**2017年山西省晋中市理科数学一模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）**

1．（5分）（2017•晋中一模）设U=R，A={﹣3，﹣2，﹣1，0，1，2}，B={x|x≥1}，则A∩∁UB=（　　）

A．{1，2} B．{﹣1，0，1，2} C．{﹣3，﹣2，﹣1，0} D．{2}

【考点】交、并、补集的混合运算．菁优网版权所有

【专题】计算题；集合思想；定义法；集合．

【分析】根据补集与交集的定义，写出∁UB与A∩∁UB即可．

【解答】解：因为全集U=R，集合B={x|x≥1}，

所以∁UB={x|x＜1}=（﹣∞，1），

且集合A={﹣3，﹣2，﹣1，0，1，2}，

所以A∩∁UB={﹣3，﹣2，﹣1，0}

故选：C

【点评】本题考查了集合的定义与计算问题，是基础题目．

2．（5分）（2017•晋中一模）在复平面中，复数菁优网-jyeoo+i4对应的点在（　　）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

【考点】复数的代数表示法及其几何意义．菁优网版权所有

【专题】转化思想；数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的运算法则、几何意义即可得出．

【解答】解：复数菁优网-jyeoo+i4=菁优网-jyeoo+1=菁优网-jyeoo+1=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeooi对应的点（菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo）在第四象限．

故选：D．

【点评】本题考查了复数的运算法则、几何意义，考查了推理能力 与计算能力，属于基础题．

3．（5分）（2017•晋中一模）在△ABC中，角A，B，C的对边分别为a、b、c，则“sinA＞sinB”是“a＞b”的（　　）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

【考点】必要条件、充分条件与充要条件的判断．菁优网版权所有

【专题】计算题；对应思想；定义法；简易逻辑．

【分析】在三角形中，结合正弦定理，利用充分条件和必要条件的定义进行判断．

【解答】解：在三角形中，若a＞b，由正弦定理菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，得sinA＞sinB．

若sinA＞sinB，则正弦定理菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，得a＞b，

则“sinA＞sinB”是“a＞b”的充要条件．

故选：C

【点评】本题主要考查了充分条件和必要条件的应用，利用正弦定理确定边角关系，是解决本题的关键．．

4．（5分）（2017•晋中一模）若sin（π﹣α）=菁优网-jyeoo，且菁优网-jyeoo≤α≤π，则sin2α的值为（　　）

A．﹣菁优网-jyeoo B．﹣菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】二倍角的正弦．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；转化法；三角函数的求值．

【分析】由已知利用诱导公式可求sinα，利用同角三角函数基本关系式可求cosα，进而利用二倍角正弦函数公式即可计算得解．

【解答】解：∵sin（π﹣α）=菁优网-jyeoo，

∴sinα=菁优网-jyeoo，

又∵菁优网-jyeoo≤α≤π，

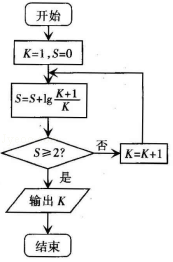
∴cosα=﹣菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，

∴sin2α=2sinαcosα=2×菁优网-jyeoo（﹣菁优网-jyeoo）=﹣菁优网-jyeoo．

故选：A．

【点评】本题主要考查了诱导公式，同角三角函数基本关系式，二倍角正弦函数公式在三角函数化简求值中的应用，考查了计算能力和转化思想，属于基础题．

5．（5分）（2017•晋中一模）执行如图的程序框图，则输出K的值为（　　）



A．98 B．99 C．100 D．101

【考点】程序框图．菁优网版权所有

【专题】计算题；图表型；试验法；算法和程序框图．

【分析】模拟程序的运行，依次写出每次循环得到的K，S的值，观察规律，可得当K=99，S=2，满足条件S≥2，退出循环，输出K的值为99，从而得解．

【解答】解：模拟程序的运行，可得

K=1，S=0

S=lg2

不满足条件S≥2，执行循环体，K=2，S=lg2+lg菁优网-jyeoo=lg3

不满足条件S≥2，执行循环体，K=3，S=lg3+lg菁优网-jyeoo=lg4

…

观察规律，可得：

不满足条件S≥2，执行循环体，K=99，S=lg99+lg菁优网-jyeoo=lg100=2

满足条件S≥2，退出循环，输出K的值为99．

故选：B．

【点评】本题主要考查了循环结构的程序框图，正确判断退出循环的条件是解题的关键，属于基础题．

6．（5分）（2017•晋中一模）李冶（1192﹣1279），真定栾城（今属河北石家庄市）人，金元时期的数学家、诗人、晚年在封龙山隐居讲学，数学著作多部，其中《益古演段》主要研究平面图形问题：求圆的直径，正方形的边长等，其中一问：现有正方形方田一块，内部有一个圆形水池，其中水池的边缘与方田四边之间的面积为13.75亩，若方田的四边到水池的最近距离均为二十步，则圆池直径和方田的边长分别是（注：240平方步为1亩，圆周率按3近似计算）（　　）

A．10步、50步 B．20步、60步 C．30步、70步 D．40步、80步

【考点】三角形中的几何计算．菁优网版权所有

【专题】应用题；方程思想；转化法．

【分析】根据水池的边缘与方田四边之间的面积为13.75亩，即方田面积减去水池面积为13.75亩，方田的四边到水池的最近距离均为二十步，设圆池直径为m，方田边长为40步+m．从而建立关系求解即可．

【解答】解：由题意，设圆池直径为m，方田边长为40步+m．

方田面积减去水池面积为13.75亩，

∴（40+m）2﹣菁优网-jyeoo=13.75×240．

解得：m=20．

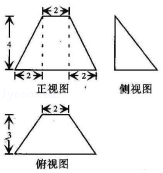
即圆池直径20步

那么：方田边长为40步+20步=60步．

故选B．

【点评】本题考查了对题意的理解和关系式的建立．读懂题意是关键，属于基础题．

7．（5分）（2017•晋中一模）某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是（　　）



A．16 B．20 C．52 D．60

【考点】由三视图求面积、体积．菁优网版权所有

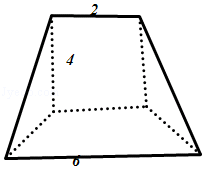
【专题】计算题；转化思想；综合法；空间位置关系与距离．

【分析】由三视图得到几何体为三棱柱与三棱锥的组合体，根据图中数据，计算体积即可．

【解答】解：由题意，几何体为三棱柱与三棱锥的组合体，如图

体积为菁优网-jyeoo=20；

故选B．



【点评】本题考查了由几何体的三视图求几何体的体积；关键是正确还原几何体，利用三视图的数据求体积．

8．（5分）（2017•晋中一模）已知函数f（x）=sin（2x+菁优网-jyeoo），f′（x）是f（x）的导函数，则函数y=2f（x）+f′（x）的一个单调递减区间是（　　）

A．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] B．[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] C．[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] D．[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]

【考点】利用导数研究函数的单调性；正弦函数的单调性．菁优网版权所有

【专题】计算题；方程思想；转化思想；导数的综合应用．

【分析】求出函数的导数，利用两角和与差的三角函数化简函数为一个角的一个三角函数的形式，利用三角函数的单调性求解函数的求解函数单调减区间．

【解答】解：函数f（x）=sin（2x+菁优网-jyeoo），f′（x）是f（x）的导函数，

则函数y=2f（x）+f′（x）=2sin（2x+菁优网-jyeoo）+2cos（2x+菁优网-jyeoo）

=菁优网-jyeoosin（2x+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）=2菁优网-jyeoosin（2x+菁优网-jyeoo），

由2kπ+菁优网-jyeoo≤2x+菁优网-jyeoo≤2kπ+菁优网-jyeoo，k∈Z，

可得：kπ+菁优网-jyeoo≤x≤kπ+菁优网-jyeoo，k∈Z，

所以函数的一个单调减区间为：[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]．

故选：A．

【点评】本题考查函数的导数的应用，三角函数的化简以及单调区间的求法，考查转化思想以及计算能力．

9．（5分）（2017•晋中一模）若a=2菁优网-jyeoo（x+|x|）dx，则在菁优网-jyeoo的展开式中，x的幂指数不是整数的项共有（　　）

A．13项 B．14项 C．15项 D．16项

【考点】二项式系数的性质．菁优网版权所有

【专题】方程思想；转化思想；导数的综合应用；二项式定理．

【分析】a=2菁优网-jyeoo（x+|x|）dx=菁优网-jyeoo+2菁优网-jyeoo=18．再利用通项公式即可得出．

【解答】解：a=2菁优网-jyeoo（x+|x|）dx=菁优网-jyeoo+2菁优网-jyeoo=18．

则在菁优网-jyeoo的通项公式：Tr+1=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=（﹣1）r菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo．（r=0，1，2，…，18）．

只有r=0，6，12，18时x的幂指数是整数，因此x的幂指数不是整数的项共有19﹣4=15．

故选：C．

【点评】本题考查了二项式定理的通项公式、微积分基本定理，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

10．（5分）（2017•晋中一模）在平面直角坐标系中，不等式组（r为常数）表示的平面区域的面积为π，若x，y满足上述约束条件，则z=菁优网-jyeoo的最小值为（　　）

A．﹣1 B．﹣菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．﹣菁优网-jyeoo

【考点】简单线性规划．菁优网版权所有

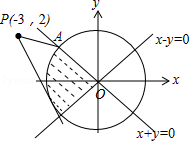
【专题】计算题；转化思想；数形结合法；不等式．

【分析】由约束条件作出可行域，由z=菁优网-jyeoo=1+菁优网-jyeoo，而菁优网-jyeoo的几何意义为可行域内的动点与定点P（﹣3，2）连线的斜率．结合直线与圆的位置关系求得答案．

【解答】解：∵不等式组（r为常数）表示的平面区域的面积为π，

∴圆x2+y2=r2的面积为4π，则r=2．

由约束条件作出可行域如图，



z=菁优网-jyeoo=1+菁优网-jyeoo，

而菁优网-jyeoo的几何意义为可行域内的动点与定点P（﹣3，2）连线的斜率．

设过P的圆的切线的斜率为k，则切线方程为y﹣2=k（x+3），即kx﹣y+3k+2=0．

由菁优网-jyeoo，解得k=0或k=﹣菁优网-jyeoo．

∴z=菁优网-jyeoo的最小值为1﹣菁优网-jyeoo．

故选：D．

【点评】本题考查简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法和数学转化思想方法，是中档题．

11．（5分）（2017•晋中一模）已知双曲线菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=1（a＞0，b＞0）的左、右焦点分别为F1、F2，过点F1且垂直于x轴的直线与该双曲线的左支交于A、B两点，AF2、BF2分别交y轴于P、Q两点，若△PQF2的周长为12，则ab取得最大值时该双曲线的离心率为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．2菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】双曲线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】由题意，△ABF2的周长为24，利用双曲线的定义，可得菁优网-jyeoo=24﹣4a，进而转化，利用导数的方法，即可得出结论．

【解答】解：由题意，△ABF2的周长为24，

∵|AF2|+|BF2|+|AB|=24，

∵|AF2|+|BF2|﹣|AB|=4a，|AB|=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo=24﹣4a，∴b2=a（6﹣a），

∴y=a2b2=a3（6﹣a），∴y′=2a2（9﹣2a），

0＜a＜4.5，y′＞0，a＞4.5，y′＜0，

∴a=4.5时，y=a2b2取得最大值，此时ab取得最大值，b=菁优网-jyeoo，

∴c=3菁优网-jyeoo，

∴e=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选：D．

【点评】本题考查双曲线的定义，考查导数知识的运用，考查学生分析解决问题的能力，知识综合性强．

12．（5分）（2017•晋中一模）已知函数f（x）=e2x﹣ax2+bx﹣1，其中a，b∈R，e为自然对数的底数，若f（1）=0，f′（x）是f（x）的导函数，函数f′（x）在区间（0，1）内有两个零点，则a的取值范围是（　　）

A．（e2﹣3，e2+1） B．（e2﹣3，+∞） C．（﹣∞，2e2+2） D．（2e2﹣6，2e2+2）

【考点】利用导数研究函数的极值；函数零点的判定定理．菁优网版权所有

【专题】数形结合；数形结合法；导数的综合应用．

【分析】利用f（1）=0得出a，b的关系，根据f′（x）=0有两解可知y=2e2x与y=2ax+a+1﹣e2的函数图象在（0，1）上有两个交点，做出两函数图象，根据图象判断a的范围．

【解答】解：∵f（1）=0，∴e2﹣a﹣b﹣1=0，即b=e2﹣a﹣1，

∴f（x）=e2x﹣ax2+（e2﹣a﹣1）x﹣1，

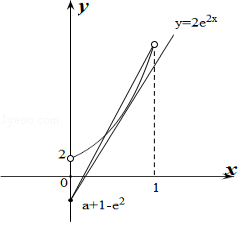
∴f′（x）=2e2x﹣2ax+e2﹣a﹣1，

令f′（x）=0得2e2x=2ax+a+1﹣e2，

∵函数f′（x）在区间（0，1）内有两个零点，

∴y=2e2x与y=2ax+a+1﹣e2的函数图象在（0，1）上有两个交点，

作出y=2e2x与y=2ax+a+1﹣e2的函数图象，如图所示：



当a+1﹣e2≥2即a≥e2+1时，直线y=2ax与y=2e2x最多只有1个交点，不符合题意；

∴a+1﹣e2＜2，即a＜e2+1，

排除B，C，D．

故选A．

【点评】本题考查的知识点是函数零点与函数图象的关系，转化思想，分类说讨论思想，中档题．

**二、填空题（本小题共4小题，每小题5分，共20分）**

13．（5分）（2017•晋中一模）设样本数据x1，x2，…，x2017的方差是4，若yi=2xi﹣1（i=1，2，…，2017），则y1，y2，…y2017的方差为　16　．

【考点】极差、方差与标准差．菁优网版权所有

【专题】计算题；方程思想；概率与统计．

【分析】根据题意，设数据x1，x2，…，x2017的平均数为菁优网-jyeoo，由方差公式可得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo[（x1﹣菁优网-jyeoo ）2+（x2﹣菁优网-jyeoo ）2+（x3﹣菁优网-jyeoo ）2+…+（x2017﹣菁优网-jyeoo ）2]=4，进而对于数据yi=2xi﹣1，可以求出其平均数，进而由方差公式计算可得答案．

【解答】解：根据题意，设样本数据x1，x2，…，x2017的平均数为菁优网-jyeoo，

又由其方差为4，则有菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo[（x1﹣菁优网-jyeoo ）2+（x2﹣菁优网-jyeoo ）2+（x3﹣菁优网-jyeoo ）2+…+（x2017﹣菁优网-jyeoo ）2]=4，

对于数据yi=2xi﹣1（i=1，2，…，2017），

其平均数菁优网-jyeoo=（y1+y2+…+y2017）=[（2x1﹣1）+（2x2﹣1）+…+（2x2017﹣1）]=2菁优网-jyeoo﹣1，

其方差菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo[（y1﹣菁优网-jyeoo ）2+（y2﹣菁优网-jyeoo ）2+（y3﹣菁优网-jyeoo ）2+…+（y2017﹣菁优网-jyeoo ）2]

=菁优网-jyeoo[（x1﹣菁优网-jyeoo ）2+（x2﹣菁优网-jyeoo ）2+（x3﹣菁优网-jyeoo ）2+…+（x2017﹣菁优网-jyeoo ）2]=16，

故答案为：16．

【点评】本题考查数据的方差计算，关键是掌握方差的计算公式．

14．（5分）（2017•晋中一模）在平面内将点A（2，1）绕原点按逆时针方向旋转菁优网-jyeoo，得到点B，则点B的坐标为　（﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）　．

【考点】两角和与差的余弦函数．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；数形结合法；三角函数的求值．

【分析】AC⊥x轴于C点，BD⊥x轴于D点，由点A的坐标得到AC，OC，可求sin∠AOC，cos∠AOC，再根据旋转的性质得到∠BOC=∠AOC+菁优网-jyeoo，OA=OB，利用两角和的正弦函数，余弦函数公式即可得到B点坐标．

【解答】解：如图，作AC⊥x轴于C点，BD⊥x轴于D点，

∵点A的坐标为（2，1），

∴AC=1，OC=2，

∴OA=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴sin∠AOC=菁优网-jyeoo，cos∠AOC=菁优网-jyeoo，

∵OA绕原点按逆时针方向旋转菁优网-jyeoo得OB，

∴∠AOB=菁优网-jyeoo，OA=OB=菁优网-jyeoo，

∴∠BOC=∠AOC+菁优网-jyeoo，

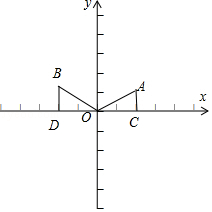
∴sin∠BOC=sin（∠AOC+菁优网-jyeoo）=sin∠AOCcos菁优网-jyeoo+cos∠AOCsin菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo×（﹣菁优网-jyeoo）+菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

cos∠BOC=cos（∠AOC+菁优网-jyeoo）=cos∠AOCcos菁优网-jyeoo﹣sin∠AOCsin菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo×（﹣菁优网-jyeoo）﹣菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，

∴DB=OBsin∠BOC=菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，OD=OBcos∠BOC=菁优网-jyeoo×（﹣菁优网-jyeoo）=﹣菁优网-jyeoo，

∴B点坐标为：（﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）．

故答案为：（﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）．



【点评】本题考查了坐标与图形变化﹣旋转：把点旋转的问题转化为直角三角形旋转的问题，根据直角三角形的性质确定点的坐标．也考查了两角和与差的正弦函数公式的应用，考查了数形结合思想，属于中档题．

15．（5分）（2017•晋中一模）设二面角α﹣CD﹣β的大小为45°，A点在平面α内，B点在CD上，且∠ABC=45°，则AB与平面β所成角的大小为　30°　．

【考点】直线与平面所成的角．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；空间角．

【分析】先根据题意画出相应的图形，然后找出AB与面β的所成角，在直角三角形ABD中进行求解即可．

【解答】解：根据题意先画出图形作AD⊥β交面β于D，

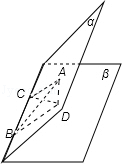
由题意可知∠ABC=45°，∠ACD=45°，

设AD=1，则CD=1，AC=菁优网-jyeoo，BC=菁优网-jyeoo，AB=2，

而AD=1，三角形ABD为直角三角形，

∴∠ABD=30°．

故答案为：30°．



【点评】本题主要考查了直线与平面所成角的度量，解题的关键是通过题意画出相应的图形，属于中档题．

16．（5分）（2017•晋中一模）非零向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo的夹角为菁优网-jyeoo，且满足|菁优网-jyeoo|=λ|菁优网-jyeoo|（λ＞0），向量组菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo由一个菁优网-jyeoo和两个菁优网-jyeoo排列而成，向量组菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo由两个菁优网-jyeoo和一个菁优网-jyeoo排列而成，若菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo所有可能值中的最小值为4菁优网-jyeoo2，则λ=　菁优网-jyeoo　．

【考点】平面向量数量积的运算；数量积表示两个向量的夹角．菁优网版权所有

【专题】对应思想；综合法；平面向量及应用；排列组合．

【分析】列出向量组的所有排列，计算所有可能的值，根据最小值列出不等式组解出．

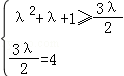
【解答】解：菁优网-jyeoo=|菁优网-jyeoo|×λ|菁优网-jyeoo|×cos菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo2，菁优网-jyeoo=λ2菁优网-jyeoo2，

向量组菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo共有3种情况，即（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），（菁优网-jyeoo），（菁优网-jyeoo），

向量组菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo共有3种情况，即（菁优网-jyeoo），（菁优网-jyeoo），（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），

∴菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo所有可能值有2种情况，即菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=（λ2+λ+1）菁优网-jyeoo，3菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，

∵菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo所有可能值中的最小值为4菁优网-jyeoo2，

∴菁优网-jyeoo或．

解得λ=菁优网-jyeoo．

故答案为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了平面向量的数量积运算，属于中档题．

**三、解答题（本题共6题，70分）**

17．（12分）（2017•晋中一模）已知等差数列{an}的前n项和为Sn，若Sm﹣1=﹣4，Sm=0，Sm+2=14（m≥2，且m∈N\*）．

（1）求m的值；

（2）若数列{bn}满足菁优网-jyeoo=logabn（n∈N\*），求数列{（an+6）•bn}的前n项和．

【考点】数列的求和；等差数列的性质．菁优网版权所有

【专题】对应思想；综合法；等差数列与等比数列．

【分析】（1）计算am，am+1+am+2，利用等差数列的性质计算公差d，再代入求和公式计算m；

（2）求出an，bn，得出数列{（an+6）•bn}的通项公式，利用错位相减法计算．

【解答】解：（1）∵Sm﹣1=﹣4，Sm=0，Sm+2=14，

∴am=Sm﹣Sm﹣1=4，am+1+am+2=Sm+2﹣Sm=14．

设{an}的公差为d，则2am+3d=14，∴d=2．

∵Sm=菁优网-jyeoo=0，∴a1=﹣am=﹣4．

∴am=a1+（m﹣1）d=﹣4+2（m﹣1）=4，

∴m=5．

（2）由（1）可得an=﹣4+2（n﹣1）=2n﹣6．

∵菁优网-jyeoo=logabn，即n﹣3=logabn，

∴bn=an﹣3，

∴（an+6）•bn=2n•an﹣3，

设数列{（an+6）•bn}的前n项和为Tn，

则Tn=2•a﹣2+4•a﹣1+6•a0+8•a+…+2n•an﹣3，①

∴aTn=2•a﹣1+4•a0+6•a+8•a2+…+2n•an﹣2，②

①﹣②得：

（1﹣a）Tn=2a﹣2+2a﹣1+2a0+2a+…+2an﹣3﹣2n•an﹣2，

=菁优网-jyeoo﹣2n•an﹣2

=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，

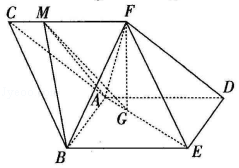
∴Tn=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了等差数列，等比数列的性质，数列求和，属于中档题．

18．（12分）（2017•晋中一模）如图，三棱柱ABC﹣DEF中，侧面ABED是边长为2的菱形，且∠ABE=菁优网-jyeoo，BC=菁优网-jyeoo，四棱锥F﹣ABED的体积为2，点F在平面ABED内的正投影为G，且G在AE上，点M是在线段CF上，且CM=菁优网-jyeooCF．

（Ⅰ）证明：直线GM∥平面DEF；

（Ⅱ）求二面角M﹣AB﹣F的余弦值．



【考点】二面角的平面角及求法；直线与平面平行的判定．菁优网版权所有

【专题】综合题；数形结合；向量法；立体几何．

【分析】（Ⅰ）由四棱锥锥F﹣ABED的体积为2求出FG，进一步求得EG，可得点G是靠近点A的四等分点．过点G作GK∥AD交DE于点K，可得GK=菁优网-jyeoo．又MF=菁优网-jyeoo，得到MF=GK且MF∥GK．则四边形MFKG为平行四边形，从而得到GM∥FK，进一步得到直线GM∥平面DEF；

（Ⅱ）设AE、BD的交点为O，OB所在直线为x轴，OE所在直线为y轴，点O作平面ABED的垂线为z轴，建立空间直角坐标系，求出平面ABM，ABF的法向量，由两法向量所成角的余弦值得二面角M﹣AB﹣F的余弦值．

【解答】（Ⅰ）证明：∵四棱锥锥F﹣ABED的体积为2，

即VF﹣ABCD=菁优网-jyeoo，∴FG=菁优网-jyeoo．

又BC=EF=菁优网-jyeoo，∴EG=菁优网-jyeoo，即点G是靠近点A的四等分点．

过点G作GK∥AD交DE于点K，∴GK=菁优网-jyeoo．

又MF=菁优网-jyeoo，∴MF=GK且MF∥GK．

四边形MFKG为平行四边形，

∴GM∥FK，

∴直线GM∥平面DEF；

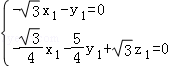
（Ⅱ）设AE、BD的交点为O，OB所在直线为x轴，OE所在直线为y轴，

过点O作平面ABED的垂线为z轴，建立空间直角坐标系，如图所示：

A（0，﹣1，0），B（菁优网-jyeoo，0，0），F（0，﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），M（菁优网-jyeoo）．

菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

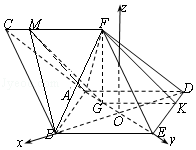
设平面ABM，ABF的法向量分别为菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

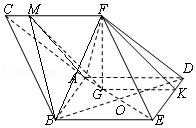
由菁优网-jyeoo，则，取y=﹣菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo，

同理求得菁优网-jyeoo．

∴cos＜菁优网-jyeoo＞=菁优网-jyeoo，

∴二面角M﹣AB﹣F的余弦值为菁优网-jyeoo．





【点评】本题考查线面平行的判定，考查了空间想象能力和思维能力，训练了利用空间向量求二面角的平面角，是中档题．

19．（12分）（2017•晋中一模）交强险是车主必须为机动车购买的险种．若普通6座以下私家车投保交强险第一年的费用（基准保费）统一为a元，在下一年续保时，实行的是费率浮动机制，保费与上一年度车辆发生道路交通事故的情况相联系，发生交通事故的次数越多，费率也就越高，具体浮动情况如表：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 交强险浮动因素和浮动费率比率表 | | |
|  | 浮动因素 | 浮动比率 |
| A1 | 上一个年度未发生有责任道路交通事故 | 下浮10% |
| A2 | 上两个年度未发生有责任道路交通事故 | 下浮20% |
| A3 | 上三个及以上年度未发生有责任道路交通事故 | 下浮30% |
| A4 | 上一个年度发生一次有责任不涉及死亡的道路交通事故 | 0% |
| A5 | 上一个年度发生两次及两次以上有责任道路交通事故 | 上浮10% |
| A6 | 上一个年度发生有责任道路交通死亡事故 | 上浮30% |

某机构为了研究某一品牌普通6座以下私家车的投保情况，随机抽取了60辆车龄已满三年的该品牌同型号私家车的下一年续保时的情况，统计得到了下面的表格：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 类型 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 |
| 数量 | 10 | 5 | 5 | 20 | 15 | 5 |

以这60辆该品牌车的投保类型的频率代替一辆车投保类型的概率，完成下列问题：

（Ⅰ）按照我国《机动车交通事故责任强制保险条例》汽车交强险价格的规定a=950．记X为某同学家的一辆该品牌车在第四年续保时的费用，求X的分布列与数学期望值；（数学期望值保留到个位数字）

（Ⅱ）某二手车销售商专门销售这一品牌的二手车，且将下一年的交强险保费高于基本保费的车辆记为事故车．假设购进一辆事故车亏损5000元，一辆非事故车盈利10000元：

①若该销售商购进三辆（车龄已满三年）该品牌二手车，求这三辆车中至多有一辆事故车的概率；

②若该销售商一次购进100辆（车龄已满三年）该品牌二手车，求他获得利润的期望值．

【考点】离散型随机变量的期望与方差；离散型随机变量及其分布列．菁优网版权所有

【专题】转化思想；概率与统计．

【分析】（Ⅰ）由题意可知X的可能取值为0.9a，0.8a，0.7a，a，1.1a，1.3a．由统计数据可知其概率及其分布列．

（II）①由统计数据可知任意一辆该品牌车龄已满三年的二手车为事故车的概率为菁优网-jyeoo，三辆车中至多有一辆事故车的概率为P=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo．

②设Y为该销售商购进并销售一辆二手车的利润，Y的可能取值为﹣5000，10000．即可得出分布列与数学期望．

【解答】解：（Ⅰ）由题意可知X的可能取值为0.9a，0.8a，0.7a，a，1.1a，1.3a．…（2分）

由统计数据可知：

P（X=0.9a）=菁优网-jyeoo，P（X=0.8a）=菁优网-jyeoo，P（X=0.7a）=菁优网-jyeoo，P（X=a）=菁优网-jyeoo，P（X=1.1a）=菁优网-jyeoo，

P（X=1.3a）=菁优网-jyeoo．

所以X的分布列为：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0.9a | 0.8a | 0.7a | a | 1.1a | 1.3a |
| P | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |

…（4分）

所以EX=0.9a×菁优网-jyeoo+0.8a×菁优网-jyeoo+0.7a×菁优网-jyeoo+a×菁优网-jyeoo+1.1a×菁优网-jyeoo+1.3a×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo≈942．（5分）

（Ⅱ） ①由统计数据可知任意一辆该品牌车龄已满三年的二手车为事故车的概率为菁优网-jyeoo，三辆车中至多有一辆事故车的概率为P=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．…（8分）

②设Y为该销售商购进并销售一辆二手车的利润，Y的可能取值为﹣5000，10000．

所以Y的分布列为：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Y | ﹣5000 | 10000 |
| P | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |

所以EY=﹣5000×菁优网-jyeoo+10000×菁优网-jyeoo=5000．…（10分）

所以该销售商一次购进100辆该品牌车龄已满三年的二手车获得利润的期望值为100EY=50万元．…（12分）

【点评】本题考查了随机变量的分布列与数学期望、相互独立与互斥事件的概率计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

20．（12分）（2017•晋中一模）设M、N、T是椭圆菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1上三个点，M、N在直线x=8上的摄影分别为M1、N1．

（Ⅰ）若直线MN过原点O，直线MT、NT斜率分别为k1，k2，求证k1k2为定值．

（Ⅱ）若M、N不是椭圆长轴的端点，点L坐标为（3，0），△M1N1L与△MNL面积之比为5，求MN中点K的轨迹方程．

【考点】椭圆的简单性质．菁优网版权所有

【专题】方程思想；综合法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（Ⅰ）设M（p，q），N（﹣p，﹣q），T（x0，y0），则h1h2=菁优网-jyeoo，

又菁优网-jyeoo即可得h1h2

（Ⅱ）设直线MN与x轴相交于点R（r，0），根据面积之比得r

即直线MN经过点F（2，0）．设M（x1，y1），N（x2，y2），K（x0，y0）

分①当直线MN垂直于x轴时，②当直线MN与x轴不垂直时，设MN的方程为y=k（x﹣2）

x0=菁优网-jyeoo．菁优网-jyeoo消去k，整理得（x0﹣1）2+菁优网-jyeoo=1（y0≠0）．

【解答】解：（Ⅰ）设M（p，q），N（﹣p，﹣q），T（x0，y0），则h1h2=菁优网-jyeoo，…（2分）

又菁优网-jyeoo两式相减得菁优网-jyeoo，

即h1h2=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，…（…（5分）

（Ⅱ）设直线MN与x轴相交于点R（r，0），s△MNL=菁优网-jyeoo×|r﹣3|•|yM﹣yN|

菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo|菁优网-jyeoo．

由于△M1N1L与△MNL面积之比为5且|yM﹣yN|=|菁优网-jyeoo，得

菁优网-jyeoo=5菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，r=4（舍去）或r=2．…（8分）

即直线MN经过点F（2，0）．设M（x1，y1），N（x2，y2），K（x0，y0）

①当直线MN垂直于x轴时，弦MN中点为F（2，0）；…（9分）

②当直线MN与x轴不垂直时，设MN的方程为y=k（x﹣2），则

联立菁优网-jyeoo．⇒（3+4k2）x2﹣16k2x+16k2﹣48=0

菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo．…（10分）

x0=菁优网-jyeoo．菁优网-jyeoo

消去k，整理得（x0﹣1）2+菁优网-jyeoo=1（y0≠0）．

综上所述，点K的轨迹方程为（x﹣1）2+菁优网-jyeoo=1（x＞0）．…（12分）

【点评】本题考查了轨迹方程的求法，及直线与椭圆的位置关系，属于中档题．

21．（12分）（2017•晋中一模）已知函数f（x）=mln（x+1），g（x）=菁优网-jyeoo（x＞﹣1）．

（Ⅰ）讨论函数F（x）=f（x）﹣g（x）在（﹣1，+∞）上的单调性；

（Ⅱ）若y=f（x）与y=g（x）的图象有且仅有一条公切线，试求实数m的值．

【考点】利用导数研究曲线上某点切线方程；利用导数研究函数的单调性．菁优网版权所有

【专题】转化思想；综合法；导数的综合应用．

【分析】（Ⅰ）求得F（x）的导数，讨论当m≤0时，当m＞0时，由导数大于0，可得增区间；导数小于0，可得减区间，注意定义域；

（Ⅱ）分别求出f（x），g（x）在切点处的斜率和切线方程，化为斜截式，可得y=f（x）与y=g（x）的图象有且仅有一条公切线等价为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（1），mln（a+1）﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（2），有唯一一对（a，b）满足这个方程组，且m＞0，消去a，得到b的方程，构造函数，求出导数和单调性，得到最值，即可得到a=b=0，公切线方程为y=x．

【解答】解：（Ⅰ）F′（x）=f′（x）﹣g′（x）

=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（x＞﹣1），

当m≤0时，F′（x）＜0，函数F（x）在（﹣1，+∞）上单调递减；…（2分）

当m＞0时，令F′（x）＜0，可得x＜﹣1+菁优网-jyeoo，函数F（x）在（﹣1，﹣1+菁优网-jyeoo）上单调递减；

F′（x）＞0，可得＞﹣1+菁优网-jyeoo，函数F（x）在（﹣1+菁优网-jyeoo，+∞）上单调递增．

综上所述，当m≤0时，F（x）的减区间是（﹣1，+∞）；

当m＞0时，F（x）的减区间是（﹣1，﹣1+菁优网-jyeoo），

增区间是（﹣1+菁优网-jyeoo，+∞）…（4分）

（Ⅱ）函数f（x）=mln（x+1）在点（a，mln（a+1））处的切线方程为y﹣mln（a+1）=菁优网-jyeoo（x﹣a），

即y=菁优网-jyeoox+mln（a+1）﹣菁优网-jyeoo，

函数g（x）=菁优网-jyeoo在点（b，菁优网-jyeoo）处的切线方程为y﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（x﹣b），

即y=菁优网-jyeoox+菁优网-jyeoo．

y=f（x）与y=g（x）的图象有且仅有一条公切线

所以菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（1），mln（a+1）﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（2），

有唯一一对（a，b）满足这个方程组，且m＞0…（6分）

由（1）得：a+1=m（b+1）2代入（2）消去a，整理得：

2mln（b+1）+菁优网-jyeoo+mlnm﹣m﹣1=0，关于b（b＞﹣1）的方程有唯一解…（8分）

令t（b）=2mln（b+1）+菁优网-jyeoo+mlnm﹣m﹣1，

t′（b）=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

方程组有解时，m＞0，所以t（b）在（﹣1，﹣1+菁优网-jyeoo）单调递减，在（﹣1+菁优网-jyeoo，+∞）上单调递增．

所以t（b）min=t（（﹣1+菁优网-jyeoo）=m﹣mlnm﹣1．

由b→+∞，t（b）→+∞；b→﹣1，t（b）→+∞，

只需m﹣mlnm﹣1=0…（10分）

令u（m）=m﹣mlnm﹣1，u′（m）=﹣lnm在m＞0为单减函数，

且m=1时，u′（m）=0，即u（m）min=u（1）=0，

所以m=1时，关于b的方程2mln（b+1）+菁优网-jyeoo+mlnm﹣m﹣1=0有唯一解．

此时a=b=0，公切线方程为y=x…（12分）

【点评】本题考查导数的运用：求切线的方程和单调性、极值和最值，考查分类讨论和转化思想的运用，以及构造函数法，考查化简整理的运算能力，属于难题．

**[选修4-4：坐标系与参数方程选讲]**

22．（10分）（2017•晋中一模）在平面直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为菁优网-jyeoo（a＞0，β为参数），以O为极点，x轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，直线l的极坐标方程ρcos（θ﹣菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo．

（Ⅰ）若曲线C与l只有一个公共点，求a的值；

（Ⅱ）A，B为曲线C上的两点，且∠AOB=菁优网-jyeoo，求△OAB的面积最大值．

【考点】参数方程化成普通方程；简单曲线的极坐标方程．菁优网版权所有

【专题】转化思想；参数法；坐标系和参数方程．

【分析】（Ⅰ）根据sin2β+cos2β=1消去β为参数可得曲线C的普通方程，根据ρcosθ=x，ρsinθ=y，ρ2=x2+y2，直线l的极坐标方程化为普通方程，曲线C与l只有一个公共点，即圆心到直线的距离等于半径，可得a的值．

（Ⅱ）利用极坐标方程的几何意义求解即可．

【解答】（Ⅰ）曲线C是以（a，0）为圆心，以a为半径的圆；

直线l的直角坐标方程为菁优网-jyeoo

由直线l与圆C只有一个公共点，则可得菁优网-jyeoo

解得：a=﹣3（舍）或a=1

所以：a=1．

（Ⅱ）由题意，曲线C的极坐标方程为ρ=2acosθ（a＞0）

设A的极角为θ，B的极角为菁优网-jyeoo

则：菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

∵cos菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

所以当菁优网-jyeoo时，菁优网-jyeoo取得最大值菁优网-jyeoo

∴△OAB的面积最大值为菁优网-jyeoo．

解法二：因为曲线C是以（a，0）为圆心，以a为半径的圆，且菁优网-jyeoo

由正弦定理得：菁优网-jyeoo，所以|AB=菁优网-jyeoo

由余弦定理得：|AB2=3a2=|0A|2+|OB|2﹣|OA||OB|≥|OA||OB|

则：菁优网-jyeoo≤菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

∴△OAB的面积最大值为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查参数方程、极坐标方程、普通方程的互化，以及应用，属于中档题

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•晋中一模）设函数f（x）=|x﹣1|﹣|2x+1|的最大值为m．

（1）作出函数f（x）的图象；

（2）若a2+2c2+3b2=m，求ab+2bc的最大值．

【考点】绝对值三角不等式．菁优网版权所有

【专题】选作题；转化思想；演绎法；不等式．

【分析】（1）分类讨论，作出函数f（x）的图象；

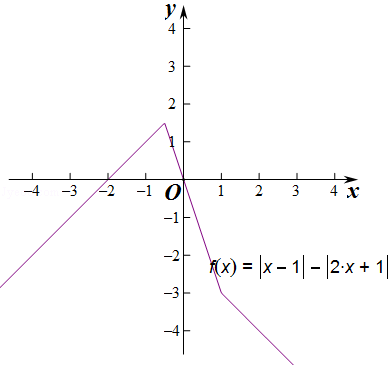
（2）求出函数的值域，即可求m的值，利用基本不等式求ab+2bc的最大值．

【解答】解：（1）当x≤﹣菁优网-jyeoo时，f（x）=（1﹣x）+2x+1=x+2；

当﹣菁优网-jyeoo＜x＜1时，f（x）=（1﹣x）﹣2x﹣1=﹣3x：

当x≥1时，f（x）=（x﹣1）﹣2x﹣1=﹣x﹣2，

函数f（x）的图象，如图所示

；

（2）由题意，当x=﹣菁优网-jyeoo时，f（x）取得最大值m=1.5，∴a2+2c2+3b2=1.5，

∴ab+2bc≤菁优网-jyeoo（a2+2c2+3b2）=菁优网-jyeoo，即ab+2bc的最大值为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查绝对值不等式，考查基本不等式的运用，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．