**2017年山西省四校联考理科数学二模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）**

1．（5分）（2017•山西二模）设全集U=R，集合A={x∈N|x2＜6x}，B={x∈N|3＜x＜8}，则如图阴影部分表示的集合是（　　）

菁优网：http://www.jyeoo.com

A．{1，2，3，4，5} B．{1，2，3} C．{3，4} D．{4，5，6，7}

【考点】1J：Venn图表达集合的关系及运算．

【专题】11 ：计算题；37 ：集合思想；4O：定义法；5J ：集合．

【分析】根据题意，图中阴影部分表示的区域为只属于A的部分，即A∩（∁RB），计算可得集合A与∁RB，对其求交集可得答案．

【解答】解：根据题意，图中阴影部分表示的区域为只属于A的部分，即A∩（∁RB），

∵A={x∈N|x2＜6x}={x∈N|0＜x＜6}={1，2，3，4，5}，

B={x∈N|3＜x＜8}={4，5，6，7}

∴∁RB={x|x≠4，5，6，7|}，

∴A∩（∁RB）={1，2，3}

故选：B

【点评】本题考查集合的Venn表示法，关键是分析出阴影部分表示的集合．

2．（5分）（2017•山西二模）复数z=菁优网-jyeoo的共轭复数的虚部为（　　）

A．﹣4i B．﹣4 C．4i D．4

【考点】A5：复数代数形式的乘除运算．

【专题】11 ：计算题；38 ：对应思想；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】利用复数代数形式的乘除运算化简，求出菁优网-jyeoo得答案．

【解答】解：∵z=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo，

∴复数z=菁优网-jyeoo的共轭复数的虚部为4．

故选：D．

【点评】本题考查复数代数形式的乘除运算，考查复数的基本概念，是基础题．

3．（5分）（2017•山西二模）现在有这么一列数：2，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，…，按照规律，横线中的数应为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】81：数列的概念及简单表示法．

【专题】35 ：转化思想；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】由题意可得：分子为连续的质数，分母依次为首项为2、公比为2的等比数列，即可得出．

【解答】解：由题意可得：分子为连续的质数，分母依次为首项为2、公比为2的等比数列，

故括号中的数应该为菁优网-jyeoo．

故选：B．

【点评】本题考查了数列通项公式的求法、观察法、归纳法，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

4．（5分）（2017•山西二模）已知球O的半径为R，体积为V，则“R＞菁优网-jyeoo”是“V＞36π”的（　　）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也必要条件

【考点】2L：必要条件、充分条件与充要条件的判断．

【专题】35 ：转化思想；59 ：不等式的解法及应用；5L ：简易逻辑．

【分析】利用球的体积计算公式与不等式的性质、充要条件的性质即可判断出结论．

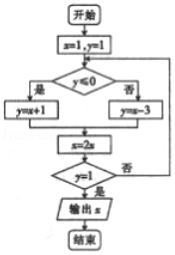
【解答】解：∵R＞菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo＞菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo＞36π．

∴“R＞菁优网-jyeoo”是“V＞36π”的充分不必要条件．

故选：A．

【点评】本题考查了球的体积计算公式与不等式的性质、充要条件的性质，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

5．（5分）（2017•山西二模）执行如图所示的程序框图，则输出的x等于（　　）



A．16 B．8 C．4 D．2

【考点】EF：程序框图．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5K ：算法和程序框图．

【分析】模拟执行程序，依次写出每次循环得到的y，x的值，当满足条件y=1，退出循环，输出x的值为16，从而得解．

【解答】解：模拟执行程序，可得

x=1，y=1

不满足条件y≤0，y=﹣2，x=2

不满足条件y=1，执行循环体，满足条件y≤0，y=﹣1，x=4

不满足条件y=1，执行循环体，满足条件y≤0，y=0，x=8

不满足条件y=1，执行循环体，满足条件y≤0，y=1，x=16

满足条件y=1，退出循环，输出x的值为16．

故选：A．

【点评】本题主要考查了循环结构的程序框图的应用，正确写出每次循环得到的y，x的值是解题的关键，属于基础题．

6．（5分）（2017•山西二模）若双曲线C：菁优网-jyeoo﹣y2=1的左、右焦点分别为F1，F2，P为双曲线C上一点，满足菁优网-jyeoo=0的点P依次记为P1、P2、P3、P4，则四边形P1P2P3P4的面积为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．2菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．2菁优网-jyeoo

【考点】KC：双曲线的简单性质．

【专题】34 ：方程思想；48 ：分析法；5A ：平面向量及应用；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】求出双曲线的焦点坐标，运用向量数量积的坐标表示，可得P的轨迹方程，联立双曲线的方程，求出交点，可得它们构成矩形，求出长和宽，即可得到所求面积．

【解答】解：双曲线C：菁优网-jyeoo﹣y2=1的a=2，b=1，c=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

焦点坐标为（﹣菁优网-jyeoo，0），（菁优网-jyeoo，0），

满足菁优网-jyeoo=0的点P，

设P（x，y），则（﹣菁优网-jyeoo﹣x，﹣y）•（菁优网-jyeoo﹣x，﹣y）=x2﹣5+y2=0，

即有圆x2+y2=5，

联立双曲线的方程双曲线C：菁优网-jyeoo﹣y2=1，

可得交点分别为P1（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），P2（﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），

P3（﹣菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo），P4（菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo），

它们构成一个矩形，长为菁优网-jyeoo，宽为菁优网-jyeoo，

面积为菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：C．

【点评】本题考查双曲线的方程和性质，主要是焦点坐标和方程的运用，考查解方程的能力，以及四边形面积的计算，属于基础题．

7．（5分）（2017•山西二模）（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）7的展开式中系数为有理数的各项系数之和为（　　）

A．﹣156 B．﹣128 C．﹣28 D．128

【考点】DB：二项式系数的性质．

【专题】38 ：对应思想；4O：定义法；5P ：二项式定理．

【分析】利用二项式展开式的通项公式，求出展开式中系数为有理数的项，

再计算系数为有理数的各项系数和．

【解答】解：（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）7的展开式中，通项公式为

Tr+1=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=（﹣1）r•菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo•x﹣r；

令菁优网-jyeoo为整数，其中r=0，1，2，…，7；

由题意知，当r=1或r=7时，展开式中系数为有理数；

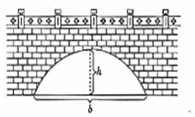
所以系数为有理数的各项系数之和为

﹣菁优网-jyeoo•22﹣菁优网-jyeoo•27=﹣28﹣128=﹣156．

故选：A．

【点评】本题考查了二项式展开式的通项公式，以及项的系数为有理数的条件和应用问题，是基础题．

8．（5分）（2017•山西二模）一桥拱的形状为抛物线，该抛物线拱的高为h，宽为b，此抛物线拱的面积为S，若b=3h，则S等于（　　）



A．h2 B．2h2 C．菁优网-jyeooh2 D．菁优网-jyeooh2

【考点】K8：抛物线的简单性质．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】建立坐标系，设抛物线方程为y=ax2（a＜0），将（菁优网-jyeoo，﹣h）代入可得a=﹣菁优网-jyeoo，该抛物线拱的面积为h×3h+菁优网-jyeoo，即可得出结论．

【解答】解：由题意，建立如图所示的坐标系，

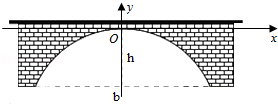
设抛物线方程为y=ax2（a＜0），则

将（菁优网-jyeoo，﹣h）代入可得a=﹣菁优网-jyeoo，

∴该抛物线拱的面积为h×3h+菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo=2h2，

故选B．



【点评】解决该试题的关键是利用定积分表示出抛物线拱的面积，然后借助于定积分得到结论．

9．（5分）（2017•山西二模）现有3个命题：

P1：函数f（x）=lgx﹣|x﹣2|有2个零点．

P2：面值为3分和5分的邮票可支付任何n（n＞7，n∈N）分的邮资．

P3：若a+b=c+d=2，ac+bd＞4，则a、b、c、d中至少有1个为负数．

那么，这3个命题中，真命题的个数是（　　）

A．0 B．1 C．2 D．3

【考点】2K：命题的真假判断与应用．

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；49 ：综合法；5L ：简易逻辑．

【分析】令f（x）=lgx﹣|x﹣2|=0，得到lgx=|x﹣2|，作出y=lgx，y=|x﹣2|的图象可知，它p1是真命题；用数学归纳法能证明P2是真命题；利用反证法能证明P3为真命题．

【解答】解：令f（x）=lgx﹣|x﹣2|=0，得到lgx=|x﹣2|，

作出y=lgx，y=|x﹣2|的图象可知，它们有2个交点，

从而函数f（x）=lgx﹣|x﹣2|有2个零点，故p1是真命题；

P2：面值为3分和5分的邮票可支付任何n（n＞7，n∈N）分的邮资，是真命题．

用数学归纳法证明：

①当n=8，9，10时，由8=3+5，9=3+3+3，10=5+5，知命题成立；

②假设当n=k（k＞7，n∈N）时，命题成立，则k=8+3m，或k=9+3m，或k=10+3m，m∈N\*，

∴当n=k+1时，则n=9+3m，或n=10+3m，或n=11+3m=8+3（m+1），m∈N\*，

∴当n=k+1时，命题成立．

由①②知P2：面值为3分和5分的邮票可支付任何n（n＞7，n∈N）分的邮资，是真命题．

P3：若a+b=c+d=2，ac+bd＞4，则a、b、c、d中至少有1个为负数，是真命题．

用反证法证明：

假设a，b，c，d没有1 个为负数，即a≥0，b≥0，c≥0，d≥0，∴ad+bc≥0，

∵a+b=c+d=2，∴（a+b）（c+d）=ac+bd+ad+bc=4，

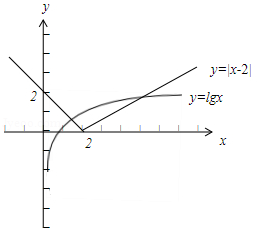
∵ac+bd＞4，∴ad+bc＜0，

这与ad+bc≥0矛盾，故假设不成立，

∴若a+b=c+d=2，ac+bd＞4，则a、b、c、d中至少有1个为负数，

故P3为真命题．

故选：D．



【点评】本题考查命题真假的判断，涉及到对数函数、含绝对值的函数、数学归纳法、反证法、作图法等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力，考查数形结合思想、化归与转化思想，是中档题．

10．（5分）（2017•山西二模）设Sn为正项数列{an}的前n项和，a2=3，Sn+1（2Sn+1+n﹣4Sn）=2nSn，则a25等于（　　）

A．3×223 B．3×224 C．223 D．224

【考点】8E：数列的求和．

【专题】11 ：计算题；33 ：函数思想；4R：转化法；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】由已知数列递推式可得Sn+1﹣2Sn=0，则Sn+1=2Sn，得到菁优网-jyeoo，结合a2=3求得S1，得到Sn，再由a25=S25﹣S24求解．

【解答】解：∵Sn+1（2Sn+1+n﹣4Sn）=2nSn，

∴菁优网-jyeoo，

∴（Sn+1﹣2Sn）（2Sn+1+n）=0，

∵an＞0，∴2Sn+1+n＞0，则Sn+1﹣2Sn=0．

∴Sn+1=2Sn，则菁优网-jyeoo，

∴a2=S2﹣S1=S1=3，则菁优网-jyeoo．

∴菁优网-jyeoo．

故选：A．

【点评】本题考查数列递推式，考查了等比关系的确定，训练了利用数列的前n项和求数列通项，是中档题．

11．（5分）（2017•山西二模）某高校大一新生中的6名同学打算参加学校组织的“雅荷文学社”、“青春风街舞社”、“羽乒协会“、”演讲团“、”吉他协会“五个社团．若每个同学必须参加且只能参加1个社团且每个社团至多两人参加，则这6个人中至多有1个参加”演讲团“的不同参加方法为（　　）

A．4680 B．4770 C．5040 D．5200

【考点】D8：排列、组合的实际应用．

【专题】11 ：计算题；32 ：分类讨论；35 ：转化思想；5O ：排列组合．

【分析】据题意，6个人中至多有1个参加”演讲团“，则分2种情况讨论：①、若有1人参加”演讲团“，②、若没有人参加”演讲团“，分别求出每一种情况下的安排方法数目，由分类计数原理计算可得答案．

【解答】解：根据题意，分2种情况讨论：

①、若有1人参加”演讲团“，在6人中选出1人，参加”演讲团“，有C61=6种情况，

剩下的5个人参加剩下的4个社团，人数安排有1、1、1、2或1、2、2两种情况，

则有菁优网-jyeoo×A44+菁优网-jyeoo×A43=600种安排方法，

则此时的不同参加方法有6×600=3600种；

②、若没有人参加”演讲团“，则6人参加4个社团，人数安排有1、1、2、2或2、2、2两种情况，

此时有菁优网-jyeoo×A44+菁优网-jyeoo×A33=1440种安排方法；

则不同参加方法有3600+1440=5040种；

故选：C．

【点评】本题考查排列组合的应用，注意题目中社团人数的要求，要优先分析受到限制的元素，其次要注意正确使用分组公式．

12．（5分）（2017•山西二模）对任意的正数x，都存在两个不同的正数y，使x2（lny﹣lnx）﹣ay2=0成立，则实数a的取值范围为（　　）

A．（0，菁优网-jyeoo） B．（﹣∞，菁优网-jyeoo） C．（菁优网-jyeoo，+∞） D．（菁优网-jyeoo，1）

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性．

【专题】31 ：数形结合；35 ：转化思想；51 ：函数的性质及应用；53 ：导数的综合应用．

【分析】由x2（lny﹣lnx）﹣ay2=0（x，y＞0），可得：a=菁优网-jyeoo，令菁优网-jyeoo=t＞0，a=菁优网-jyeoo，设g（t）═菁优网-jyeoo，利用导数研究其单调性极值与最值即可得出．

【解答】解：由x2（lny﹣lnx）﹣ay2=0（x，y＞0），可得：a=菁优网-jyeoo，令菁优网-jyeoo=t＞0，∴a=菁优网-jyeoo，

设g（t）═菁优网-jyeoo，g′（t）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

令g′（t）＞0．解得菁优网-jyeoo，此时函数g（t）单调递增；

令g′（t）＜0．解得t菁优网-jyeoo，此时函数g（t）单调递减．

又t＞1时，g（t）＞0；1＞t＞0时，g（t）＜0．

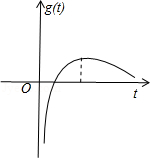
可得函数g（t）的图象．

因此当a∈菁优网-jyeoo时，存在两个正数，使得a=菁优网-jyeoo成立，

即对任意的正数x，都存在两个不同的正数y，

使x2（lny﹣lnx）﹣ay2=0成立．

故选：A．



【点评】本题考查了利用导数研究其单调性极值与最值、数形结合方法、方程与不等式的解法，考查了推理能力与计算能力，属于难题．

**二、填空题（共4小题，每小题5分，满分20分）**

13．（5分）（2017•山西二模）若复数z=菁优网-jyeoo，则|z|=　菁优网-jyeoo　．

【考点】A8：复数求模．

【专题】35 ：转化思想；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的运算法则、模的计算公式即可得出．

【解答】解：z=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeooi，

则|z|=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了复数的运算法则、模的计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

14．（5分）（2017•山西二模）若9个人任意排成一排，则甲排中间，且乙与丙相邻的概率为　菁优网-jyeoo　．

【考点】CB：古典概型及其概率计算公式．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5I ：概率与统计．

【分析】由题意，乙与丙只能同时在甲的左侧或右侧，相邻位置共有6种，由捆绑法可得所求概率．

【解答】解：由题意，甲排中间，且乙与丙相邻，

∴乙与丙只能同时在甲的左侧或右侧，相邻位置共有6种，由捆绑法可得所求概率为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故答案为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查古典概型概率的计算，考查学生的计算能力，属于中档题．

15．（5分）（2017•山西二模）已知[x]表示不大于x的最大整数，设函数f（x）=[log2菁优网-jyeoo]，得到下列结论，

结论 1：当 2＜x＜3 时，f（x）max=﹣1．

结论 2：当 4＜x＜5 时，f（x）max=1

结论 3：当 6＜x＜7时，f（x）max=3

…

照此规律，结论6为　当 12＜x＜13时，f（x）max=9　．

【考点】F1：归纳推理．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5M ：推理和证明．

【分析】照此规律，一般性的结论为当 2n＜x＜2n+1时，f（x）max=2n﹣3．即可得出结论．

【解答】解：结论 1：当 2＜x＜3 时，f（x）max=﹣1．

结论 2：当 4＜x＜5 时，f（x）max=1

结论 3：当 6＜x＜7时，f（x）max=3

…

照此规律，一般性的结论为当 2n＜x＜2n+1时，f（x）max=2n﹣3．

结论6为当 12＜x＜13时，f（x）max=9，

故答案为当 12＜x＜13时，f（x）max=9．

【点评】本题考查归纳推理，考查学生分析解决问题的能力，正确归纳是关键．

16．（5分）（2017•山西二模）已知抛物线y2=2px（p＞0）的焦点为F，过抛物线上点P（2，y0）的切线为l，过点P作平行于x轴的直线m，过F作平行于l的直线交m于M，若|PM|=5，则p的值为　6　．

【考点】K8：抛物线的简单性质．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；4R：转化法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】根据导数的几何意义求称呼切线方程，再根据|PM|=5，得到M的坐标，然后代入到直线m中即可求出．

【解答】解：设P（2，2菁优网-jyeoo），由y=菁优网-jyeoo，可得y′=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo，

当x=2时，y′=菁优网-jyeoo，

∴过F作平行于l的直线方程为y=菁优网-jyeoo（x﹣菁优网-jyeoo），

∵过点P作平行于x轴的直线m，过F作平行于l的直线交m于M，|PM|=5，

∴M（7，2菁优网-jyeoo），

∴7﹣菁优网-jyeoo=4，解得p=6，

故答案为：6．

【点评】本题主要考查抛物线的标准方程，以及简单性质的应用，用点斜式求直线方程以及求两直线的交点坐标的方法，属于中档题．

**三、解答题（共6小题，满分70分）**

17．（10分）（2017•山西二模）（1）求（菁优网-jyeoo﹣x）5的展开式中x3的系数及展开式中各项系数之和；

（2）从0，2，3，4，5，6这6个数中任取4个组成一个无重复数字的四位数，求满足条件的四位数的个数．

【考点】D8：排列、组合的实际应用；DB：二项式系数的性质．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；5O ：排列组合．

【分析】（1）根据题意，由二项式定理可得（菁优网-jyeoo﹣x）5的展开式，其中令r=3可得x3的系数，进而在（菁优网-jyeoo﹣x）5中，令x=1可得其各项系数之和；

（2）根据题意，由于首位数字不能为0，先分析首位数字的可能情况，再在剩下的5个数字中，任选3个，安排在百位、十位、个位，由分步计数原理计算可得答案．

【解答】解：（1）根据题意，（菁优网-jyeoo﹣x）5中，其展开式Tr+1=C5r（菁优网-jyeoo）5﹣r（﹣x）r，

则其展开式中x3的系数为T4=C53（菁优网-jyeoo）2（﹣1）3=﹣菁优网-jyeoo，

在（菁优网-jyeoo﹣x）5中，令x=1可得其各项系数之和（菁优网-jyeoo﹣1）5=﹣菁优网-jyeoo，

（2）根据题意，分2步进行分析：

①、首位数字不能为0，则首位数字在2，3，4，5，6中选一个，则首位数字有5种情况，

②、在剩下的5个数字中，任选3个，安排在百位、十位、个位，有A53=5×4×3=60种情况，

则一共有5×60=300个满足条件的四位数．

【点评】本题考查计数原理的应用以及二次项系数的性质，关键是掌握二项式定理．

18．（12分）（2017•山西二模）在△ABC 中，a、b、c分别为内角 A、B、C 的对边，bsin A=（3b﹣c）sinB

（1）若2sin A=3sin B，且△ABC的周长为8，求c

（2）若△ABC为等腰三角形，求cos 2B．

【考点】HP：正弦定理．

【专题】11 ：计算题；32 ：分类讨论；49 ：综合法；58 ：解三角形．

【分析】（1）由已知及正弦定理可求a+c=3b，2a=3b，联立即可解得c的值．

（2）由已知分类讨论可求a=c，由a+c=3b，可得b=菁优网-jyeooa，利用余弦定理可求cosB，进而利用二倍角的余弦函数公式即可计算得解．

【解答】（本题满分为12分）

解：（1）∵bsin A=（3b﹣c）sinB，可得：ab=（3b﹣c）b，…2分

∴a=3b﹣c，即a+c=3b，…3分

∵2sinA=3sinB，

∴2a=3b，

∴a+b+c=4b=8，可得：b=2，解得a=c=3，…6分

（2）若a=b，则c=2b，

∴a+b=c，与三角形两边之和大于第三边矛盾，故a≠b，同理可得c≠b，…8分

∴a=c，

∵a+c=3b，可得b=菁优网-jyeooa，…9分

∴cosB=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，…11分

∴cos2B=2cos2B﹣1=菁优网-jyeoo…12分

【点评】本题主要考查了正弦定理，余弦定理，二倍角的余弦函数公式在解三角形中的应用，考查了方程思想和分类讨论思想，属于中档题．

19．（12分）（2017•山西二模）已知A（2，0），直线4x+3y+1=0被圆C：（x+3）2+（y﹣m）2=13（m＜3）所截得的弦长为4菁优网-jyeoo，且P为圆C上任意一点．

（1）求|PA|的最大值与最小值；

（2）圆C与坐标轴相交于三点，求以这三个点为顶点的三角形的内切圆的半径．

【考点】J9：直线与圆的位置关系．

【专题】15 ：综合题；34 ：方程思想；4G ：演绎法；5B ：直线与圆．

【分析】（1）利用直线4x+3y+1=0被圆C：（x+3）2+（y﹣m）2=13（m＜3）所截得的弦长为4菁优网-jyeoo，求出m，即可求|PA|的最大值与最小值；

（2）求出圆C与坐标轴相交于三点的坐标，再求以这三个点为顶点的三角形的内切圆的半径．

【解答】解：（1）∵直线4x+3y+1=0被圆C：（x+3）2+（y﹣m）2=13（m＜3）所截得的弦长为4菁优网-jyeoo，

∴圆心到直线的距离d=菁优网-jyeoo=1，

∵m＜3，∴m=2，

∴AC=菁优网-jyeoo，

∴|PA|的最大值与最小值分别为菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo；

（2）由（1）可得圆的方程：（x+3）2+（y﹣2）2=13，

令x=0，则y=0或4，令y=0，则x=0或﹣6，

∴圆C与坐标轴相交于三点M（0，4），O（0，0），B（﹣6，0），

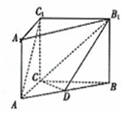
∴△MON为直角三角形，斜边|MN|=2菁优网-jyeoo，内切圆的半径为菁优网-jyeoo=5﹣菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查直线与圆位置关系的运用，考查内切圆半径的求解，考查学生的计算能力，属于中档题．

20．（12分）（2017•山西二模）如图，在直三棱柱ABC﹣A1B1C1中，AC=3，BC=4，AA1=2，AC⊥BC，D是线段AB上一点．

（1）确定D的位置，使得平面B1CD⊥平面ABB1A1；

（2）若AC1∥平面B1CD，设二面角D﹣CB1﹣B的大小为θ，求证θ＜菁优网-jyeoo．



【考点】MT：二面角的平面角及求法；LY：平面与平面垂直的判定．

【专题】15 ：综合题；31 ：数形结合；41 ：向量法；5G ：空间角．

【分析】（1）当CD⊥AB时，利用射影定理求得菁优网-jyeoo．再由线面垂直的判定及面面垂直的判定可得平面B1CD⊥平面ABB1A1 ．从而得到当AD=菁优网-jyeoo时，平面B1CD⊥平面ABB1A1 ；

（2）以CA、CB、CC1所在直线分别为x轴、y轴、z轴建立如图所示的空间直角坐标系，求出平面CDB1的法向量为菁优网-jyeoo，再由平面CBB1的一个法向量为菁优网-jyeoo，求出两法向量所成角的余弦值cos＜菁优网-jyeoo＞=菁优网-jyeoo＞菁优网-jyeoo，可得二面角D﹣CB1﹣B的大小θ＜菁优网-jyeoo．

【解答】（1）解：当CD⊥AB时，

∵AC⊥BC，AC=3，BC=4，∴AB=5，

∴由射影定理得AC2=AD×AB，解得菁优网-jyeoo．

∵BB1⊥平面ABC，∴BB1⊥CD．

∵AB∩BB1=B，∴CD⊥平面ABB1A1．

又CD⊂平面B1CD，∴平面B1CD⊥平面ABB1A1 ．

∴当AD=菁优网-jyeoo时，平面B1CD⊥平面ABB1A1 ；

（2）证明：以CA、CB、CC1所在直线分别为x轴、y轴、z轴建立如图所示的空间直角坐标系，

则A（3，0，0），B1（0，4，2），B（0，4，0）．

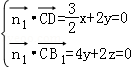
连接BC1交B1C于点O，则O为BC1的中点．

∵平面ABC1∩平面B1CD=OD，且AC1∥平面B1CD，∴OD∥AC1．

∴D为AB的中点．

∴菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

设平面CDB1的法向量为菁优网-jyeoo，

则，令x=4，可得平面B1CD的一个法向量为菁优网-jyeoo，

而平面CBB1的一个法向量为菁优网-jyeoo，

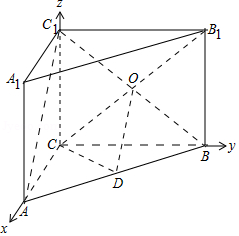
∴cos＜菁优网-jyeoo＞=菁优网-jyeoo，

∵二面角D﹣CB1﹣B为锐角，

∴菁优网-jyeoo．

又菁优网-jyeoo．

∴θ＜菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查面面垂直的判定，考查空间想象能力和思维能力，训练了利用空间向量求二面角的平面角，是中档题．

21．（12分）（2017•江西模拟）已知椭圆C：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1（a＞b＞0）的短轴长为2，且函数y=x2﹣菁优网-jyeoo的图象与椭圆C仅有两个公共点，过原点的直线l与椭圆C交于M，N两点．

（1）求椭圆C的标准方程；

（2）点P为线段MN的中垂线与椭圆C的一个公共点，求△PMN面积的最小值，并求此时直线l的方程．

【考点】KL：直线与椭圆的位置关系．

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；59 ：不等式的解法及应用；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）由题意可得：2b=2，解得b=1．联立菁优网-jyeoo+y2=1（a＞1）与y=x2﹣菁优网-jyeoo，可得：x4+菁优网-jyeoox2+菁优网-jyeoo=0，根据椭圆C与抛物线y=x2﹣菁优网-jyeoo的对称性，可得：△=0，a＞1，解得a．

（2）①当直线l的斜率不存在时，S△PMN=菁优网-jyeoo；当直线l的斜率为0时，S△PMN=菁优网-jyeoo．

②当直线l的斜率存在且不为0时，设直线l的方程为：y=kx，与椭圆方程联立解得x2，y2．|MN|=2菁优网-jyeoo．由题意可得：线段MN的中垂线方程为：y=﹣菁优网-jyeoox，与椭圆方程联立可得|OP|=菁优网-jyeoo．利用S△PMN=菁优网-jyeoo|MN|×|OP|，与基本不等式的性质即可得出．

【解答】解：（1）由题意可得：2b=2，解得b=1．联立菁优网-jyeoo+y2=1（a＞1）与y=x2﹣菁优网-jyeoo，可得：x4+菁优网-jyeoox2+菁优网-jyeoo=0，

根据椭圆C与抛物线y=x2﹣菁优网-jyeoo的对称性，可得：△=菁优网-jyeoo﹣4×菁优网-jyeoo=0，a＞1，解得a=2．

∴椭圆C的标准方程为：菁优网-jyeoo+y2=1．

（2）①当直线l的斜率不存在时，S△PMN=菁优网-jyeoo=2；

当直线l的斜率为0时，S△PMN=菁优网-jyeoo=2；

②当直线l的斜率存在且不为0时．

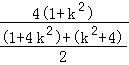
设直线l的方程为：y=kx，由，解得x2=菁优网-jyeoo，y2=菁优网-jyeoo．

∴|MN|=2菁优网-jyeoo=4菁优网-jyeoo．

由题意可得：线段MN的中垂线方程为：y=﹣菁优网-jyeoox，

联立，可得x2=菁优网-jyeoo，y2=菁优网-jyeoo．

∴|OP|=菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo．

S△PMN=菁优网-jyeoo|MN|×|OP|=菁优网-jyeoo≥=菁优网-jyeoo，当且仅当k=±1时取等号，此时△PMN的面积的最小值为菁优网-jyeoo．

∵菁优网-jyeoo，∴△PMN的面积的最小值为菁优网-jyeoo，直线l的方程为：y=±x．

【点评】本题考查了椭圆的标准方程及其性质、一元二次方程的根与系数的关系、基本不等式的性质、弦长公式，考查了推理能力与计算能力，属于难题．

22．（12分）（2017•江西模拟）已知函数f（x）=ex﹣1+ax，a∈R．

（1）讨论函数f（x）的单调区间；

（2）若∀x∈[1，+∞），f（x）+lnx≥a+1恒成立，求a的取值范围．

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；6E：利用导数求闭区间上函数的最值．

【专题】33 ：函数思想；4R：转化法；53 ：导数的综合应用．

【分析】（1）求出函数的导数，通过讨论a的范围，求出函数的单调区间即可；

（2）令a=﹣1，问题转化为f（x）+lnx﹣a﹣1≥0恒成立，令g（x）=f（x）+lnx﹣a﹣1，通过讨论a的范围，结合函数的单调性确定a的范围即可．

【解答】解：（1）f′（x）=ex﹣1+a，

（i）a≥0时，f′（x）＞0，f（x）在R递增；

（ii）a＜0时，令f′（x）=0，解得：x=ln（﹣a）+1，

故x＞ln（﹣a）+1时，f（x）递增，x＜ln（﹣a）+1时，f（x）递减；

综上，a≥0时，f（x）在R递增；

a＜0时，f（x）在（ln（﹣a）+1，+∞）递增，在（﹣∞，ln（﹣a）+1）时递减；

（2）令a=﹣1，由（1）得f（x）的最小值是f（1）=0，

故ex﹣1﹣x≥0，即ex﹣1≥x，

f（x）+lnx≥a+1恒成立与f（x）+lnx﹣a﹣1≥0恒成立等价，

令g（x）=f（x）+lnx﹣a﹣1，

即g（x）=ex﹣1+a（x﹣1）+lnx﹣1，（x≥1），

则g′（x）=ex﹣1+菁优网-jyeoo+a，

①a≥﹣2时，g′（x）=ex﹣1+菁优网-jyeoo+a≥x+菁优网-jyeoo+a菁优网-jyeoo+a=a+2≥0，

∴g′（x）≥0，g（x）在[1，+∞）递增，

故g（x）≥g（1）=0，

故f（x）+lnx≥a+1恒成立；

②a＜﹣2时，令h（x）=ex﹣1+菁优网-jyeoo+a，则h′（x）=菁优网-jyeoo，

x≥1时，h′（x）≥0，h（x）递增，

又h（1）=2+a＜0，h（1﹣a）=e1﹣a﹣1+菁优网-jyeoo+a≥1﹣a+菁优网-jyeoo+a=1+菁优网-jyeoo＞0，

∴存在x0∈（1，1﹣a），使得h（x0）=0，

故x∈（1，x0）时，h（x）＜h（x0）=0，即g′（x）＜0，

故函数g（x）在（1，x0）递减，x∈（x0，+∞）时，h（x）＞h（x0）=0，

即g′（x）＞0，故函数g（x）在（x0，+∞）递增，

∴g（x）min=g（x0）＜g（1）=0，

即∀x∈[1，+∞），f（x）+lnx≥a+1不恒成立，

综上，a的范围是[﹣2，+∞）．

【点评】本题考查了函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及分类讨论思想，转化思想，是一道综合题．