**2017年山西省太原市理科数学二模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共32分．在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的．**

1．（5分）（2017•太原二模）已知菁优网-jyeoo=（1+i）2（i为虚数单位），则复数z的共轭复数为（　　）

A．﹣菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeooi B．﹣菁优网-jyeoo+菁优网-jyeooi C．菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeooi D．菁优网-jyeoo+菁优网-jyeooi

【考点】A5：复数代数形式的乘除运算．

【专题】11 ：计算题；38 ：对应思想；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】把已知等式变形，然后利用复数代数形式的乘除运算化简，则答案可求．

【解答】解：由菁优网-jyeoo=（1+i）2，得菁优网-jyeoo．

∴菁优网-jyeoo．

故选：B．

【点评】本题考查复数代数形式的乘除运算，考查了复数的基本概念，是基础的计算题．

2．（5分）（2017•太原二模）已知全集U=R，A={0，1，2，3}，B={y|y=2x，x∈A}，则（∁UA）∩B=（　　）

A．（﹣∞，0）∪（3，+∞） B．{x|x＞3，x∈N} C．{4，8} D．[4，8]

【考点】1H：交、并、补集的混合运算．

【专题】11 ：计算题；37 ：集合思想；4O：定义法；5J ：集合．

【分析】根据全集U及A求出A的补集，找出A补集与B的交集即可．

【解答】解：全集U=R，A={0，1，2，3}，B={y|y=2x，x∈A}={1，2，4，8}，

∴（∁UA）∩B={4，8}，

故选：C

【点评】此题考查了交、并、补集的混合运算，熟练掌握各自的定义是解本题的关键．

3．（5分）（2017•太原二模）已知菁优网-jyeoo=（2，1），菁优网-jyeoo=（﹣1，1），则菁优网-jyeoo在菁优网-jyeoo方向上的投影为（　　）

A．﹣菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．﹣菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】9R：平面向量数量积的运算．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；41 ：向量法；5A ：平面向量及应用．

【分析】根据条件即可求出菁优网-jyeoo及菁优网-jyeoo的值，而菁优网-jyeoo在菁优网-jyeoo方向上的投影计算公式为菁优网-jyeoo，从而求出该投影的值．

【解答】解：菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo；

∴菁优网-jyeoo在菁优网-jyeoo方向上的投影为：

菁优网-jyeoo．

故选A．

【点评】考查投影的定义，投影的计算公式，向量数量积的坐标运算．

4．（5分）（2017•太原二模）已知Sn是等差数列an的前n项和，且S3=2a1，则下列结论错误的是（　　）

A．a4=0 B．S4=S3 C．S7=0 D．an是递减数列

【考点】85：等差数列的前n项和．

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】设等差数列{an}的公差为d．由S3=2a1，可得：a1+a2+a3═3a1+3d=2a1，可得a1=﹣3d．利用通项公式与求和公式即可判断出A，B，C的正误．由于无法判断d的正负，因此无法判断等差数列{an}的单调性，即可判断出D的正误．

【解答】解：设等差数列{an}的公差为d．

由S3=2a1，可得：a1+a2+a3═3a1+3d=2a1，可得a1=﹣3d．

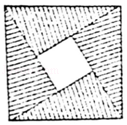
则a4=﹣3d+3d=0，S4=S3，S7=菁优网-jyeoo=7a4=0，因此A，B，C正确．

由于无法判断d的正负，因此无法判断等差数列{an}的单调性，因此D错误．

故选：D．

【点评】本题考查了等差数列的通项公式与求和公式及其性质，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

5．（5分）（2017•太原二模）如图，“赵爽弦图”是由四个全等的直角三角形（阴影部分）围成一个大正方形，中间空出一个小正方形组成的图形，若在大正方形内随机取一点，该点落在小正方形的概率为菁优网-jyeoo，则图中直角三角形中较大锐角的正弦值为（　　）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】CE：模拟方法估计概率．

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5I ：概率与统计．

【分析】求出四个全等的直角三角形的三边的关系，从而求出sinθ的值即可．

【解答】解：在大正方形内随机取一点，这一点落在小正方形的概率为菁优网-jyeoo，

不妨设大正方形面积为5，小正方形面积为1，

∴大正方形边长为菁优网-jyeoo，小正方形的边长为1．

∴四个全等的直角三角形的斜边的长是菁优网-jyeoo，

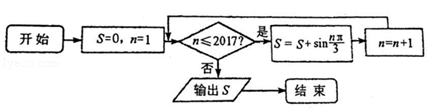
较短的直角边的长是1，较长的直角边的长是2，

故sinθ=菁优网-jyeoo，

故选：B．

【点评】本题考查了几何概型问题，考查三角函数问题，是一道基础题．

6．（5分）（2017•太原二模）执行如图的程序框图，则输出的S=（　　）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．﹣菁优网-jyeoo D．0

【考点】EF：程序框图．

【专题】11 ：计算题；27 ：图表型；4B ：试验法；5K ：算法和程序框图．

【分析】模拟程序的运行，依次写出前几次循环得到的S，n的值，观察规律可知，S的取值以6为最小正周期循环，由于2017=336×6+1，可得：n=2018时不满足条件n≤2017，退出循环，输出S的值为菁优网-jyeoo．

【解答】解：模拟程序的运行，可得

S=0，n=1

满足条件n≤2017，执行循环体，S=菁优网-jyeoo，n=2

满足条件n≤2017，执行循环体，S=菁优网-jyeoo，n=3

满足条件n≤2017，执行循环体，S=菁优网-jyeoo，n=4

满足条件n≤2017，执行循环体，S=菁优网-jyeoo，n=5

满足条件n≤2017，执行循环体，S=0，n=6

满足条件n≤2017，执行循环体，S=0，n=7

满足条件n≤2017，执行循环体，S=菁优网-jyeoo，n=8

…

观察规律可知，S的取值以6为最小正周期循环，

由于2017=336×6+1，

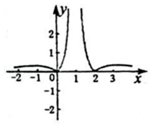
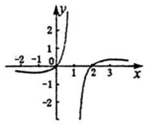
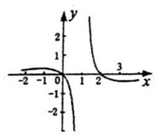
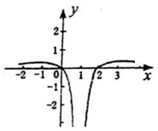
可得：n=2017时，满足条件n≤2017，执行循环体，S=菁优网-jyeoo，n=2018

不满足条件n≤2017，退出循环，输出S的值为菁优网-jyeoo．

故选：A．

【点评】本题主要考查了循环结构的程序框图的应用，正确依次写出前几次循环得到的S，n的值，观察规律可知S的取值以6为最小正周期循环是解题的关键，属于基础题．

7．（5分）（2017•太原二模）函数f（x）=菁优网-jyeoo的图象大致为（　　）

A． B． C． D．

【考点】3O：函数的图象．

【专题】11 ：计算题；33 ：函数思想；44 ：数形结合法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】求出函数的定义域，得到函数的函数的对称轴，再取特殊值即可判断．

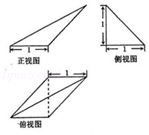
【解答】解：f（x）=菁优网-jyeoo的定义域为（﹣∞，1）∪（1，+∞），且图象关于x=1对称，排除B，C，

取特殊值，当x=菁优网-jyeoo时，f（x）=2ln菁优网-jyeoo＜0，

故选：D

【点评】本题考查了函数图象的识别，属于基础题．

8．（5分）（2017•太原二模）某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；44 ：数形结合法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】由三视图知：该几何体是一个高h=1的三棱锥S﹣ABC，其中底面△ABC的底AB=1，高CD=1，由此能求出该几何体的体积．

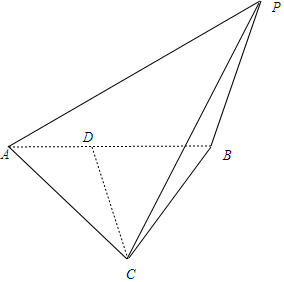
【解答】解：由三视图知：

该几何体是一个高h=1的三棱锥S﹣ABC，

其中底面△ABC的底AB=1，高CD=1，

∴该几何体的体积为V=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：D．



【点评】本题考查向何体的体积的求法，涉及到三视图、三棱锥等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力，考查化归与转化思想、函数与方程思想，是中档题．

9．（5分）（2017•太原二模）已知实数x，y满足菁优网-jyeoo，则z=|2x﹣3y+4|的最大值为（　　）

A．3 B．5 C．6 D．8

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】11 ：计算题；38 ：对应思想；44 ：数形结合法；59 ：不等式的解法及应用．

【分析】由约束条件作出可行域，画出2x﹣3y+4=0对应的直线，然后分类求出目标函数的最大值得答案．

【解答】解：由约束条件菁优网-jyeoo作出可行域如图，

由图可知，在目标函数的上方并满足约束条件的区域使得目标函数为负数，故目标函数的绝对值是其相反数，由线性规划可知，

目标函数最小值在A（1，4）处取得，（2x﹣3y+4）min=﹣6，故zmax=|2x﹣3y+4|=6；

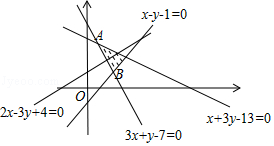
由图可知，在目标函数的下方并满足约束条件的区域使得目标函数为正数，故目标函数的绝对值是其本身，

由线性规划可知，

目标函数最大值在B（2，1）处取得，（2x﹣3y+4）max=5，故zmax=|2x﹣3y+4|=5．

综上所述，目标函数的最大值为6．

故选：C．



【点评】本题考查简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法，是中档题．

10．（5分）（2017•太原二模）已知双曲线菁优网-jyeoo﹣y2=1的右焦点是抛物线y2=2px（p＞0）的焦点，直线y=kx+m与抛物线交于A，B两个不同的点，点M（2，2）是AB的中点，则△OAB（O为坐标原点）的面积是（　　）

A．4菁优网-jyeoo B．3菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．2菁优网-jyeoo

【考点】KC：双曲线的简单性质．

【专题】34 ：方程思想；48 ：分析法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】求出双曲线方程的a，b，c，可得右焦点，即为抛物线的焦点，可得抛物线的方程，联立直线方程，可得x的二次方程，运用判别式大于0以及韦达定理和中点坐标公式，以及弦长公式求得AB的长，由点到直线的距离公式可得O到AB的距离，再由三角形的面积公式，计算即可得到所求值．

【解答】解：双曲线菁优网-jyeoo﹣y2=1的a=菁优网-jyeoo，b=1，c=菁优网-jyeoo=2，

右焦点为（2，0），

则抛物线y2=2px（p＞0）的焦点为（2，0），

即有2=菁优网-jyeoo，解得p=4，即抛物线方程为y2=8x，

联立直线y=kx+m，可得k2x2+（2km﹣8）x+m2=0，

判别式△=（2km﹣8）2﹣4k2m2＞0，

设A（x1，y1），B（x2，y2），可得x1+x2=菁优网-jyeoo，

点M（2，2）是AB的中点，

可得菁优网-jyeoo=4，且2=2k+m，

解得k=2，m=﹣2．满足判别式大于0．

即有x1+x2=4，x1x2=1，

可得弦长AB=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo，

点O到直线2x﹣y﹣2=0的距离d=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

则△OAB（O为坐标原点）的面积是菁优网-jyeood•|AB|=菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo×2菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo．

故选：D．

【点评】本题考查双曲线和抛物线的方程和性质，考查直线方程与抛物线的方程联立，运用韦达定理和中点坐标公式和弦长公式，考查点到直线的距离公式，以及三角形的面积公式的运用，化简整理的运算能力，属于中档题．

11．（5分）（2017•太原二模）已知f（x）=x2ex，若函数g（x）=f2（x）﹣kf（x）+1恰有四个零点，则实数k的取值范围是（　　）

A．（﹣∞，﹣2）∪（2，+∞） B．（2，菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo） C．（菁优网-jyeoo，2） D．（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，+∞）

【考点】52：函数零点的判定定理．

【专题】33 ：函数思想；4J ：换元法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】利用导数的性质判断f（x）的单调性和极值，得出方程f（x）=t的根的分布情况，从而得出关于t的方程t2﹣kt+1=0的根的分布情况，利用二次函数函数的性质列不等式求出k的范围．

【解答】解：f′（x）=2xex+x2ex=x（x+2）ex，

令f′（x）=0，解得x=0或x=﹣2，

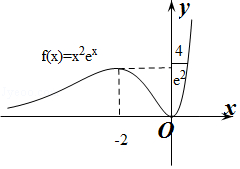
∴当x＜﹣2或x＞0时，f′（x）＞0，当﹣2＜x＜0时，f′（x）＜0，

∴f（x）在（﹣∞，﹣2）上单调递增，在（﹣2，0）上单调递减，在（0，+∞）上单调递增，

∴当x=﹣2时，函数f（x）取得极大值f（﹣2）=菁优网-jyeoo，

当x=0时，f（x）取得极小值f（0）=0．

作出f（x）的大致函数图象如图所示：



令f（x）=t，则当t=0或t＞菁优网-jyeoo时，关于x的方程f（x）=t只有1解；

当t=菁优网-jyeoo时，关于x的方程f（x）=t有2解；

当0＜t＜菁优网-jyeoo时，关于x的方程f（x）=t有3解．

∵g（x）=f2（x）﹣kf（x）+1恰有四个零点，

∴关于t的方程t2﹣kt+1=0在（0，菁优网-jyeoo）上有1解，在（菁优网-jyeoo，+∞）∪{0}上有1解，

显然t=0不是方程t2﹣kt+1=0的解，

∴关于t的方程t2﹣kt+1=0在（0，菁优网-jyeoo）和（菁优网-jyeoo，+∞）上各有1解，

∴菁优网-jyeoo，解得k＞菁优网-jyeoo．

故选D．

【点评】本题考查了函数零点与函数图象的关系，函数单调性的判断与极值计算，属于中档题．

12．（5分）（2017•太原二模）已知函数f（x）=（2a﹣1）x﹣菁优网-jyeoocos2x﹣a（sinx+cosx）在[0，菁优网-jyeoo]上单调递增，则实数a的取值范围为（　　）

A．（﹣∞，菁优网-jyeoo] B．[菁优网-jyeoo，1] C．[0，+∞） D．[1，+∞）

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性．

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；53 ：导数的综合应用．

【分析】求出函数f（x）的导数，问题转化为a≥菁优网-jyeoo在[0，菁优网-jyeoo]恒成立，令g（x）=菁优网-jyeoo，x∈[0，菁优网-jyeoo]，根据函数的单调性求出a的范围即可．

【解答】解：f（x）=（2a﹣1）x﹣菁优网-jyeoocos2x﹣a（sinx+cosx），

f′（x）=2a﹣1+sin2x﹣a（cosx﹣sinx），

若f（x）在[0，菁优网-jyeoo]递增，

则f′（x）≥0在[0，菁优网-jyeoo]恒成立，

即a≥菁优网-jyeoo在[0，菁优网-jyeoo]恒成立，

令g（x）=菁优网-jyeoo，x∈[0，菁优网-jyeoo]，

则g′（x）=菁优网-jyeoo，

令g′（x）＞0，即sinx＞cosx，解得：x＞菁优网-jyeoo，

令g′（x）＜0，即sinx＜cosx，解得：x＜菁优网-jyeoo，

故g（x）在[0，菁优网-jyeoo）递减，在（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]递增，

故g（x）max=g（0）或g（菁优网-jyeoo），

而g（0）=1，g（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，

故a≥1，

故选：D．

【点评】本题考查了函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及函数恒成立问题，是一道中档题．

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分）.**

13．（5分）（2017•太原二模）已知sin（菁优网-jyeoo﹣α）=﹣菁优网-jyeoo，0＜α＜π，则sin2α=　﹣菁优网-jyeoo　．

【考点】GS：二倍角的正弦．

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；57 ：三角函数的图像与性质．

【分析】利用诱导公式、二倍角公式，求得sin2α的值．

【解答】解：∵sin（菁优网-jyeoo﹣α）=cosα=﹣菁优网-jyeoo，0＜α＜π，

∴sinα=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

则sin2α=2sinαcosα=﹣菁优网-jyeoo，

故答案为：﹣菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查诱导公式、二倍角公式的应用，属于基础题．

14．（5分）（2017•太原二模）（2x+菁优网-jyeoo﹣1）5的展开式中常数项是　﹣161　．

【考点】DB：二项式系数的性质．

【专题】32 ：分类讨论；34 ：方程思想；35 ：转化思想；5P ：二项式定理．

【分析】（2x+菁优网-jyeoo﹣1）5的展开式中通项公式：Tr+1=菁优网-jyeoo（﹣1）5﹣r菁优网-jyeoo.菁优网-jyeoo的通项公式：Tk+1=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=2r﹣k菁优网-jyeooxr﹣2k．令r﹣2k=0，即可得出．

【解答】解：（2x+菁优网-jyeoo﹣1）5的展开式中通项公式：Tr+1=菁优网-jyeoo（﹣1）5﹣r菁优网-jyeoo．

菁优网-jyeoo的通项公式：Tk+1=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=2r﹣k菁优网-jyeooxr﹣2k．

令r﹣2k=0，则k=0，r=0；k=1，r=2；k=2，r=4．

因此常数项=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo×2×菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=﹣161．

故答案为：﹣161．

【点评】本题考查了二项式定理的应用、分类讨论方法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

15．（5分）（2017•太原二模）已知三棱锥A﹣BCD中，AB=AC=BC=2，BD=CD=菁优网-jyeoo，点E是BC的中点，点A在平面BCD上的射影恰好为DE的中点，则该三棱锥外接球的表面积为　菁优网-jyeoo　．

【考点】LG：球的体积和表面积；LR：球内接多面体．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】由题意，△BCD为等腰直角三角形，E是外接圆的圆心，点A在平面BCD上的射影恰好为DE的中点，利用勾股定理，建立方程，求出三棱锥外接球的半径，即可得出结论．

【解答】解：由题意，△BCD为等腰直角三角形，E是外接圆的圆心，

点A在平面BCD上的射影恰好为DE的中点F，则BF=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

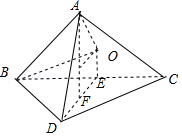
∴AF=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

设球心到平面BCD是距离为h，则1+h2=菁优网-jyeoo+（菁优网-jyeoo﹣h）2，

∴h=菁优网-jyeoo，r=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴该三棱锥外接球的表面积为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故答案为菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查三棱锥外接球的表面积，考查学生的计算能力，确定三棱锥外接球的半径是关键．

16．（5分）（2017•太原二模）已知点O是△ABC的内心，∠BAC=30°，BC=1，则△BOC面积的最大值为　菁优网-jyeoocot52.5°　．

【考点】HP：正弦定理．

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；49 ：综合法；58 ：解三角形．

【分析】根据三角形内角和定理求出∠ACB+∠ABC，求出∠OBC+∠OCB=菁优网-jyeoo（∠ABC+∠ACB），求出∠OBC+∠OCB的度数，根据三角形的内角和定理求出∠BOC，由余弦定理，基本不等式可求OB•OC≤菁优网-jyeoo，进而利用三角形面积公式即可计算得解．

【解答】解：∵∠BAC=30°，

∴∠ABC+∠ACB=180°﹣30°=150°，

∵点O是△ABC的内心，

∴∠OBC=菁优网-jyeoo∠ABC，∠OCB=菁优网-jyeoo∠ACB，

∴∠OBC+∠OCB=菁优网-jyeoo（∠ABC+∠ACB）=菁优网-jyeoo×150°=75°，

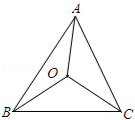
∴∠BOC=180°﹣75°=105°．

∵BC=1，

∴由余弦定理可得：1=OB2+OC2﹣2•OB•OC•cos105°≥2OB•OC﹣2•OB•OC•cos105°，整理可得：OB•OC≤菁优网-jyeoo，

∴S△OBC=菁优网-jyeooOB•OC•sin105°≤菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo×sin105°=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoocot52.5°．

故答案为：菁优网-jyeoocot52.5°．



【点评】本题考查了三角形的内角和定理，余弦定理，基本不等式，三角形面积公式，三角形的内切圆与内心的应用，关键是求出∠OBC+∠OCB的度数，题目比较典型，难度适中．

**三、解答题：本大题共5小题，共48分．解答写出文字说明、证明过程或演算过程．**

17．（12分）（2017•太原二模）已知数列{an}的前n项和Sn=2n+1﹣2，数列{bn}满足bn=an+an+1（n∈N\*）．

（1）求数列{bn}的通项公式；

（2）若cn=log2an（n∈N\*），求数列{bn•cn}的前n项和Tn．

【考点】8E：数列的求和；8H：数列递推式．

【专题】15 ：综合题；33 ：函数思想；4A ：数学模型法；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】（1）当n≥2时，an=Sn﹣Sn﹣1，已知首项后可得数列{an}的通项公式，代入bn=an+an+1得数列{bn}的通项公式；

（2）由cn=log2an求得数列{cn}的通项公式，进一步得到数列{bn•cn}的通项公式，再由错位相减法求得数列{bn•cn}的前n项和Tn．

【解答】解：（1）当n≥2时，则an=Sn﹣Sn﹣1=2n+1﹣2﹣2n+2=2n，

当n=1时，a1=S1=22﹣2=4﹣2=2，满足an=2n，

故数列{an}的通项公式为an=2n，

∴bn=an+an+1=2n+2n+1=3•2n；

（2）cn=log2an=菁优网-jyeoo，

∴bn•cn=3n•2n．

令Rn=1•21+2•22+3•23+…+（n﹣1）•2n﹣1+n•2n，

则2Rn=1•22+2•23+…+（n﹣1）•2n+n•2n+1，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=（1﹣n）•2n+1﹣2．

∴菁优网-jyeoo．

则菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查由数列的前n项和求通项公式，训练了错位相减法求数列的前n项和，是中档题．

18．（12分）（2017•太原二模）某商城举行有奖促销活动，顾客购买一定金额的商品后即可抽奖，抽奖规则如下：

1．抽奖方案有以下两种，方案a：从装有2个红球、3个白球（仅颜色不同）的甲袋中随机摸出2个球，若都是红球，则获得奖金30元；否则，没有奖金，兑奖后将摸出的球放回甲袋中，方案b：从装有3个红球、2个白球（仅颜色相同）的乙袋中随机摸出2个球，若都是红球，则获得奖金15元；否则，没有奖金，兑奖后将摸出的球放回乙袋中．

2．抽奖条件是，顾客购买商品的金额买100元，可根据方案a抽奖一次：满150元，可根据方案b抽奖一次（例如某顾客购买商品的金额为260元，则该顾客可以根据方案a抽奖两次或方案b抽奖一次或方案a、b各抽奖一次）．已知顾客A在该商场购买商品的金额为350元．

（1）若顾客A只选择方案a进行抽奖，求其所获奖金的期望值；

（2）要使所获奖金的期望值最大，顾客A应如何抽奖．

【考点】CH：离散型随机变量的期望与方差．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；49 ：综合法；5I ：概率与统计．

【分析】（1）顾客A只选择方案a进行抽奖，则其抽奖方式为按方案a抽奖三次，满足二项分布B（3，菁优网-jyeoo），由此能求出顾客A只选择方案a进行抽奖，其所获奖金的期望值．

（2）按方案b一次抽中的概率P（B）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，假设①，顾客A按方案a抽奖两次，按方案b抽奖一次，此时方案a的抽法满足二项分布B1～（2，菁优网-jyeoo），方案b的抽法满足二项分布B2～（1，菁优网-jyeoo），设所得奖金为w2，求出菁优网-jyeoo；假设②，顾客A按方案b抽奖两次，此时满足二项分布B～（2，菁优网-jyeoo），设所得奖金为w3，求出菁优网-jyeoo．由此能求出要使所获奖金的期望值最大，顾客A应按方案a抽奖两次，按方案b抽奖一次．

【解答】解：（1）顾客A只选择方案a进行抽奖，则其抽奖方式为按方案a抽奖三次，

按方案a一次抽中的概率P（A）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

此时满足二项分布B（3，菁优网-jyeoo），

设所得奖金为w1，则菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴顾客A只选择方案a进行抽奖，其所获奖金的期望值为9元．

（2）按方案b一次抽中的概率P（B）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

假设①，顾客A按方案a抽奖两次，按方案b抽奖一次，

此时方案a的抽法满足二项分布B1～（2，菁优网-jyeoo），

方案b的抽法满足二项分布B2～（1，菁优网-jyeoo），

设所得奖金为w2，则菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=10.5，

假设②，顾客A按方案b抽奖两次，此时满足二项分布B～（2，菁优网-jyeoo），

设所得奖金为w3，∴菁优网-jyeoo=2×菁优网-jyeoo=9．

∵菁优网-jyeoo，

∴要使所获奖金的期望值最大，顾客A应按方案a抽奖两次，按方案b抽奖一次．

【点评】本题考查概率的求法，考查离散型随机变量的分布列、数学期望的求法及应用，考查推理论证能力、运算求解能力，考查化归与转化思想、数形结合思想，是中档题．

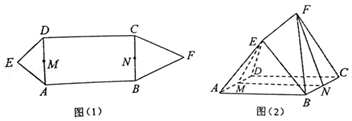
19．（12分）（2017•太原二模）如图（1）在平面六边形ABCDEF，四边形ABCD是矩形，且AB=4，BC=2，AE=DE=菁优网-jyeoo，BF=CF=菁优网-jyeoo，点M，N分别是AD，BC的中点，分别沿直线AD，BC将△DEF，△BCF翻折成如图（2）的空间几何体ABCDEF．

（1）利用下面的结论1或结论2，证明：E、F、M、N四点共面；

结论1：过空间一点作已知直线的垂面，有且只有一个；

结论2：过平面内一条直线作该平面的垂面，有且只有一个．

（2）若二面角E﹣AD﹣B和二面角F﹣BC﹣A都是60°，求二面角A﹣BE﹣F的余弦值．



【考点】MT：二面角的平面角及求法；LW：直线与平面垂直的判定．

【专题】14 ：证明题；31 ：数形结合；41 ：向量法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】（1）分别连结MN、EM、FN，推导出AD⊥平面EMN，BC⊥平面FMN，由结论1得到平面EMN和平面FMN都是唯一的．再由AD、BC⊂平面ABCD，MN⊂平面ABCD，利用结论2得到平面EMN和平面FMN重合，由此能证明E、F、M、N四点共面．

（2）分别过点E、F作平面ABCD的垂线，分别交MN于点E′，F′，以E′为原点，在平面ABCD内过E′作MN的垂线为x轴，E′N为y轴，E′E为z轴，建立空间直角坐标系，利用向量法能求出二面角A﹣BE﹣F的余弦值．

【解答】证明：（1）分别连结MN、EM、FN，

则由题意知：

①AD⊥MN，AD⊥EM，

∵MN、EM⊂平面EMN，∴AD⊥平面EMN．

②BC⊥MN，BC⊥FN，

∵MN，FN⊂平面FMN，∴BC⊥平面FMN．

由结论1：过空间一点作已知直线的垂面，有且只有一个，

得到平面EMN和平面FMN都是唯一的．

又∵AD、BC⊂平面ABCD，MN⊂平面ABCD，

由结论2：过平面内一条直线作该平面的垂面，有且只有一个，

得到过MN垂直于平面ABCD的面是唯一的，

∴平面EMN和平面FMN重合，

∴E、F、M、N四点共面．

解：（2）分别过点E、F作平面ABCD的垂线，分别交MN于点E′，F′，

则∠EME′=∠FNF′=60°，由题意可知：EM=1，FN=2，

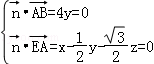
∴ME′=菁优网-jyeoo，EE′=菁优网-jyeoo，NF′=1，FF′=菁优网-jyeoo，E′F′=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

以E′为原点，在平面ABCD内过E′作MN的垂线为x轴，E′N为y轴，E′E为z轴，建立空间直角坐标系，

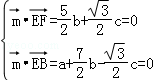
则A（1，﹣菁优网-jyeoo，0），B（1，菁优网-jyeoo，0），E（0，0，菁优网-jyeoo），F（0，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），

菁优网-jyeoo=（0，4，0），菁优网-jyeoo=（1，﹣菁优网-jyeoo），菁优网-jyeoo=（0，菁优网-jyeoo），菁优网-jyeoo=（1，菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo），

设平面ABE的法向量菁优网-jyeoo=（x，y，z），

则，取z=2，得菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo），

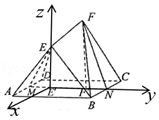
设平面BEF的法向量菁优网-jyeoo=（a，b，c），

则，取c=﹣5，得菁优网-jyeoo=（﹣6菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，﹣5），

∴cos＜菁优网-jyeoo＞=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，

由图形知二面角A﹣BE﹣F是钝二面角，

故二面角A﹣BE﹣F的余弦值为﹣菁优网-jyeoo．

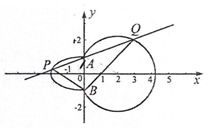


【点评】本题考查四点共面的证明，考查二面角、空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力、空间想象能力，考查化归与转化思想、函数与方程思想，是中档题．

20．（12分）（2017•太原二模）如图，曲线C由左半椭圆M：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1（a＞b＞0，x≤0）和圆N：（x﹣2）2+y2=5在y轴右侧的部分连接而成，A，B是M与N的公共点，点P，Q（均异于点A，B）分别是M，N上的动点．

（1）若|PQ|的最大值为4+菁优网-jyeoo，求半椭圆M的方程；

（2）若直线PQ过点A，且菁优网-jyeoo=﹣2菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo⊥菁优网-jyeoo，求半椭圆M的离心率．



【考点】KL：直线与椭圆的位置关系；K3：椭圆的标准方程．

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；5A ：平面向量及应用；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）A（0，1），B（0，﹣1），故b=1，|PQ|的最大值为4+菁优网-jyeoo=a+2+菁优网-jyeoo，解得a，即可得出．

（2）设PQ方程：y=kx+1，与圆N的方程联立可得：（k2+1）x2+（2k﹣4）x=0，解得Q菁优网-jyeoo．根据菁优网-jyeoo，可得P菁优网-jyeoo．由菁优网-jyeoo⊥菁优网-jyeoo，可得：xP•xQ+（yP+1）•（yQ+1）=0，把点P，Q的坐标代入可得：解得k，即可得出．

【解答】解：（1）A（0，1），B（0，﹣1），故b=1，|PQ|的最大值为4+菁优网-jyeoo=a+2+菁优网-jyeoo，解得a=2．

∴半椭圆M的方程为：菁优网-jyeoo+y2=1（﹣2≤x≤0）．

（2）设PQ方程：y=kx+1，与圆N的方程联立可得：（k2+1）x2+（2k﹣4）x=0，

xA+xQ=菁优网-jyeoo，xA=0，∴Q菁优网-jyeoo．

菁优网-jyeoo，可得（xQ，yQ﹣1）=﹣2（xP，yP﹣1），故P菁优网-jyeoo．

菁优网-jyeoo=（xP，yP+1），菁优网-jyeoo=（xQ，yQ+1）．由菁优网-jyeoo⊥菁优网-jyeoo，可得：xP•xQ+（yP+1）•（yQ+1）=0，

把点P，Q的坐标代入可得：菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=0，

解得k=菁优网-jyeoo，∴P菁优网-jyeoo．

联立直线PQ与作半椭圆M可得：

菁优网-jyeoox2+菁优网-jyeoo=0，可得xP=﹣菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，解得a=菁优网-jyeoo，

∴e=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了椭圆与圆的标准方程及其性质、直线与椭圆及其圆相交弦长问题、向量坐标运算性质、向量垂直与数量积的关系，考查了推理能力与计算能力，属于难题．

21．（12分）（2017•太原二模）已知函数f（x）=（mx2﹣x+m）e﹣x（m∈R）．

（Ⅰ）讨论f（x）的单调性；

（Ⅱ）当m＞0时，证明：不等式f（x）≤菁优网-jyeoo在（0，1+菁优网-jyeoo]上恒成立．

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；6D：利用导数研究函数的极值；6K：导数在最大值、最小值问题中的应用．

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；53 ：导数的综合应用．

【分析】（Ⅰ）求出函数的导数，通过讨论m的范围，求出函数的单调区间即可；

（Ⅱ）根据函数的单调性，问题转化为菁优网-jyeoo≥（1+菁优网-jyeoo）（2+菁优网-jyeoo），令g（x）=ex﹣x（x+1），x＞1，则g′（x）=ex﹣（2x+1），令h（x）=ex﹣（2x+1），x＞1，根据函数的单调性证明即可．

【解答】解：（Ⅰ）f′（x）=﹣[mx﹣（m+1）]（x﹣1）e﹣x，

（1）m=0时，则f′（x）=（x﹣1）e﹣x，

令f′（x）＞0，解得：x＞1，

令f′（x）＜0，解得：x＜1，

故f（x）在（﹣∞，1]递减，在（1，+∞）递增；

（2）m＜0时，令f′（x）＜0，则1+菁优网-jyeoo＜x＜1，

令f′（x）＞0，则x＜1+菁优网-jyeoo或x＞1，

故f（x）在（﹣∞，1+菁优网-jyeoo]和（1，+∞）递增，在（1+菁优网-jyeoo，1）递减；

（3）m＞0时，令f′（x）＜0，则x＜1或x＞1+菁优网-jyeoo，

令f′（x）＞0，则1＜x＜1+菁优网-jyeoo，

则f（x）在（﹣∞，1]和（1+菁优网-jyeoo，+∞）递减，在（1，1+菁优网-jyeoo）递增；

（Ⅱ）由（Ⅰ）得，m＞0时，f（x）在（0，1]递减，在（1，1+菁优网-jyeoo）递增，

x∈（0，1]时，f（x）=菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo≤菁优网-jyeoo＜m≤菁优网-jyeoo，

x∈（1，1+菁优网-jyeoo）时，f（x）＜f（1+菁优网-jyeoo）=（2m+1）菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

下面证明（2菁优网-jyeoo≤菁优网-jyeoo，即证菁优网-jyeoo≥（1+菁优网-jyeoo）（2+菁优网-jyeoo），

令g（x）=ex﹣x（x+1），x＞1，则g′（x）=ex﹣（2x+1），

令h（x）=ex﹣（2x+1），x＞1，则h′（x）=ex﹣2＞0，

故h（x）=g′（x）在（1+∞）递增，且g′（1）=e﹣3＜0，g′（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo﹣4＞0，

故存在x0∈（1，菁优网-jyeoo），使得g′（x0）=0，即菁优网-jyeoo﹣（2x0+1）=0，

故x∈（1，x0）时，g′（x）＜0，x∈（x0，菁优网-jyeoo）时，g′（x）＞0，

故g（x）在（1，x0）递减，在（x0，菁优网-jyeoo）递增，

故g（x）min=g（x0）=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo﹣x0=﹣菁优网-jyeoo+x0+1=﹣菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo＞0，

x＞1时，g（x）＞0，即ex＞x（x+1），

故菁优网-jyeoo≥（1+菁优网-jyeoo）（2+菁优网-jyeoo），

∴不等式f（x）≤菁优网-jyeoo在（0，1+菁优网-jyeoo]上恒成立．

【点评】本题考查了函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及函数恒成立问题，考查不等式的证明，是一道综合题．

**[选修4-4：坐标系与参数方程选讲]**

22．（10分）（2017•太原二模）在直角坐标系xOy中，曲线C1的参数方程为菁优网-jyeoo（其中φ为参数），以原点O为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线C2的极坐标方程为ρ（tanα•cosθ﹣sinθ）=1（α为常数，0＜α＜π，且α≠菁优网-jyeoo），点A，B（A在x轴下方）是曲线C1与C2的两个不同交点．

（1）求曲线C1普通方程和C2的直角坐标方程；

（2）求|AB|的最大值及此时点B的坐标．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程；QH：参数方程化成普通方程．

【专题】17 ：选作题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5S ：坐标系和参数方程．

【分析】（1）利用三种方程的转化方法，求曲线C1普通方程和C2的直角坐标方程；

（2）C2的参数方程为菁优网-jyeoo（t为参数），代入菁优网-jyeoo=1，得菁优网-jyeoo﹣2tsinα=0，利用参数的意义，求|AB|的最大值及此时点B的坐标．

【解答】解：（1）曲线C1的参数方程为菁优网-jyeoo（其中φ为参数），

普通方程为菁优网-jyeoo=1；曲线C2的极坐标方程为ρ（tanα•cosθ﹣sinθ）=1，

直角坐标方程为xtanα﹣y﹣1=0；

（2）C2的参数方程为菁优网-jyeoo（t为参数），

代入菁优网-jyeoo=1，得菁优网-jyeoo﹣2tsinα=0，

∴t1+t2=菁优网-jyeoo，t1t2=0，

∴|AB|=|菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo|，

∵0＜α＜π，且α≠菁优网-jyeoo，

∴sinα∈（0，1），

∴|AB|max=菁优网-jyeoo，此时B的坐标为（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）．

【点评】本题考查三种方程的转化，考查参数方程的运用，属于中档题．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•太原二模）已知函数f（x）=|x+m|+|2x﹣1|（m＞0）．

（1）当m=1时，解不等式f（x）≥3；

（2）当x∈[m，2m2]时，不等式菁优网-jyeoof（x）≤|x+1|恒成立，求实数m的取值范围．

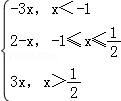
【考点】3R：函数恒成立问题．

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】（1）求出f（x）的分段函数的形式，解不等式即可；

（2）问题转化为m≤2|x+1|﹣|2x﹣1|﹣x，令t（x）=2|x+1|﹣|2x﹣1|﹣x，求出t（x）的最小值，求出m的范围即可．

【解答】解：（1）m=1时，f（x）=|x+1|+|2x﹣1|，

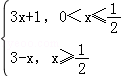
f（x）=，

∴f（x）≥3，解得：x≤﹣1或x≥1；

（2）菁优网-jyeoof（x）≤|+1|⇒菁优网-jyeoo|x+m|+菁优网-jyeoo|2x﹣1|≤|x+1|，

∵x∈[m，2m2]且m＞0，

∴菁优网-jyeoox+菁优网-jyeoo≤|x+1|﹣菁优网-jyeoo|2x﹣1|⇒m≤2|x+1|﹣|2x﹣1|﹣x，

令t（x）=2|x+1|﹣|2x﹣1|﹣x=，

由题意得菁优网-jyeoo⇒m＞菁优网-jyeoo，

t（x）min=t（2m2）≥m⇒m≤1，

∴菁优网-jyeoo＜m≤1．

【点评】本题考查了函数恒成立问题，考查绝对值不等式问题，是一道中档题．