**2017年山西省太原市文科数学二模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共32分．在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的．**

1．（5分）（2017•太原二模）已知菁优网-jyeoo=1﹣i（i为虚数单位），则复数z在复平面内对应的点的坐标是（　　）

A．（2，﹣2） B．（2，2） C．（﹣2，﹣2） D．（﹣2，2）

【考点】A5：复数代数形式的乘除运算．

【专题】35 ：转化思想；4A ：数学模型法；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】把已知等式变形，利用复数代数形式的乘法运算化简复数z，求出复数z在复平面内对应的点的坐标得答案．

【解答】解：由菁优网-jyeoo=1﹣i，

得z=（1﹣i）（1+i）2=2i（1﹣i）=2+2i．

则复数z在复平面内对应的点的坐标是：（2，2）．

故选：B．

【点评】本题考查了复数的代数表示法及其几何意义，是基础题．

2．（5分）（2017•太原二模）已知A={1，2，4}，B={y|y=log2x，x∈A}，则A∪B=（　　）

A．{1，2} B．[1，2] C．{0，1，2，4} D．[0，4]

【考点】1D：并集及其运算．

【专题】11 ：计算题；37 ：集合思想；4O：定义法；5J ：集合．

【分析】先分别求出集合A和B，由此能求出A∪B．

【解答】解：∵A={1，2，4}，

B={y|y=log2x，x∈A}={0，1，2}，

∴A∪B={0，1，2，4}．

故选：C．

【点评】本题考查并集的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意并集定义的合理运用．

3．（5分）（2017•太原二模）已知菁优网-jyeoo=（2，1），菁优网-jyeoo=（﹣1，1），则菁优网-jyeoo在菁优网-jyeoo方向上的投影为（　　）

A．﹣菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．﹣菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】9R：平面向量数量积的运算．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；41 ：向量法；5A ：平面向量及应用．

【分析】根据条件即可求出菁优网-jyeoo及菁优网-jyeoo的值，而菁优网-jyeoo在菁优网-jyeoo方向上的投影计算公式为菁优网-jyeoo，从而求出该投影的值．

【解答】解：菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo；

∴菁优网-jyeoo在菁优网-jyeoo方向上的投影为：

菁优网-jyeoo．

故选A．

【点评】考查投影的定义，投影的计算公式，向量数量积的坐标运算．

4．（5分）（2017•太原二模）已知公比q≠1的等比数列{an}前n项和Sn，a1=1，S3=3a3，则S5=（　　）

A．1 B．5 C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】89：等比数列的前n项和．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；4R：转化法；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】根据题意先求出公比，再根据前n项和公式计算即可．

【解答】解：因为S3=a1+a2+a3=3a3，

∴a1+a2=2a3，

化简可得1+q﹣2q2=0，

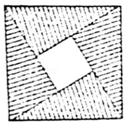
解得q=1（舍）或q=﹣菁优网-jyeoo，

由等比数列的前n项和公式得S5==菁优网-jyeoo，

故选：D

【点评】本题考查了等比数列的前n项和公式，属于基础题

5．（5分）（2017•太原二模）如图，“赵爽弦图”是由四个全等的直角三角形（阴影部分）围成一个大正方形，中间空出一个小正方形组成的图形，若在大正方形内随机取一点，该点落在小正方形的概率为菁优网-jyeoo，则图中直角三角形中较大锐角的正弦值为（　　）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】CE：模拟方法估计概率．

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5I ：概率与统计．

【分析】求出四个全等的直角三角形的三边的关系，从而求出sinθ的值即可．

【解答】解：在大正方形内随机取一点，这一点落在小正方形的概率为菁优网-jyeoo，

不妨设大正方形面积为5，小正方形面积为1，

∴大正方形边长为菁优网-jyeoo，小正方形的边长为1．

∴四个全等的直角三角形的斜边的长是菁优网-jyeoo，

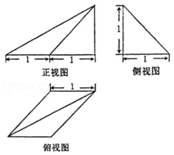
较短的直角边的长是1，较长的直角边的长是2，

故sinθ=菁优网-jyeoo，

故选：B．

【点评】本题考查了几何概型问题，考查三角函数问题，是一道基础题．

6．（5分）（2017•太原二模）某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

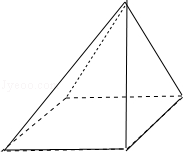
【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；44 ：数形结合法；5Q ：立体几何．

【分析】首先由几何体的三视图还原几何体，然后求体积．

【解答】解：由三视图可知，该几何体为一个四棱锥，棱锥的底面为一个边长和高均为1的平行四边形，棱锥的高为1，

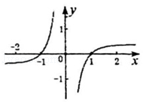
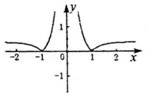
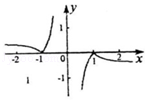
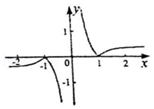
所以该四棱锥的体积为菁优网-jyeoo×1×1×1=菁优网-jyeoo，

故选：D．



【点评】本题考查的知识要点：三视图和立体图之间的转换，几何体的体积公式的应用，主要考查学生的空间想象能力和应用能力．

7．（5分）（2017•太原二模）函数f（x）=菁优网-jyeoo的图象大致为（　　）

A． B． C． D．

【考点】3O：函数的图象．

【专题】33 ：函数思想；44 ：数形结合法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】判断f（x）的奇偶性，及f（x）的函数值的符号即可得出答案．

【解答】解：∵f（﹣x）=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo=﹣f（x），

∴f（x）是奇函数，

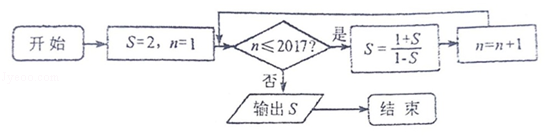
故f（x）的图象关于原点对称，

当x＞0时，f（x）=菁优网-jyeoo，

∴当0＜x＜1时，f（x）＜0，当x＞1时，f（x）＞0，

故选A．

【点评】本题考查了函数的图象判断，一般从奇偶性、单调性、零点和函数值等方面判断，属于中档题．

8．（5分）（2017•太原二模）执行如图的程序框图，则输出的S=（　　）

A．2 B．﹣3 C．﹣菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】EF：程序框图．

【专题】11 ：计算题；27 ：图表型；4B ：试验法；5K ：算法和程序框图．

【分析】模拟程序的运行，依次写出前几次循环得到的S，n的值，观察规律可知，S的取值周期为4，可得n=2018时不满足条件n≤2017，退出循环，输出S的值为﹣3．

【解答】解：模拟程序的运行，可得：

S=2，n=1

满足条件n≤2017，执行循环体，S=菁优网-jyeoo=﹣3，n=2，

满足条件n≤2017，执行循环体，S=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，n=3，

满足条件n≤2017，执行循环体，S=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，n=4，

满足条件n≤2017，执行循环体，S=菁优网-jyeoo=2，n=5，

…

观察规律可知，S的取值周期为4，则：

满足条件n≤2017，执行循环体，S=菁优网-jyeoo=2，n=2017，

满足条件n≤2017，执行循环体，S=菁优网-jyeoo=﹣3，n=2018，

不满足条件n≤2017，退出循环，输出S的值为﹣3．

故选：B．

【点评】本题主要考查了循环结构的程序框图的应用，正确写出前几次循环得到的S，n的值，观察规律可知S的取值周期为4是解题的关键，属于基础题．

9．（5分）（2017•太原二模）已知实数x，y满足条件菁优网-jyeoo，则z=|2x+y|的最小值为（　　）

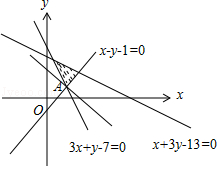
A．3 B．4 C．5 D．6

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】11 ：计算题；38 ：对应思想；44 ：数形结合法；59 ：不等式的解法及应用．

【分析】由约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，联立方程组求得最优解的坐标，代入目标函数得答案．

【解答】解：由约束条件菁优网-jyeoo作出可行域如图，



联立菁优网-jyeoo，解得A（2，1）．

目标函数z=|2x+y|=2x+y，

化目标函数z=2x+y为y=﹣2x+z，

由图可知，当直线y=﹣2x+z过点A时，直线在y轴上的截距最小，z有最小值为5．

故选：C．

【点评】本题考查简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法，是中档题．

10．（5分）（2017•太原二模）将函数f（x）=cos2x的图象向右平移菁优网-jyeoo个单位得到g（x）的图象，若g（x）在（﹣2m，﹣菁优网-jyeoo）和（3m，菁优网-jyeoo）上都单调递减，则实数m的取值范围为（　　）

A．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo） B．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo） C．（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo） D．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]

【考点】HJ：函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换．

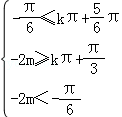
【专题】11 ：计算题；33 ：函数思想；4R：转化法；57 ：三角函数的图像与性质．

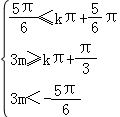
【分析】由函数的图象平移求得函数g（x）的解析式，进一步求出函数（x）的单调减区间，结合函数g（x）在（﹣2m，﹣菁优网-jyeoo）和（3m，菁优网-jyeoo）上都单调递减列关于m的不等式组求解．

【解答】解：将函数f（x）=2cos2x的图象向右平移菁优网-jyeoo个单位后得到函数g（x）的图象，

得g（x）=2cos2（x﹣菁优网-jyeoo）=2cos（2x﹣菁优网-jyeooπ），

由2kπ≤2x﹣菁优网-jyeoo≤2kπ+π，得kπ+菁优网-jyeoo≤x≤kπ+菁优网-jyeoo．

若g（x）在（﹣2m，﹣菁优网-jyeoo）上单调递减，则有，此时k=2，解得菁优网-jyeoo＜m≤菁优网-jyeoo

若g（x）在（3m，菁优网-jyeoo）上单调递减，则有，，此时k=0，解得菁优网-jyeoo≤m＜菁优网-jyeoo，

同时成立，取交集，有菁优网-jyeoo≤m＜菁优网-jyeoo．

故选：A．

【点评】本题考查三角函数的图象变换，考查了y=Asin（ωx+φ）型函数的性质，是中档题．

11．（5分）（2017•太原二模）已知双曲线菁优网-jyeoo﹣y2=1的右焦点是抛物线y2=2px（p＞0）的焦点，直线y=kx+m与抛物线交于A，B两个不同的点，点M（2，2）是AB的中点，则△OAB（O为坐标原点）的面积是（　　）

A．4菁优网-jyeoo B．3菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．2菁优网-jyeoo

【考点】KC：双曲线的简单性质．

【专题】34 ：方程思想；48 ：分析法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】求出双曲线方程的a，b，c，可得右焦点，即为抛物线的焦点，可得抛物线的方程，联立直线方程，可得x的二次方程，运用判别式大于0以及韦达定理和中点坐标公式，以及弦长公式求得AB的长，由点到直线的距离公式可得O到AB的距离，再由三角形的面积公式，计算即可得到所求值．

【解答】解：双曲线菁优网-jyeoo﹣y2=1的a=菁优网-jyeoo，b=1，c=菁优网-jyeoo=2，

右焦点为（2，0），

则抛物线y2=2px（p＞0）的焦点为（2，0），

即有2=菁优网-jyeoo，解得p=4，即抛物线方程为y2=8x，

联立直线y=kx+m，可得k2x2+（2km﹣8）x+m2=0，

判别式△=（2km﹣8）2﹣4k2m2＞0，

设A（x1，y1），B（x2，y2），可得x1+x2=菁优网-jyeoo，

点M（2，2）是AB的中点，

可得菁优网-jyeoo=4，且2=2k+m，

解得k=2，m=﹣2．满足判别式大于0．

即有x1+x2=4，x1x2=1，

可得弦长AB=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo，

点O到直线2x﹣y﹣2=0的距离d=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

则△OAB（O为坐标原点）的面积是菁优网-jyeood•|AB|=菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo×2菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo．

故选：D．

【点评】本题考查双曲线和抛物线的方程和性质，考查直线方程与抛物线的方程联立，运用韦达定理和中点坐标公式和弦长公式，考查点到直线的距离公式，以及三角形的面积公式的运用，化简整理的运算能力，属于中档题．

12．（5分）（2017•太原二模）已知f（x）=x2•ex，若函数g（x）=f2（x）﹣kf（x）+1恰有三个零点，则下列结论正确的是（　　）

A．k=±2 B．k=菁优网-jyeoo C．k=2 D．k=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo

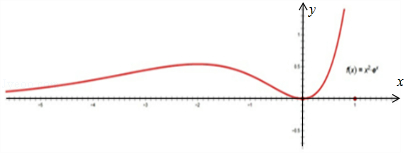
【考点】52：函数零点的判定定理．

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；35 ：转化思想；51 ：函数的性质及应用．

【分析】通过函数g（x）=f2（x）﹣kf（x）+1恰有三个零点，则要求g（x）=0有两个正解，设为：x1，x2；即要求f（x）=x1，或f（x）=x2；有3个解；转化为y=f（x）与y=x1的交点的个数以及y=f（x）与y=x2的交点的个数和为3，结合函数f（x）=x2•ex，的图象推出k=x1+x2的值即可．

【解答】解：f（x）=x2•ex，若函数g（x）=f2（x）﹣kf（x）+1恰有三个零点，则要求g（x）=0有两个正解，设为：x1，x2；即要求f（x）=x1，或f（x）=x2；有3个解；即要求y=f（x）与y=x1的交点的个数以及y=f（x）与y=x2的交点的个数和为3，结合函数f（x）=x2•ex的图象，不妨设y=f（x）与y=x1的交点个数为2，则x1=f（﹣2）=菁优网-jyeoo，又x1•x2=1，则x2=菁优网-jyeoo，故k=x1+x2=菁优网-jyeoo．

故选：D．



【点评】本题考查函数的零点个数的求法，考查数形结合以及计算能力，转化思想的应用．

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分）.**

13．（5分）（2017•太原二模）若命题“∀x∈（0，+∞），x+菁优网-jyeoo≥m”是假命题，则实数m的取值范围是　（2，+∞）　．

【考点】2H：全称命题．

【专题】38 ：对应思想；4R：转化法；5L ：简易逻辑．

【分析】全称命题改为特称命题，根据不等式的性质求出m的范围即可．

【解答】解：由题意得：命题““∃x∈（0，+∞），x+菁优网-jyeoo＜m”是真命题，

∵x∈（0，+∞），x+菁优网-jyeoo≥2，

故m∈（2，+∞），

故答案为：（2，+∞）．

【点评】本题考查了全称命题和特称命题，考查不等式的性质，是一道基础题．

14．（5分）（2017•太原二模）已知sinα=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo＜α＜π，则sin2α=　﹣菁优网-jyeoo　．

【考点】GS：二倍角的正弦．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；49 ：综合法；56 ：三角函数的求值．

【分析】由已知利用同角三角函数基本关系式可求cosα，进而利用二倍角的正弦函数公式即可计算得解．

【解答】解：∵sinα=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo＜α＜π，

∴cosα=﹣菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，

∴sin2α=2sinαcosα=﹣菁优网-jyeoo．

故答案为：﹣菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查了同角三角函数基本关系式，二倍角的正弦函数公式在三角函数化简求值中的应用，属于基础题．

15．（5分）（2017•太原二模）已知点O是△ABC的内心，∠BAC=60°，BC=1，则△BOC面积的最大值为　菁优网-jyeoo　．

【考点】HT：三角形中的几何计算．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；4O：定义法；58 ：解三角形．

【分析】先根据O是△ABC的内心，求出∠BOC=120°，再根据余弦定理和基本不等式求出OC•OB≤菁优网-jyeoo，最后根据三角形的面积公式计算即可

【解答】解：∵是△ABC的内心，∠BAC=60°，

∴∠BOC=180°﹣菁优网-jyeoo=120°，

由余弦定理可得BC2=OC2+OB2﹣2OC•OB•cos120，

即OC2+OB2=1﹣OC•OB，

又OC2+OB2≥2OC•OB，

∴OC•OB≤菁优网-jyeoo，

∴S△BOC=菁优网-jyeooOC•OB•sin120°≤菁优网-jyeoo，

则△BOC面积的最大值为菁优网-jyeoo，

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了余弦定理和三角形的面积公式以及基本不等式，属于基础题

16．（5分）（2017•太原二模）已知三棱锥A﹣BCD中，AB=AC=BC=2，BD=CD=菁优网-jyeoo，点E是BC的中点，点A在平面BCD上的射影恰好为DE的中点，则该三棱锥外接球的表面积为　菁优网-jyeoo　．

【考点】LG：球的体积和表面积；LR：球内接多面体．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】由题意，△BCD为等腰直角三角形，E是外接圆的圆心，点A在平面BCD上的射影恰好为DE的中点，利用勾股定理，建立方程，求出三棱锥外接球的半径，即可得出结论．

【解答】解：由题意，△BCD为等腰直角三角形，E是外接圆的圆心，

点A在平面BCD上的射影恰好为DE的中点F，则BF=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

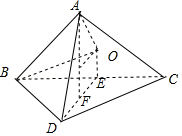
∴AF=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

设球心到平面BCD是距离为h，则1+h2=菁优网-jyeoo+（菁优网-jyeoo﹣h）2，

∴h=菁优网-jyeoo，r=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴该三棱锥外接球的表面积为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故答案为菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查三棱锥外接球的表面积，考查学生的计算能力，确定三棱锥外接球的半径是关键．

**三、解答题：本大题共5小题，共48分．解答写出文字说明、证明过程或演算过程．**

17．（12分）（2017•太原二模）已知数列{an}的前n项和Sn=菁优网-jyeoo，数列{bn}满足bn=an+an+1（n∈N\*）．

（1）求数列{bn}的通项公式；

（2）若cn=2菁优网-jyeoo•（bn﹣1）（n∈N\*），求数列{cn}的前n项和Tn．

【考点】8E：数列的求和；8H：数列递推式．

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】（1）由Sn=菁优网-jyeoo，可得：a1=菁优网-jyeoo=1；n≥2时，an=Sn﹣Sn﹣1，即可得出．

（2）cn=菁优网-jyeoo•（bn﹣1）=2n•2n=n•2n+1．利用“错位相减法”与等比数列的求和公式即可得出．

【解答】解：（1）由Sn=菁优网-jyeoo，可得：a1=菁优网-jyeoo=1；

n≥2时，an=Sn﹣Sn﹣1=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=n．n=1时也成立．

∴an=n．

∴bn=an+an+1=n+n+1=2n+1．

（2）cn=菁优网-jyeoo•（bn﹣1）=2n•2n=n•2n+1．

∴数列{cn}的前n项和Tn=22+2×23+3×24+…+n•2n+1．

2Tn=23+2×24+…+（n﹣1）•2n+1+n•2n+2，

∴﹣Tn=22+23+…+2n+1﹣n•2n+2=菁优网-jyeoo﹣n•2n+2，

∴Tn=（n﹣1）•2n+2+4．

【点评】本题考查了“错位相减法”与等比数列的求和公式、数列递推 关系，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

18．（12分）（2017•太原二模）某商城举行有奖促销活动，顾客购买一定金额的商品后即可抽奖，抽奖规则如下：

1．抽奖方案有以下两种，方案a：从装有1个红球、2个白球（仅颜色不同）的甲袋中随机摸出1个球，若都是红球，则获得奖金15元；否则，没有奖金，兑奖后将抽出的球放回甲袋中，方案b：从装有2个红球、1个白球（仅颜色相同）的乙袋中随机摸出1个球，若是红球，则获得奖金10元；否则，没有奖金，兑奖后将抽出的球放回乙袋中．

2．抽奖条件是，顾客购买商品的金额满100元，可根据方案a抽奖一次：满150元，可根据方案b抽奖一次（例如某顾客购买商品的金额为310元，则该顾客采用的抽奖方式可以有以下三种，根据方案a抽奖三次或方案b抽奖两次或方案a、b各抽奖一次）．已知顾客A在该商场购买商品的金额为250元．

（1）若顾客A只选择方案a进行抽奖，求其所获奖金为15元的概率；

（2）若顾客A采用每种抽奖方式的可能性都相等，求其最有可能获得的奖金数（除0元外）．

【考点】C2：概率的意义．

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5I ：概率与统计．

【分析】（1）若顾客A只选择方案a进行抽奖，利用互斥事件的概率公式，求其所获奖金为15元的概率；

（2）分别求出相应的概率，即可得出结论．

【解答】解：（1）设“获得奖金为15元”为事件B，由题意，P（B）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo；

（2）按方案a抽奖两次，则获得奖金15元的概率为P1=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo；

则获得奖金30元的概率为P2=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo；

按方案a，b抽奖两次，则获得奖金15元的概率为P3=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo；

获得奖金10元的概率为P4=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo；

获得奖金25元的概率为P5=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

因此，最有可能获得的奖金数为15元．

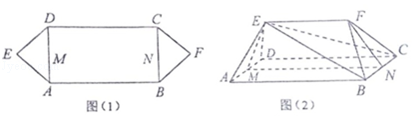
【点评】本题考查古典概型的概率公式；考查互斥事件概率的求解，属于一道基础题．

19．（12分）（2017•太原二模）如图（1）在平面六边形ABCDEF中，四边形ABCD是矩形，且AB=4，BC=2，AE=DE=菁优网-jyeoo，BF=CF=菁优网-jyeoo，点M，N分别是AD，BC的中点，分别沿直线AD，BC将△DEF，△BCF翻折成如图（2）的空间几何体ABCDEF．

（1）利用下面的结论1或结论2，证明：E、F、M、N四点共面；

结论1：过空间一点作已知直线的垂面，有且只有一个；

结论2：过平面内一条直线作该平面的垂面，有且只有一个．

（2）若二面角E﹣AD﹣B和二面角F﹣BC﹣A都是60°，求三棱锥E﹣BCF的体积．

【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LX：直线与平面垂直的性质．

【专题】14 ：证明题；31 ：数形结合；49 ：综合法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】（1）由题意，点E在底面ABCD的射影在MN上，可设为点P，同理，点F在底面ABCD的射影在MN上，可设为点Q，推导出平面EMP⊥平面ABCD，平面FNQ⊥平面ABCD，由结论2能证明E、F、M、N四点共面．

（2）三棱锥E﹣BCF的体积VE﹣BCF=VABCDEF﹣VE﹣ABCD，由此能求出结果．

【解答】证明：（1）由题意，点E在底面ABCD的射影在MN上，可设为点P，

同理，点F在底面ABCD的射影在MN上，可设为点Q，

则EP⊥平面ABCD，FQ⊥平面ABCD，

∴平面EMP⊥平面ABCD，平面FNQ⊥平面ABCD，

又MN⊂平面ABCD，MN⊂平面EMP，MN⊂平面FNQ，

由结论2：过平面内一条直线作该平面的垂面，有且只有一个，

得到E、F、M、N四点共面．

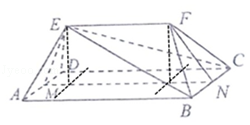
解：（2）∵二面角E﹣AD﹣B和二面角F﹣BC﹣A都是60°，

∴∠EMP=∠FNQ=60°，∴EP=EM•sin60°=菁优网-jyeoo，

∴三棱锥E﹣BCF的体积：

VE﹣BCF=VABCDEF﹣VE﹣ABCD

=2×菁优网-jyeoo+（菁优网-jyeoo）×3﹣菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

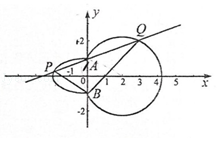


【点评】本题考查四点共面的证明，考查三棱锥的体积的求法，考查空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力、空间思维能力，考查数形结合思想、化归与转化思想，是中档题．

20．（12分）（2017•太原二模）如图，曲线C由左半椭圆M：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1（a＞0，b＞0，x≤0）和圆N：（x﹣2）2+y2=5在y轴右侧的部分连接而成，A，B是M与N的公共点，点P，Q（均异于点A，B）分别是M，N上的动点．

（1）若|PQ|的最大值为4+菁优网-jyeoo，求半椭圆M的方程；

（2）若直线PQ过点A，且菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo⊥菁优网-jyeoo，求半椭圆M的离心率．



【考点】KL：直线与椭圆的位置关系．

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；5A ：平面向量及应用；5B ：直线与圆；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）A（0，1），B（0，﹣1），故b=1，|PQ|的最大值为4+菁优网-jyeoo=a+2+菁优网-jyeoo，解得a即可得出．

（2）设PQ方程：y=kx+1，与圆N的方程联立可得：（k2+1）x2+（2k﹣4）x=0，解得Q坐标．利用菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=（xQ，yQ﹣1）可得P的坐标．利用菁优网-jyeoo⊥菁优网-jyeoo，可得菁优网-jyeoo=0，解得k．代入椭圆方程解得a2，即可得出．

【解答】解：（1）A（0，1），B（0，﹣1），故b=1，|PQ|的最大值为4+菁优网-jyeoo=a+2+菁优网-jyeoo，解得a=2．

∴半椭圆M的方程为：菁优网-jyeoo+y2=1（﹣2≤x≤0）．

（2）设PQ方程：y=kx+1，与圆N的方程联立可得：（k2+1）x2+（2k﹣4）x=0，

xA+xQ=菁优网-jyeoo，xA=0，∴Q菁优网-jyeoo．∵菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=（xQ，yQ﹣1）

菁优网-jyeoo=（xP，yP﹣1），∴xP+xQ=0，yP+yQ=2．

∴xP=菁优网-jyeoo，yP=菁优网-jyeoo．

∵菁优网-jyeoo⊥菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo=xPxQ+（yP+1）（yQ+1）=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+2+1=（k2+1）（16k﹣12）=0，

解得k=菁优网-jyeoo．故P菁优网-jyeoo．代入椭圆方程可得：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1，解得a2=菁优网-jyeoo．

∴半椭圆M的离心率e=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了椭圆与圆的标准方程方程及其性质、向量坐标运算性质、向量垂直与数量积的关系、一元二次方程的根与系数的关系，考查了推理能力与计算能力，属于难题．

21．（12分）（2017•太原二模）已知函数f（x）=ex﹣ax2﹣2x（a∈R）．

（1）当a=0时，求f（x）的最小值；

（2）当a＜菁优网-jyeoo﹣1时，证明：不等式f（x）＞菁优网-jyeoo﹣1在（0，+∞）上恒成立．

【考点】6E：利用导数求闭区间上函数的最值；6B：利用导数研究函数的单调性．

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；53 ：导数的综合应用．

【分析】（1）求出函数的导数，解关于导函数的不等式，求出函数的单调区间，求出函数的最小值即可；

（2）根据函数的单调性得到x=x0是h（x）的唯一零点，且在x=x0处f（x）取最小值f（x0）=菁优网-jyeoo﹣x0（ax0+2），求出f（x0）=菁优网-jyeoo（1﹣菁优网-jyeoo）﹣x0，构造函数g（t）=et（1﹣菁优网-jyeoo）﹣t，根据函数的单调性证明即可．

【解答】解：（1）a=0时，f（x）=ex﹣2x，f′（x）=ex﹣2，

令f′（x）＞0，解得：x＞ln2，令f′（x）＜0，解得：0＜x＜ln2，

故f（x）在（0，ln2）递减，在（ln2，+∞）递增，

故f（x）最小值=f（ln2）=2﹣2ln2；

（2）证明：f′（x）=ex﹣2ax﹣2，

f′（1）=e﹣2﹣2a＞e﹣2﹣2（菁优网-jyeoo﹣1）=0，f′（0）=﹣1＜0，

故存在x0∈（0，1）使得f′（x0）=0，

令h（x）=ex﹣2ax﹣2，则x∈（0，+∞）时，h′（x）＞0，

故h（x）在（0，+∞）递增且h（x0）=0，

故x=x0是h（x）的唯一零点，

且在x=x0处f（x）取最小值f（x0）=菁优网-jyeoo﹣x0（ax0+2），

又h（x0）=0，即菁优网-jyeoo﹣2ax0﹣2=0得ax0+1=菁优网-jyeoo，

故f（x0）=菁优网-jyeoo（1﹣菁优网-jyeoo）﹣x0，

构造函数g（t）=et（1﹣菁优网-jyeoo）﹣t，

则g′（t）=et（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）﹣1，g″（t）=et（﹣菁优网-jyeoo），

故t∈（0，1）时，g″（t）＜0，g′（t）在（0，1）递减，

故t∈（0，1）时，g′（t）＜g′（0）＜0，

故g（t）在（0，1）递减，

故f（x0）在（0，1）递减，

故f（x）min=f（x0）＞e1（1﹣菁优网-jyeoo）﹣1=菁优网-jyeoo﹣1，

原结论成立．

【点评】本题考查了函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及不等式的证明，考查转化思想，是一道综合题．

**[选修4-4：坐标系与参数方程选讲]**

22．（10分）（2017•太原二模）在直角坐标系xOy中，曲线C1的参数方程为菁优网-jyeoo（其中φ为参数），以原点O为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线C2的极坐标方程为ρ（tanα•cosθ﹣sinθ）=1（α为常数，0＜α＜π，且α≠菁优网-jyeoo），点A，B（A在x轴下方）是曲线C1与C2的两个不同交点．

（1）求曲线C1普通方程和C2的直角坐标方程；

（2）求|AB|的最大值及此时点B的坐标．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程；QH：参数方程化成普通方程．

【专题】17 ：选作题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5S ：坐标系和参数方程．

【分析】（1）利用三种方程的转化方法，求曲线C1普通方程和C2的直角坐标方程；

（2）C2的参数方程为菁优网-jyeoo（t为参数），代入菁优网-jyeoo=1，得菁优网-jyeoo﹣2tsinα=0，利用参数的意义，求|AB|的最大值及此时点B的坐标．

【解答】解：（1）曲线C1的参数方程为菁优网-jyeoo（其中φ为参数），

普通方程为菁优网-jyeoo=1；曲线C2的极坐标方程为ρ（tanα•cosθ﹣sinθ）=1，

直角坐标方程为xtanα﹣y﹣1=0；

（2）C2的参数方程为菁优网-jyeoo（t为参数），

代入菁优网-jyeoo=1，得菁优网-jyeoo﹣2tsinα=0，

∴t1+t2=菁优网-jyeoo，t1t2=0，

∴|AB|=|菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo|，

∵0＜α＜π，且α≠菁优网-jyeoo，

∴sinα∈（0，1），

∴|AB|max=菁优网-jyeoo，此时B的坐标为（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）．

【点评】本题考查三种方程的转化，考查参数方程的运用，属于中档题．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•太原二模）已知函数f（x）=|x+m|+|2x﹣1|（m＞0）．

（1）当m=1时，解不等式f（x）≥3；

（2）当x∈[m，2m2]时，不等式菁优网-jyeoof（x）≤|x+1|恒成立，求实数m的取值范围．

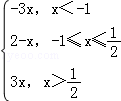
【考点】3R：函数恒成立问题．

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】（1）求出f（x）的分段函数的形式，解不等式即可；

（2）问题转化为m≤2|x+1|﹣|2x﹣1|﹣x，令t（x）=2|x+1|﹣|2x﹣1|﹣x，求出t（x）的最小值，求出m的范围即可．

【解答】解：（1）m=1时，f（x）=|x+1|+|2x﹣1|，

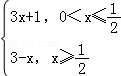
f（x）=，

∴f（x）≥3，解得：x≤﹣1或x≥1；

（2）菁优网-jyeoof（x）≤|+1|⇒菁优网-jyeoo|x+m|+菁优网-jyeoo|2x﹣1|≤|x+1|，

∵x∈[m，2m2]且m＞0，

∴菁优网-jyeoox+菁优网-jyeoo≤|x+1|﹣菁优网-jyeoo|2x﹣1|⇒m≤2|x+1|﹣|2x﹣1|﹣x，

令t（x）=2|x+1|﹣|2x﹣1|﹣x=，

由题意得菁优网-jyeoo⇒m＞菁优网-jyeoo，

t（x）min=t（2m2）≥m⇒m≤1，

∴菁优网-jyeoo＜m≤1．

【点评】本题考查了函数恒成立问题，考查绝对值不等式问题，是一道中档题．