4y+3=0

【点评】本题考点是直线与圆的位置关系，考查到了线线垂直时斜率之积为﹣1，以及用点斜式写出直线的方程．

16．（5分）（2017•郴州二模）已知函数f（x）=2|cosx|sinx+sin2x，给出下列四个命题：

①函数f（x）的图象关于直线菁优网-jyeoo对称；

②函数f（x）在区间菁优网-jyeoo上单调递增；

③函数f（x）的最小正周期为π；

④函数f（x）的值域为[﹣2，2]．

其中真命题的序号是　②④　．（将你认为真命题的序号都填上）

【考点】H2：正弦函数的图象．

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；57 ：三角函数的图像与性质．

【分析】利用三角函数的周期性、单调性、值域以及它的图象的对称性，判断各个选项是否正确，从而得出结论．

【解答】解：对于函数f（x）=2|cosx|sinx+sin2x，由于f（﹣菁优网-jyeoo）=﹣2，f（菁优网-jyeoo）=0，∴f（﹣菁优网-jyeoo）≠f（菁优网-jyeoo），

故f（x）的图象不关于直线菁优网-jyeoo对称，故排除①．

在区间菁优网-jyeoo上，2x∈[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]，f（x）=2|cosx|sinx+sin2x=2sin2x 单调递增，故②正确．

函数f（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，f（菁优网-jyeoo）=0，∴f（菁优网-jyeoo）≠f（菁优网-jyeoo），故函数f（x）的最小正周期不是π，故③错误．

当cosx≥0时，f（x）=2|cosx|sinx+sin2x=2sinxcosx+sin2x=2sin2x，故它的最大值为2，最小值为﹣2；

当cosx＜0时，f（x）=2|cosx|sinx+sin2x=﹣2sinxcosx+sin2x=0，

综合可得，函数f（x）的最大值为2，最小值为﹣2，故④正确，

故答案为：②④．

【点评】本题主要考查三角函数的周期性、单调性、值域以及它的图象的对称性，属于基础题．

**三、解答题（本大题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）**

17．（10分）（2017•郴州二模）已知等差数列{an}．满足：an+1＞an（n∈N\*），a1=1，该数列的前三项分别加上1，1，3后成等比数列，an+2log2bn=﹣1．

（Ⅰ）分别求数列{an}，{bn}的通项公式；

（Ⅱ）求数列{an•bn}的前n项和Tn．

【考点】8E：数列的求和．

【专题】54 ：等差数列与等比数列．

【分析】（Ⅰ）设d、为等差数列{an}的公差，且d＞0，利用数列的前三项分别加上1，1，3后成等比数列，求出d，然后求解bn．

（Ⅱ）写出菁优网-jyeoo利用错位相减法求和即可．

【解答】（本小题满分12分）

解：（Ⅰ）设d、为等差数列{an}的公差，且d＞0

由a1=1，a2=1+d，a3=1+2d，分别加上1，1，3成等比数列，

得（2+d）2=2（4+2d），

d＞0，所以d=2，所以an=1+（n﹣1）×2=2n﹣1，

又因为an=﹣1﹣2log2bn，

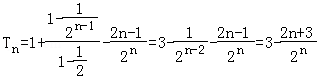
所以log2bn=﹣n即bn=菁优网-jyeoo．…（6分）

（Ⅱ）菁优网-jyeoo…①，

菁优网-jyeoo…②，

①﹣②，得

菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo．…（10分）

∴…（12分）

【点评】本题考查数列求和的基本方法错位相减法的应用，等差数列以及等比数列的应用，考查计算能力．

18．（12分）（2017•郴州二模）在△ABC中，a，b，c分别是角A，B，C的对边，且2cosAcosC（tanAtanC﹣1）=1．

（Ⅰ）求B的大小；

（Ⅱ）若菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，求△ABC的面积．

【考点】HR：余弦定理；GL：三角函数中的恒等变换应用；HP：正弦定理．

【专题】56 ：三角函数的求值．

【分析】（Ⅰ）已知等式括号中利用同角三角函数间基本关系切化弦，去括号后利用两角和与差的余弦函数公式化简，再由诱导公式变形求出cosB的值，即可确定出B的大小；

（Ⅱ）由cosB，b的值，利用余弦定理列出关系式，再利用完全平方公式变形，将a+b以及b的值代入求出ac的值，再由cosB的值，利用三角形面积公式即可求出三角形ABC面积．

【解答】解：（Ⅰ）由2cosAcosC（tanAtanC﹣1）=1得：2cosAcosC（菁优网-jyeoo﹣1）=1，

∴2（sinAsinC﹣cosAcosC）=1，即cos（A+C）=﹣菁优网-jyeoo，

∴cosB=﹣cos（A+C）=菁优网-jyeoo，

又0＜B＜π，

∴B=菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）由余弦定理得：cosB=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

又a+c=菁优网-jyeoo，b=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo﹣2ac﹣3=ac，即ac=菁优网-jyeoo，

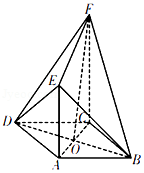
∴S△ABC=菁优网-jyeooacsinB=菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

【点评】此题考查了余弦定理，三角形面积公式，两角和与差的余弦函数公式，熟练掌握余弦定理是解本题的关键．

19．（12分）（2017•郴州二模）如图，菱形ABCD中，∠ABC=60°，AC与BD相交于点O，AE⊥平面ABCD，CF∥AE，AB=2，CF=3．

（1）求证：BD⊥平面ACFE；

（2）当直线FO与平面BED所成角的大小为45°时，求AE的长度．



【考点】MI：直线与平面所成的角；LW：直线与平面垂直的判定．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5F ：空间位置关系与距离；5G ：空间角．

【分析】（1）由AE⊥平面ABCD得出AE⊥BD，由菱形性质得BD⊥AC，故而BD⊥平面ACFE；

（2）以O为原点建立坐标系，设CF=a，求出菁优网-jyeoo和平面BDE的法向量，利用直线FO与平面BED所成角的大小为45°，可得菁优网-jyeoo，即可求出a的值．

【解答】（1）证明：∵四边形ABCD是菱形，∴BD⊥AC．…（1分）

∵AE⊥平面ABCD，BD⊂平面ABCD，…（2分）

∴BD⊥AE，…（3分）

又AC⊂平面ACFE，AE⊂平面ACFE，AC∩AE=A，…（4分）

∴BD⊥平面ACFE．…（5分）

（2）解：以O为原点，以OA，OB所在直线分别为x轴，y轴，以过点O且平行于CF的直线为z轴建立空间直角坐标系．…（6分）

则菁优网-jyeoo．

设AE=a，则E（1，0，a），

∴菁优网-jyeoo，…（7分）

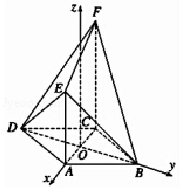
设平面BDE的法向量为菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo…（8分）

即菁优网-jyeoo令z=1，得菁优网-jyeoo，…（9分）

∴菁优网-jyeoo，…（10分）

∵直线FO与平面BED所成角的大小为45°，∴菁优网-jyeoo，…（11分）

解得a=2或菁优网-jyeoo（舍），∴|AE|=2．…（12分）

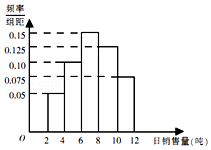


【点评】本题考查了线面垂直的判定，空间向量与空间角的计算，属于中档题．

20．（12分）（2017•郴州二模）某水泥厂销售工作人员根据以往该厂的销售情况，绘制了该厂日销售量的频率分布直方图，如图所示：将日销售量落入各组的频率视为概率，并假设每天的销售量相互独立．

（1）求未来3天内，连续2天日销售量不低于8吨，另一天日销售量低于8吨的概率；

（2）用X表示未来3天内日销售量不低于8吨的天数，求随机变量X的分布列及数学期望．



【考点】CH：离散型随机变量的期望与方差；B8：频率分布直方图；CG：离散型随机变量及其分布列．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；4R：转化法；5I ：概率与统计．

【分析】（Ⅰ）由频率分布直方图求出日销售量不低于8吨的频率为0.4，记未来3天内，第i天日销售量不低于8吨为事件A1（i=1，2，3），未来3天内，连续2天日销售不低于8吨，另一天日销量低于8吨包含两个互斥事件菁优网-jyeoo和菁优网-jyeoo，由此能求出未来3天内，连续2天日销售量不低于8吨，另一天日销售量低于8吨的概率．

（Ⅱ）X的可能取值为0，1，2，3，且X～B（3，0.4），由此能求出X的分布列和E（X）．

【解答】解：（Ⅰ）由频率分布直方图可知，

日销售量不低于8吨的频率为：2×（0.125+0.075）=0.4，…（1分）

记未来3天内，第i天日销售量不低于8吨为事件A1（i=1，2，3），

则P（A1）=0.4，…（2分）

未来3天内，连续2天日销售不低于8吨，

另一天日销量低于8吨包含两个互斥事件菁优网-jyeoo和菁优网-jyeoo，…（3分）

则未来3天内，连续2天日销售量不低于8吨，另一天日销售量低于8吨的概率：

菁优网-jyeoo…（4分）

=0.4×0.4×（1﹣0.4）+（1﹣0.4）×0.4×0.4=0.192．…（6分）

（Ⅱ）X的可能取值为0，1，2，3，且X～B（3，0.4）

P（X=0）=（1﹣0.4）3=0.216，…（7分）

菁优网-jyeoo，…（8分）

菁优网-jyeoo，…（9分）

P（X=3）=0.43=0.064，…（10分）

∴X的分布列为：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | 0.216 | 0.432 | 0.288 | 0.064 |

…（11分）

E（X）=3×0.4=1.2．…（12分）

【点评】本题考查概率的求法，考查离散型随机变量的分布列及数学期望的求法及应用，是中档题，解题时要认真审题，在历年高考中都是必考题型之一．

21．（12分）（2017•郴州二模）已知椭圆菁优网-jyeoo的离心率为菁优网-jyeoo，且过点菁优网-jyeoo．若点M（x0，y0）在椭圆C上，则点菁优网-jyeoo称为点M的一个“椭点”．

（1）求椭圆C的标准方程；

（2）若直线l：y=kx+m与椭圆C相交于A，B两点，且A，B两点的“椭点”分别为P，Q，以PQ为直径的圆经过坐标原点，试求△AOB的面积．

【考点】KL：直线与椭圆的位置关系．

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）由椭圆的离心率公式，利用待定系数法及a，b，c的关系，即可取得a与b的值，求得椭圆方程；

（2）以PQ为直径的圆经过坐标原点，得菁优网-jyeoo，将直线l的方程代入椭圆方程，由韦达定理，弦长公式及点到直线的距离公式，将2m2﹣4k2=3代入即可求得△AOB的面积．

【解答】解：（1）由椭圆的离心率菁优网-jyeoo，得a=2c，…（1分）

又a2=b2+c2，则菁优网-jyeoo，…（2分）

∴椭圆菁优网-jyeoo，

由菁优网-jyeoo在C上，则菁优网-jyeoo，得c=1，…（3分）

∴菁优网-jyeoo，…（4分）

∴椭圆C的方程为：菁优网-jyeoo；…（5分）

（2）设A（x1，y1），B（x2，y2），则P（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），Q（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），

由以PQ为直径的圆经过坐标原点，得菁优网-jyeoo，

即菁优网-jyeoo（1）…（6分）

由，消除y整理得：（3+4k2）x2+8mk+4（m2﹣3）=0，

由△=64k2m2﹣16（3+4k2）（m2﹣3）＞0，得3+4k2﹣m2＞0，

而菁优网-jyeoo（2）…（7分）

∴菁优网-jyeoo（3）

将（2）（3）代入（1）得：菁优网-jyeoo，

即2m2﹣4k2=3，…（8分）

又∵菁优网-jyeoo，…（9分）

原点O到直线l：y=kx+m的距离菁优网-jyeoo，…（10分）

∴菁优网-jyeoo，…（11分）

把2m2﹣4k2=3代入上式得菁优网-jyeoo，即S△AOB的面积是为菁优网-jyeoo．…（12分）

【点评】本题考查椭圆的标准方程及简单几何性质，考查直线与椭圆的位置关系，考查向量数量积的坐标运算，韦达定理，弦长公式及点到直线的距离公式，考查计算能力，属于中档题．

22．（12分）（2017•河北区二模）已知函数f（x）=xlnx，g（x）=﹣x2+ax﹣3．

（1）求函数f（x）在[t，t+2]（t＞0）上的最小值；

（2）对一切x∈（0，+∞），2f（x）≥g（x）恒成立，求实数a的取值范围．

（3）探讨函数F（x）=lnx﹣菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo是否存在零点？若存在，求出函数F（x）的零点，若不存在，请说明理由．

【考点】6E：利用导数求闭区间上函数的最值；6B：利用导数研究函数的单调性．

【专题】32 ：分类讨论；35 ：转化思想；49 ：综合法；53 ：导数的综合应用；59 ：不等式的解法及应用．

【分析】（1）求得f′（x）=lnx+1，令f′（x）=0，可得x=菁优网-jyeoo．对t分类讨论：当0＜m＜菁优网-jyeoo时，及当t≥菁优网-jyeoo时，分别研究其单调性、极值与最值，即可得出；

（2）由题意可得，2xlnx≥﹣x2+ax﹣3．即a≤2lnx+x+菁优网-jyeoo恒成立，令h（x）=2lnx+x+菁优网-jyeoo，求出导数和单调区间，可得极小值且为最小值，由此求出实数a的取值范围；

（3）把函数整理成F（x）=lnx﹣菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo≥﹣菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo），要判断是否有零点，只需看F（x）的正负问题，令G（x）=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，利用导数分析G（x）的单调区间和最值，即可判断是否存在零点．

【解答】解：（1）f（x）=xlnx，

f′（x）=lnx+1，令f′（x）=0，解得x=菁优网-jyeoo．

①当0＜t＜菁优网-jyeoo时，在x∈[t，菁优网-jyeoo）上f′（x）＜0；在x∈（菁优网-jyeoo．t+2]上f′（x）＞0．

因此，f（x）在x=菁优网-jyeoo处取得极小值，也是最小值．fmin（x）=﹣菁优网-jyeoo．

②当t≥菁优网-jyeoo，f′（x）≥0，因此f（x）在[t，t+2]上单调递增，fmin（x）=f（t）=tlnt；

（2）由对一切x∈（0，+∞），2f（x）≥g（x）恒成立，

即有2xlnx≥﹣x2+ax﹣3．

即a≤2lnx+x+菁优网-jyeoo恒成立，

令h（x）=2lnx+x+菁优网-jyeoo，h′（x）=菁优网-jyeoo+1﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

当x＞1时，h′（x）＞0，h（x）是增函数，

当0＜x＜1时，h′（x）＜0，h（x）是减函数，

∴a≤h（x）min=h（1）=4．

即实数a的取值范围是（﹣∞，4]；

（3）令m（x）=2xlnx，

m'（x）=2（1+lnx），

当x∈（0，菁优网-jyeoo）时，m'（x）＜0，m（x）递减；

当x∈（菁优网-jyeoo，+∞）时，m'（x）＞0，m（x）递增；

∴m（x）的最小值为m（菁优网-jyeoo）=﹣菁优网-jyeoo，

则2xlnx≥﹣菁优网-jyeoo，

∴lnx≥﹣菁优网-jyeoo，

F（x）=lnx﹣菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=0①

则F（x）=lnx﹣菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo≥﹣菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo），

令G（x）=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，则G'（x）=菁优网-jyeoo，

当x∈（0，1）时，G'（x）＜0，G（x）递减；

当x∈（1，+∞）时，G'（x）＞0，G（x）递增；

∴G（x）≥G（1）=0 ②

∴F（x）=lnx﹣菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo≥﹣菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）≥0，

∵①②中取等号的条件不同，

∴F（x）＞0，故函数F（x）没有零点．

【点评】本题考查导数的综合应用：求单调区间和极值、最值，注意运用分类讨论思想方法和参数分离，以及构造函数法，考查了恒成立问题的解法，化简整理的运算能力，属于中档题．