**2017年山西省太原市理科数学一模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题（共12小题，每小题3分，满分36分）**

1．（3分）（2017•晋中二模）已知集合A={x|y=lg（x+1）}，B={x||x|＜2}，则A∩B=（　　）

A．（﹣2，0） B．（0，2） C．（﹣1，2） D．（﹣2，﹣1）

【考点】交集及其运算．菁优网版权所有

【专题】计算题；集合思想；定义法；集合．

【分析】求解对数型函数的定义域化简集合A，然后直接利用交集运算求解．

【解答】解：由x+1＞0，得x＞﹣1

∴A=（﹣1，+∞），

B={x||x|＜2}=（﹣2，2）

∴A∩B=（﹣1，2）．

故选：C

【点评】本题考查了交集及其运算，考查了对数函数的定义域，是基础题．

2．（3分）（2017•太原一模）已知zi=2﹣i，则复数z在复平面对应点的坐标是（　　）

A．（﹣1，﹣2） B．（﹣1，2） C．（1，﹣2） D．（1，2）

【考点】复数代数形式的乘除运算．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；定义法；数系的扩充和复数．

【分析】由题意可得z=菁优网-jyeoo，再利用两个复数代数形式的乘除法法则化为a+bi的形式，从而求得z对应的点的坐标．

【解答】解：zi=2﹣i，

∴z=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=﹣1﹣2i，

∴复数z在复平面对应点的坐标是（﹣1，﹣2），

故选：A．

【点评】本题主要考查两个复数代数形式的乘除法，虚数单位i的幂运算性质，复数与复平面内对应点之间的关系，属于基础题．

3．（3分）（2017•太原一模）已知Sn是等差数列{an}的前n项和，2（a1+a3+a5）+3（a8+a10）=36，则S11=（　　）

A．66 B．55 C．44 D．33

【考点】等差数列的前n项和．菁优网版权所有

【专题】计算题；方程思想；定义法；函数的性质及应用．

【分析】利用等差数列等差数列通项公式求出a1+5d=3．即a6=3，由此能求出S11的值．

【解答】解：∵Sn是等差数列{an}的前n项和，2（a1+a3+a5）+3（a8+a10）=36，

∴2（a1+a1+2d+a1+4d）+3（a1+7d+a1+9d）=36，

解得a1+5d=3．∴a6=3，

∴S11=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=11a6=33．

故选：D．

【点评】本题考查数列的第31项的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意等差数列的性质的合理运用．

4．（3分）（2017•太原一模）已知菁优网-jyeoo=（1，cosα），菁优网-jyeoo=（sinα，1），0＜α＜π，若菁优网-jyeoo，则α=（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】平面向量数量积的运算．菁优网版权所有

【专题】方程思想；向量法；平面向量及应用．

【分析】由向量垂直的条件：数量积为0，结合同角的商数关系，以及特殊角的三角函数值，即可得到所求值．

【解答】解：菁优网-jyeoo=（1，cosα），菁优网-jyeoo=（sinα，1），若菁优网-jyeoo，

可得菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=sinα+cosα=0，

即有tanα=菁优网-jyeoo=﹣1，

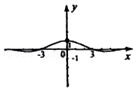
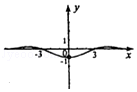
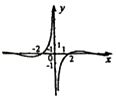
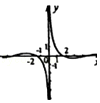
由0＜α＜π，

可得α=菁优网-jyeoo．

故选：B．

【点评】本题考查向量数量积的性质，主要是向量的垂直的条件：数量积为0，考查三角函数的求值和同角三角函数的商数关系，考查运算能力，属于基础题．

5．（3分）（2017•晋中二模）函数菁优网-jyeoo的图象大致为（　　）

A． B． C． D．

【考点】函数的图象．菁优网版权所有

【专题】计算题；函数思想；数形结合法；函数的性质及应用．

【分析】先判断函数的奇偶性，再判断函数值的变化趋势．

【解答】解：f（﹣x）=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo=﹣f（x），

∴函数f（x）为奇函数，则图象关于原点对称，故排A，B，

当x=菁优网-jyeoo时，f（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

故选：D

【点评】本题考查了函数图象的识别，关键是判断函数的奇偶性和函数值得变化趋势，属于基础题

6．（3分）（2017•太原一模）已知圆C：x2+y2=1，直线l：y=k（x+2），在[﹣1，1]上随机选取一个数k，则事件“直线l与圆C相离

”发生的概率为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】几何概型．菁优网版权所有

【专题】对应思想；定义法；概率与统计．

【分析】根据圆心到直线l的距离d＞r，列出不等式求出k的取值范围，利用几何概型的概率计算即可．

【解答】解：圆C：x2+y2=1的圆心为（0，0），半径为r=1；

且圆心到直线l：y=k（x+2）的距离为

d=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

直线l与圆C相离时d＞r，

∴菁优网-jyeoo＞1，

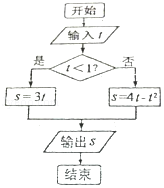
解得k＜﹣菁优网-jyeoo或k＞菁优网-jyeoo，

故所求的概率为

P=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：C．

【点评】本题主要考查了几何概型的概率计算问题，也考查了直线与圆相离的性质与应用问题，是基础题．

7．（3分）（2017•晋中二模）执行如图框图，已知输出的s∈[0，4]，若输入的t∈[m，n]，则实数n﹣m的最大值为（　　

A．1 B．2 C．3 D．4

【考点】程序框图．菁优网版权所有

【专题】计算题；图表型；试验法；算法和程序框图．

【分析】根据流程图所示的顺序知：该程序的作用是计算一个分段函数的函数值，由条件t的取值范围得分段函数的分类标准，由已知分类讨论即可得解．

【解答】解：模拟执行程序，可得程序框图的功能是计算并输出分段函数S=菁优网-jyeoo的值，

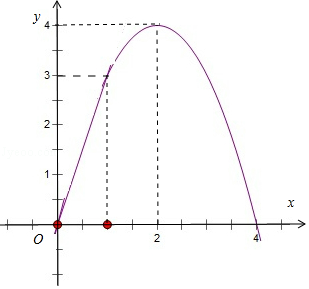
做出函数的图象，由题意可得：输出的s∈[0，4]，

当m=0时，n∈[2，4]，n﹣m∈[2，4]，

当n=4时，m∈[0，2]，n﹣m∈[2，4]，

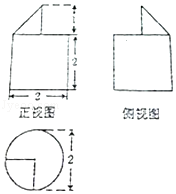
所以实数n﹣m的最大值为4．

故选：D．



【点评】本题考查了程序框图的应用问题，考查了数形结合思想和分类讨论思想，是基础题目．

8．（3分）（2017•晋中二模）某几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为（　　）



A．6π+1 B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】由三视图求面积、体积．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；空间位置关系与距离．

【分析】由题意，几何体为圆柱与圆锥菁优网-jyeoo的组合体，即可求出该几何体的表面积．

【解答】解：由题意，几何体为圆柱与圆锥菁优网-jyeoo的组合体，

该几何体的表面积为2π•1•2+π•12+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+1=菁优网-jyeoo，

故选D．

【点评】本题考查三视图，考查学生的计算能力，确定几何体的形状是关键．

9．（3分）（2017•晋中二模）已知D=菁优网-jyeoo，给出下列四个命题：

P1：∀（x，y）∈D，x+y+1≥0；

P2：∀（x，y）∈D，2x﹣y+2≤0；

P3：∃（x，y）∈D，菁优网-jyeoo≤﹣4；

P4：∃（x，y）∈D，x2+y2≤2．

其中真命题的是（　　）

A．P1，P2 B．P2，P3 C．P2，P4 D．P3，P4

【考点】二元一次不等式（组）与平面区域．菁优网版权所有

【专题】综合题；数形结合；数形结合法；不等式．

【分析】画出约束条件不是的可行域，利用目标函数的几何意义，求出范围，判断选项的正误即可．

【解答】解：不等式组菁优网-jyeoo的可行域如图，

p1：A（﹣2，0）点，﹣2+0+1=﹣1，

故∀（x，y）∈D，x+y≥0为假命题；

p2：A（﹣1，3）点，﹣2﹣3+2=﹣3，

故∀（x，y）∈D，2x﹣y+2≤0为真命题；

p3：C（0，2）点，菁优网-jyeoo=﹣3，

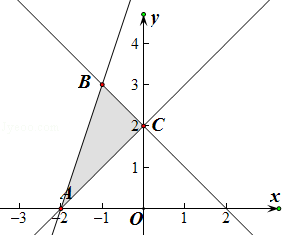
故∃（x，y）∈D，菁优网-jyeoo≤﹣4为假命题；

p4：（﹣1，1）点，x2+y2=2

故∃（x，y）∈D，x2+y2≤2为真命题．

可得选项p2，p4正确．

故选：C．



【点评】本题考查线性规划的解得应用，命题的真假的判断，正确画出可行域以及目标函数的几何意义是解题的关键．

10．（3分）（2017•太原一模）已知抛物线y2=4x的焦点为点F，过焦点F的直线交该抛物线于A、B两点，O为坐标原点，若△AOB的面积为菁优网-jyeoo，则|AB|=（　　）

A．6 B．8 C．12 D．16

【考点】抛物线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】方程思想；转化法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】设出直线方程，求出A，B两点的纵坐标的差，利用△AOB的面积．求出直线的斜率，然后求解|AB|，

【解答】解：抛物线y2=4x焦点为F（1，0），

设过焦点F的直线为：y=k（x﹣1），

由菁优网-jyeoo⇒可得y2﹣菁优网-jyeooy﹣4=0，

yA+yB=菁优网-jyeoo，yAyB=﹣4，|yA﹣yB|=菁优网-jyeoo

△AOB的面积为菁优网-jyeoo，可得：菁优网-jyeoo|yA﹣yB|=菁优网-jyeoo，

菁优网-jyeoo，解得k=菁优网-jyeoo

|AB|=菁优网-jyeoo•，|yA﹣yB|=菁优网-jyeoo．

故选：A．

【点评】本题考查抛物线的定义，考查三角形的面积的计算，确定抛物线的弦长是解题的关键，属于中档题，

11．（3分）（2017•晋中二模）已知函数f（x）=sinωx﹣菁优网-jyeoocosωx（ω＞0），若方程f（x）=﹣1在（0，π）上有且只有四个实数根，则实数ω的取值范围为（　　）

A．（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] B．（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] C．（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] D．（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]

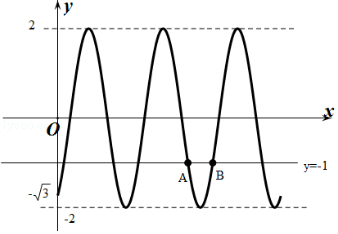
【考点】根的存在性及根的个数判断．菁优网版权所有

【专题】数形结合；数形结合法；三角函数的图像与性质．

【分析】化简f（x）的解析式，作出f（x）的函数图象，利用三角函数的性质求出直线y=﹣1与y=f（x）在（0，+∞）上的交点坐标，则π介于第4和第5个交点横坐标之间．

【解答】解：f（x）=2sin（ωx﹣菁优网-jyeoo），

作出f（x）的函数图象如图所示：



令2sin（ωx﹣菁优网-jyeoo）=﹣1得ωx﹣菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo+2kπ，或ωx﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+2kπ，

∴x=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，或x=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，k∉Z，

设直线y=﹣1与y=f（x）在（0，+∞）上从左到右的第4个交点为A，第5个交点为B，

则xA=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，xB=菁优网-jyeoo，

∵方程f（x）=﹣1在（0，π）上有且只有四个实数根，

∴xA＜π≤xB，

即菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo＜π≤菁优网-jyeoo，解得菁优网-jyeoo．

故选B．

【点评】本题考查了三角函数的恒等变换，三角函数的图象与性质，属于中档题．

12．（3分）（2017•太原一模）设函数f（x）=菁优网-jyeoo与g（x）=a2lnx+b有公共点，且在公共点处的切线方程相同，则实数b的最大值为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】利用导数研究曲线上某点切线方程．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；导数的概念及应用．

【分析】设y=f（x）与y=g（x）（x＞0）在公共点（x0，y0）处的切线相同，先利用导数求出在切点处的导函数值，再结合导数的几何意义即可求出切线的斜率．最后利用两直线重合列出等式即可求得b值，然后利用导数来研究b的最大值，研究此函数的最值问题，先求出函数的极值，结合函数的单调性，最后确定出最大值与最小值即得．

【解答】解：设y=f（x）与y=g（x）（x＞0）在公共点P（x0，y0）处的切线相同、

f′（x）=3x﹣2a，g′（x）=菁优网-jyeoo，

由题意f（x0）=g（x0），f′（x0）=g′（x0），

即菁优网-jyeoox02﹣2ax0=a2lnx0+b，3x0﹣2a=菁优网-jyeoo

由3x0﹣2a=菁优网-jyeoo得x0=a或x0=﹣菁优网-jyeooa（舍去），

即有b=菁优网-jyeooa2﹣2a2﹣a2lna=﹣菁优网-jyeooa2﹣a2lna．

令h（t）=﹣菁优网-jyeoot2﹣t2lnt（t＞0），则h′（t）=2t（1+lnt），

于是当2t（1+lnt）＞0，即0＜t＜菁优网-jyeoo时，h′（t）＞0；

当2t（1+lnt）＜0，即t＞菁优网-jyeoo时，h′（t）＜0．

故h（t）在（0，菁优网-jyeoo）为增函数，在（菁优网-jyeoo，+∞）为减函数，

于是h（t）在（0，+∞）的最大值为h（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，

故b的最大值为菁优网-jyeoo．

故选A．

【点评】本小题主要考查利用导数研究曲线上某点切线方程、不等式的解法等基础知识，考查运算求解能力、化归与转化思想．属于中档题．

**二、填空题（共4小题，每小题3分，满分12分）**

13．（3分）（2017•太原一模）已知菁优网-jyeoo，若菁优网-jyeoo，则实数t=　﹣1　．

【考点】平面向量的坐标运算．菁优网版权所有

【专题】计算题；方程思想；平面向量及应用．

【分析】根据题意，由向量菁优网-jyeoo、菁优网-jyeoo的坐标，计算可得菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo的坐标，又由菁优网-jyeoo，则有（1+t）×（﹣2）=（1﹣t）×0=0，即可得t的值，即可得答案．

【解答】解：根据题意，菁优网-jyeoo，

则菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=（1+t，0），菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=（1﹣t，﹣2），

若菁优网-jyeoo，则有（1+t）×（﹣2）=（1﹣t）×0=0，

解可得t=﹣1；

故答案为：﹣1．

【点评】本题考查平面向量的坐标运算，关键是掌握向量平行的坐标表示方法．

14．（3分）（2017•晋中二模）已知双曲线经过点菁优网-jyeoo，其一条渐近线方程为y=2x，则该双曲线的标准方程为　菁优网-jyeoo﹣x2=1　．

【考点】双曲线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】计算题；方程思想；待定系数法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】根据题意，由双曲线的渐近线方程，可以设其方程为x2﹣菁优网-jyeoo=m，又由其过点菁优网-jyeoo，将点的坐标代入方程计算可得m的值，即可得其方程，最后将求得的方程化为标准方程即可得答案．

【解答】解：根据题意，双曲线的一条渐近线方程为y=2x，则可以设其方程为x2﹣菁优网-jyeoo=m，（m≠0），

又由其经过点菁优网-jyeoo，则有1﹣菁优网-jyeoo=m，

解可得m=﹣1，

则其方程为：x2﹣菁优网-jyeoo=﹣1，

其标准方程为：菁优网-jyeoo﹣x2=1，

故答案为：菁优网-jyeoo﹣x2=1．

【点评】本题考查双曲线的几何性质，注意最后的答案要检验其是否为标准方程的形式．

15．（3分）（2017•太原一模）已知三棱锥A﹣BCD中，BC⊥CD，AB=AD=菁优网-jyeoo，BC=1，CD=菁优网-jyeoo，则该三棱锥外接球的体积为　菁优网-jyeooπ　．

【考点】球的体积和表面积；球内接多面体．菁优网版权所有

【专题】转化思想；转化法；球．

【分析】证明△ABD是直角三角形．取DB中点O，则OA=OB=OC=OD=1，即O为三棱锥外接球的球心，外接圆的半径为R=1，可得球的体积．

【解答】解：BC⊥CD，BC=1，CD=菁优网-jyeoo，∴DB=2

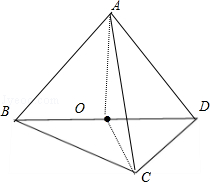
又因为AB=AD=菁优网-jyeoo，∴△ABD是直角三角形．

取DB中点O，则OA=OB=OC=OD=1

∴O为三棱锥外接球的球心，外接圆的半径为R=1，

∴该三棱锥外接球的体积为菁优网-jyeooπ，

故答案为：菁优网-jyeooπ．



【点评】本题考查了三棱锥外接球的体积，关键是找到球心，求出半径，属于中档题．

16．（3分）（2017•太原一模）已知数列{an}中，菁优网-jyeoo，则其前n项和Sn=　2n+2﹣4﹣菁优网-jyeoo　．

【考点】数列的求和．菁优网版权所有

【专题】方程思想；转化思想；等差数列与等比数列．

【分析】数列{an}中，菁优网-jyeoo，可得：a2=0，n≥2时，an=2an﹣1+3n﹣4，作差可得an+1﹣an=2an﹣2an﹣1+3，化为an+1﹣an+3=2（an﹣an﹣1+3），利用等比数列的通项公式可得an﹣an﹣1+3，利用“累加求和”方法可得an=（an﹣an﹣1）+（an﹣1﹣an﹣2）+…+（a2﹣a1）+a1．再利用等比数列与等差数列的求和公式即可得出．

【解答】解：∵数列{an}中，菁优网-jyeoo，

∴a2=0，n≥2时，an=2an﹣1+3n﹣4，

∴an+1﹣an=2an﹣2an﹣1+3，化为an+1﹣an+3=2（an﹣an﹣1+3），a2﹣a1+3=2．

∴数列{an﹣an﹣1+3}是等比数列，首项为2，公比为2．

∴an﹣an﹣1+3=2n，即an﹣an﹣1=2n﹣3．

∴an=（an﹣an﹣1）+（an﹣1﹣an﹣2）+…+（a2﹣a1）+a1=2n﹣3+2n﹣1﹣3+…+22﹣3﹣1=菁优网-jyeoo﹣3（n﹣1）﹣1

=2n+1﹣3n﹣2．

∴Sn=菁优网-jyeoo﹣3×菁优网-jyeoo﹣2n

=2n+2﹣4﹣菁优网-jyeoo．

故答案为：2n+2﹣4﹣菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了数列递推关系、“累加求和”、等差数列与等比数列的通项公式与求和公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

**三、解答题**

17．（2017•太原一模）已知a，b，c分别是△ABC的内角A，B，C所对的边，a=2bcosB，b≠c．

（1）证明：A=2B；

（2）若a2+c2=b2+2acsinC，求A．

【考点】余弦定理；正弦定理．菁优网版权所有

【专题】分类讨论；综合法；三角函数的图像与性质；解三角形．

【分析】（1）由正弦定理和正弦函数的性质，即可证明A=2B成立；

（2）由余弦定理和正弦、余弦函数的性质，化简求值即可．

【解答】解：（1）证明：△ABC中，a=2bcosB，

由菁优网-jyeoo，得sinA=2sinBcosB=sin2B，

∵0＜A，B＜π，

∴sinA=sin2B＞0，

∴0＜2B＜π，

∴A=2B或A+2B=π，

若A+2B=π，则B=C，b=c这与“b≠c”矛盾，

∴A+2B≠π；

∴A=2B；

（2）∵a2+c2=b2+2acsinC，

∴菁优网-jyeoo，

由余弦定理得cosB=sinC，

∵0＜B，C＜π，

∴菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo，

①当菁优网-jyeoo时，则菁优网-jyeoo，

这与“b≠c”矛盾，∴菁优网-jyeoo；

②当菁优网-jyeoo时，由（1）得A=2B，

∴菁优网-jyeoo，

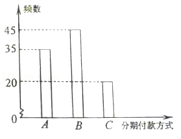
∴菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了正弦、余弦定理和正弦、余弦函数的应用问题，是基础题．

18．（2017•晋中二模）某知名品牌汽车深受消费者喜爱，但价格昂贵．某汽车经销商推出A、B、C三种分期付款方式销售该品牌汽车，并对近期100位采用上述分期付款的客户进行统计分析，得到如下的柱状图．已知从A、B、C三种分期付款销售中，该经销商每销售此品牌汽车1俩所获得的利润分别是1万元，2万元，3万元．现甲乙两人从该汽车经销商处，采用上述分期付款方式各购买此品牌汽车一辆．以这100位客户所采用的分期付款方式的频率代替1位客户采用相应分期付款方式的概率．

（1）求甲乙两人采用不同分期付款方式的概率；

（2）记X（单位：万元）为该汽车经销商从甲乙两人购车中所获得的利润，求X的分布列与期望．



【考点】离散型随机变量的期望与方差；频率分布直方图；离散型随机变量及其分布列．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；综合法；概率与统计．

【分析】（1）由题意得：P（A）=菁优网-jyeoo=0.35，P（B）=菁优网-jyeoo=0.45，P（C）=菁优网-jyeoo=0.2，利用对立事件概率计算公式能求出甲乙两人采用不同分期付款方式的概率．

（2）记X（单位：万元）为该汽车经销商从甲乙两人购车中所获得的利润，则X的可能取值为2，3，4，5，6，分别求出相应的概率，由此能求出X的分布列和E（X）．

【解答】解：（1）由题意得：

P（A）=菁优网-jyeoo=0.35，P（B）=菁优网-jyeoo=0.45，P（C）=菁优网-jyeoo=0.2，

∴甲乙两人采用不同分期付款方式的概率：

p=1﹣[P（A）•P（A）+P（B）•P（B）+P（C）•P（C）]=0.635．

（2）记X（单位：万元）为该汽车经销商从甲乙两人购车中所获得的利润，

则X的可能取值为2，3，4，5，6，

P（X=2）=P（A）P（A）=0.35×0.35=0.1225，

P（X=3）=P（A）P（B）+P（B）P（A）=0.35×0.45+0.45×0.35=0.315，

P（X=4）=P（A）P（C）+P（B）P（B）+P（C）P（A）=0.35×0.2+0.45×0.45+0.2×0.35=0.3425，

P（X=5）=P（B）P（C）+P（C）P（B）=0.45×0.2+0.2×0.45=0.18，

P（X=6）=P（C）P（C）=0.2×0.2=0.04．

∴X的分布列为：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| P | 0.1225 | 0.315 | 0.3425 | 0.18 | 0.04 |

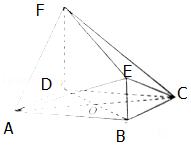
E（X）=0.1225×2+0.315×3+0.3425×4+0.18×5+0.04×6=3.7．

【点评】本题考查概率的求法，考查离散型随机变量的分布列和数学期望的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意对立事件概率计算公式、相互独立事件概率乘法公式的合理运用．

19．（2017•晋中二模）如图，在几何体ABCDEF中，四边形ABCD是菱形，BE⊥平面ABCD，DF∥BE，且DF=2BE=2，EF=3．

（1）证明：平面ACF⊥平面BEFD

（2）若二面角A﹣EF﹣C是二面角，求直线AE与平面ABCD所成角的正切值．



【考点】二面角的平面角及求法；平面与平面垂直的判定．菁优网版权所有

【专题】证明题；数形结合；向量法；空间位置关系与距离．

【分析】（1）推导出AC⊥BD，BE⊥AC，从而AC⊥平面BEFD，由此能证明平面ACF⊥平面BEFD．

（2）设AC与BD的交点为O，分别以OA，OB为x轴，y轴，建立空间直角坐标系，利用向量法能求出直线AE与平面ABCD所成角的正切值．

【解答】证明：（1）∵四边形ABCD是菱形，∴AC⊥BD，

∵BE⊥平面ABCD，∴BE⊥AC，

∴AC⊥平面BEFD，

∵AC⊂平面ACF，∴平面ACF⊥平面BEFD．

解：（2）设AC与BD的交点为O，由（1）得AC⊥BD，

分别以OA，OB为x轴，y轴，建立空间直角坐标系，

∵BE⊥平面ABCD，∴BE⊥BD，

∵DF∥BE，∴DF⊥BD，

∴BD2=EF2﹣（DF﹣BE）2=8，∴BD=2菁优网-jyeoo．

设OA=a，（a＞0），

由题设得A（a，0，0），C（﹣a，0，0），E（0，菁优网-jyeoo），F（0，﹣菁优网-jyeoo，2），

设m=（x，y，z）是平面AEF的法向量，

则菁优网-jyeoo，取z=2菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo），

设菁优网-jyeoo是平面CEF的一个法向量，

则菁优网-jyeoo，取菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo=（﹣菁优网-jyeoo，1，2菁优网-jyeoo），

∵二面角A﹣EF﹣C是直二面角，

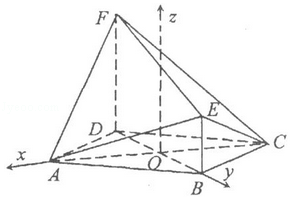
∴菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo+9=0，解得a=菁优网-jyeoo，

∵BE⊥平面ABCD，

∴∠BAE是直线AE与平面ABCD所成的角，

∴AB=菁优网-jyeoo=2，∴tan菁优网-jyeoo．

∴直线AE与平面ABCD所成角的正切值为菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查面面垂直的证明，考查线面角的正切值的求法，考查推理论证能力、运算求解能力、空间想象能力，考查等价转化思想、数形结合思想，是中档题．

20．（2017•晋中二模）已知椭圆C：菁优网-jyeoo的左右焦点与其短轴的一个端点是正三角形的三个顶点，点D菁优网-jyeoo在椭圆C上，直线l：y=kx+m与椭圆C相交于A、P两点，与x轴、y轴分别相交于点N和M，且PM=MN，点Q是点P关于x轴的对称点，QM的延长线交椭圆于点B，过点A、B分别作x轴的垂涎，垂足分别为A1、B1

（1）求椭圆C的方程；

（2）是否存在直线l，使得点N平分线段A1B1？若存在，求求出直线l的方程，若不存在，请说明理由．

【考点】直线与椭圆的位置关系．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；综合法；圆锥曲线中的最值与范围问题．

【分析】（1）由椭圆的左右焦点与其短轴的一个端点是正三角形的三个顶点，点D菁优网-jyeoo在椭圆C上，列出方程组，求出a，b，由此能求出椭圆C的方程．

（2）假设存在这样的直线l：y=kx+m，则直线QM的方程为y=﹣3kx+m，由，得（3+4k2）x2+8kmx+4（m2﹣3）=0，由，得（3+36k2）x2﹣24kmx+4（m2﹣3）=0，由此利用根的判别式、韦达定理、中点坐标公式，结合已知条件，能求出直线l的方程．

【解答】解：（1）∵椭圆C：菁优网-jyeoo的左右焦点与其短轴的一个端点是正三角形的三个顶点，点D菁优网-jyeoo在椭圆C上，

∴由题意得，解得a2=4，b2=3，

∴椭圆C的方程为菁优网-jyeoo．

（2）假设存在这样的直线l：y=kx+m，∴M（0，m），N（﹣菁优网-jyeoo，0），

∵PM=MN，∴P（菁优网-jyeoo，2m），Q（菁优网-jyeoo），

∴直线QM的方程为y=﹣3kx+m，

设A（x1，y1），由，得（3+4k2）x2+8kmx+4（m2﹣3）=0，

∴菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo，

设B（x2，y2），由，得（3+36k2）x2﹣24kmx+4（m2﹣3）=0，

∴x2+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，∴x2=﹣菁优网-jyeoo，

∵点N平分线段A1B1，∴菁优网-jyeoo，

∴﹣菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，∴k=菁优网-jyeoo，

∴P（±2m，2m），∴菁优网-jyeoo，解得m=菁优网-jyeoo，

∵|m|=菁优网-jyeoo＜b=菁优网-jyeoo，∴△＞0，符合题意，

∴直线l的方程为y=菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查椭圆方程的求法，考查满足条件的直线方程是否存在的探究与求法，考查推理谁论证能力、数据处理能力、运算求解能力，考查转化思想、化归思想，是中档题．

21．（2017•太原一模）已知函数f（x）=2lnx+ax﹣菁优网-jyeoo（a∈R）在x=2处的切线经过点（﹣4，2ln2）

（1）讨论函数f（x）的单调性

（2）若不等式菁优网-jyeoo恒成立，求实数m的取值范围．

【考点】利用导数求闭区间上函数的最值；利用导数研究函数的单调性．菁优网版权所有

【专题】转化思想；转化法；导数的综合应用．

【分析】（1）求导，当x=2时，代入f′（x），即可求得a=﹣1，求得点斜式方程，将（﹣4，2ln2）代入点斜式方程，即可求得f′（2），即可求得函数f（x）的单调区间；

（2）由题意可知菁优网-jyeoo（2lnx+菁优网-jyeoo）＞m，构造辅助函数，求导，根据函数的单调性及零点性质，求得菁优网-jyeoo（2lnx+菁优网-jyeoo）最小值，即可求得实数m的取值范围．

【解答】解：（1）由f（x）=2lnx+ax﹣菁优网-jyeoo（a∈R），求导f′（x）=菁优网-jyeoo+a+菁优网-jyeoo，

当x=2时，f′（2）=1+a+f′（2），

∴a=﹣1，

设切点为（2，2ln2+2a﹣2f′（2）），则切线方程y﹣（2ln2+2a﹣2f′（2））=f′（2）（x﹣2），

将（﹣4，2ln2）代入切线方程，2ln2﹣2ln2﹣2a+2f′（2））=﹣6f′（2），则f′（2）=﹣菁优网-jyeoo，

∴f′（x）=菁优网-jyeoo﹣1﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo≤0，

∴f（x）在（0，+∞）单调递减；

（2）由不等式菁优网-jyeoo恒成立，则菁优网-jyeoo（2lnx+菁优网-jyeoo）＞m，

令φ（x）=2lnx+菁优网-jyeoo，（x＞0）求导φ′（x）=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo﹣1=﹣（菁优网-jyeoo﹣1）2≤0，

∴φ（x）在（0，+∞）单调递减，

由φ（1）=0，

则当0＜x＜1时，φ（x）＞0，

当x＞1时，φ（x）＜0，

∴菁优网-jyeoo（2lnx+菁优网-jyeoo）在（0，+∞）恒大于0，

∴m≤0，

实数m的取值范围（﹣∞，0]．

【点评】本题考查导数的综合应用，考查利用导数求函数的单调性及最值，函数的零点定理，考查转化思想，属于中档题．

**四、解答题（共1小题，满分10分）**

22．（10分）（2017•太原一模）在直角坐标系xOy中，曲线C1的参数方程为菁优网-jyeoo，（其中φ为参数），曲线菁优网-jyeoo，以原点O为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系，射线l：θ=α（ρ≥0）与曲线C1，C2分别交于点A，B（均异于原点O）

（1）求曲线C1，C2的极坐标方程；

（2）当菁优网-jyeoo时，求|OA|2+|OB|2的取值范围．

【考点】参数方程化成普通方程；简单曲线的极坐标方程．菁优网版权所有

【专题】选作题；转化思想；演绎法；坐标系和参数方程．

【分析】（1）求出普通方程，再求曲线C1，C2的极坐标方程；

（2）当菁优网-jyeoo时，由（1）得菁优网-jyeoo，|OB|2=ρ2=4sin2α，即可求|OA|2+|OB|2的取值范围．

【解答】解：（1）∵菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo，

由菁优网-jyeoo得曲线C1的极坐标方程为菁优网-jyeoo，

∵x2+y2﹣2y=0，∴曲线C2的极坐标方程为ρ=2sinθ；

（2）由（1）得菁优网-jyeoo，|OB|2=ρ2=4sin2α，

∴菁优网-jyeoo

∵菁优网-jyeoo，∴1＜1+sin2α＜2，∴菁优网-jyeoo，

∴|OA|2+|OB|2的取值范围为（2，5）．

【点评】本题考查三种方程的转化，考查参数方程的运用，考查学生的计算能力，属于中档题．

**五、解答题（共1小题，满分0分）**

23．（2017•晋中二模）已知函数菁优网-jyeoo

（1）若不等式f（x）﹣f（x+m）≤1恒成立，求实数m的最大值；

（2）当a＜菁优网-jyeoo时，函数g（x）=f（x）+|2x﹣1|有零点，求实数a的取值范围．

【考点】绝对值三角不等式；函数零点的判定定理．菁优网版权所有

【专题】选作题；转化思想；演绎法；不等式．

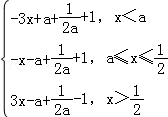
【分析】（1）若不等式f（x）﹣f（x+m）≤1恒成立，利用f（x）﹣f（x+m）=|x﹣a|﹣|x+m﹣a|≤|m|，求实数m的最大值；

（2）当a＜菁优网-jyeoo时，函数g（x）=f（x）+|2x﹣1|有零点，菁优网-jyeoo，可得菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo，即可求实数a的取值范围．

【解答】解：（1）∵菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo，

∴f（x）﹣f（x+m）=|x﹣a|﹣|x+m﹣a|≤|m|，

∴|m|≤1，∴﹣1≤m≤1，∴实数m的最大值为1；

（2）当菁优网-jyeoo时，菁优网-jyeoo=

∴菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo，

∴实数a的取值范围是菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查绝对值不等式的运用，考查分段函数，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．