**2017年山西省吕梁市理科数学二模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）**

1．（5分）（2017•山西二模）若集合A={x|log4x≤菁优网-jyeoo}，B={x|（x+3）（ x﹣1）≥0}，则A∩（∁RB）=（　　）

A．（0，1] B．（0，1） C．[1，2] D．[0，1]

【考点】交、并、补集的混合运算．

【专题】集合思想；定义法；集合．

【分析】化简集合A、B，根据补集与交集的定义写出运算结果即可．

【解答】解：集合A={x|log4x≤菁优网-jyeoo}={x|0＜x≤2}，

B={x|（x+3）（ x﹣1）≥0}={x|x≤﹣3或x≥1}，

则∁RB={x|﹣3＜x＜1}，

∴A∩（∁RB）={x|0＜x＜2}=（0，1）．

故选：B．

【点评】本题考查了集合的化简与运算问题，是基础题目．

2．（5分）（2017•山西二模）如果复数菁优网-jyeoo的实部与虚部相等，则实数a等于（　　）

A．菁优网-jyeoo B．6 C．﹣6 D．﹣菁优网-jyeoo

【考点】复数的基本概念；复数代数形式的乘除运算．

【专题】方程思想；转化思想；数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的运算法则、共轭复数的定义、实部、虚部即可得出．

【解答】解：∵复数菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeooi的实部与虚部相等，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，解得a=﹣6，

故选：C．

【点评】本题考查了复数的运算法则、共轭复数的定义、实部与虚部的定义，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

3．（5分）（2017•山西二模）已知等比数列{an}的前n项和为Sn，a1+a3=5，S4=15，则S6=（　　）

A．15 B．31 C．40 D．63

【考点】等比数列的前n项和；等比数列的通项公式．

【专题】方程思想；转化思想；等差数列与等比数列．

【分析】设等比数列{an}的公比为q≠1，根据a1+a3=5，S4=15，可得菁优网-jyeoo=5，菁优网-jyeoo=15，解出进而得出．

【解答】解：设等比数列{an}的公比为q≠1，∵a1+a3=5，S4=15，

∴菁优网-jyeoo=5，菁优网-jyeoo=15，

解得a1=1，q=2．

则S6=菁优网-jyeoo=63．

故选：D．

【点评】本题考查了等比数列的通项公式与前n项和，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

4．（5分）（2017•山西二模）某个路口交通指示灯，红灯时间为30秒，黄灯时间为10秒，绿灯时间为40秒，黄灯时间可以通行，当你到达路口时，等待时间不超过10秒就可以通行的概率为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】几何概型．

【专题】计算题；方程思想；演绎法；概率与统计．

【分析】本题是一个那可能事件的概率，试验发生包含的事件是总的时间长度为30+10+40=80秒，满足条件的时间为40+10+10=60秒，根据等可能事件的概率得到答案．

【解答】解：由题意知本题是一个那可能事件的概率，

试验发生包含的事件是总的时间长度为30+10+40=80秒，

设等待时间不超过10秒就可以通行，满足条件的时间为40+10+10=60秒，

根据等可能事件的概率得到等待时间不超过10秒就可以通行的概率为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选A．

【点评】本题考查等可能事件的概率，是一个由时间长度之比确定概率的问题，这是几何概型中的一类题目，是最基础的题．

5．（5分）（2017•山西二模）双曲线菁优网-jyeoo=1（m∈Z）的离心率为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．2 C．菁优网-jyeoo D．3

【考点】双曲线的简单性质．

【专题】计算题；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】由双曲线方程求出三参数a，b，c，再根据离心率e=菁优网-jyeoo求出离心率．

【解答】解：由题意，m2﹣4＜0且m≠0，∵m∈Z，∴m=1

∵双曲线的方程是y2﹣菁优网-jyeoox2=1

∴a2=1，b2=3，

∴c2=a2+b2=4

∴a=1，c=2，

∴离心率为e=菁优网-jyeoo=2．

故选：B．

【点评】本题的考点是双曲线的简单性质，考查由双曲线的方程求三参数，考查双曲线中三参数的关系：c2=a2+b2．

6．（5分）（2017•山西二模）在△ABC中，|菁优网-jyeoo|=1，|菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo|，则菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=（　　）

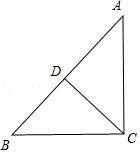
A．1 B．﹣1 C．菁优网-jyeoo D．﹣菁优网-jyeoo

【考点】平面向量数量积的运算．

【专题】计算题；数形结合；向量法；平面向量及应用．

【分析】可画出图形，取AB的中点D，然后连接CD，这样根据条件即可得到菁优网-jyeoo，从而得出△ABC为Rt△，根据数量积的计算公式便可求出菁优网-jyeoo的值．

【解答】解：如图，取AB中点D，连接CD，则：

菁优网-jyeoo；

∴由菁优网-jyeoo得：菁优网-jyeoo；

∴∠ACB=90°；

∴菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo

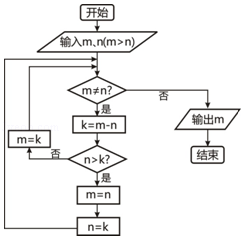
=菁优网-jyeoo

=1．

故选A．

【点评】考查向量加法的平行四边形法则，向量的减法的几何意义，以及直角三角形中线的性质，向量数量积的计算公式．

7．（5分）（2017•淮北二模）在如图所示的程序框图中，若输入的m=98，n=63，则输出的结果为（　　）



A．9 B．8 C．7 D．6

【考点】程序框图．

【专题】计算题；数形结合；演绎法；算法和程序框图．

【分析】模拟执行程序框图，依次写出每次循环得到的k，m，n值，当k=7，n＞k，m=7，n=7时，退出循环，输出m的值为7，即可求解．

【解答】解：模拟执行程序框图，可得m=98，n=63，

k=35，n＞k，m=63，n=35；

继续循环，k=28，n＞k，m=35，n=28；

继续循环，k=7，n＞k，m=28，n=7；

继续循环，k=21，n＜k，m=21，n=7；

继续循环，k=14，n＞k，m=14，n=7；

继续循环，k=7，n＞k，m=7，n=7；

退出循环，输出7，

故选C

【点评】本题主要考查了程序框图和算法，正确写出每次循环得到的k，m，n的值是解题的关键，属于基础题．

8．（5分）（2017•山西二模）已知0＜a＜b，且a+b=1，则下列不等式中正确的是（　　）

A．log2a＞0 B．2a﹣b＜菁优网-jyeoo

C．log2a+log2b＜﹣2 D．2（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）＜菁优网-jyeoo

【考点】基本不等式．

【专题】转化法．

【分析】利用基本不等式的性质依次判断即可．

【解答】解：对于A：log2a＞0可得log2a＞log21，∵0＜a＜b，且a+b=1，即a＜1，故A不对．

对于B：2a﹣b＜菁优网-jyeoo可得：2a﹣b＜2﹣1，即a﹣b＜﹣1，可得a+1＜b，与a+b=1矛盾，故B不对．

对于C：log2a+log2b＜﹣2可得：log2ab＜﹣2，即∵ab菁优网-jyeoo，∵0＜a＜b，且a+b=1，1=a+b＞2菁优网-jyeoo，可得ab＜菁优网-jyeoo，故C对．

对于D：2（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）＜菁优网-jyeoo，∵0＜a＜b，且a+b=1，菁优网-jyeoo，故D不对．

故选：C．

【点评】本题考查了基本不等式的性质，考查了灵活解决问题的能力，属于基础题．

9．（5分）（2017•山西二模）已知函数f（x）=sin（ωx+菁优网-jyeoo）（ω＞0），若f（菁优网-jyeoo）=f（菁优网-jyeoo），且f（x）在区间（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）上有最小值，无最大值，则ω=（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】三角函数的最值．

【专题】转化法；三角函数的图像与性质．

【分析】由f（菁优网-jyeoo）=f（菁优网-jyeoo），由f（x）在区间（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）上有最小值，无最大值结合三角函数的性质，可得f（x）在菁优网-jyeoo处取得最小值．可得：ω×菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=2kπ菁优网-jyeoo，即可求ω的值．

【解答】解：函数f（x）=sin（ωx+菁优网-jyeoo）（ω＞0），

由f（菁优网-jyeoo）=f（菁优网-jyeoo），在区间（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）上有最小值，无最大值结合三角函数的性质，

可得f（x）在菁优网-jyeoo处取得最小值．可得ω×菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=2kπ菁优网-jyeoo，

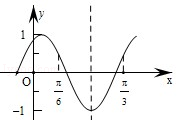
化简可得：ω=8k﹣菁优网-jyeoo

∵ω＞0

当k=1时，ω=菁优网-jyeoo．

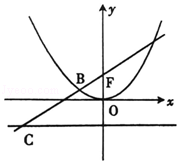
当k=2时，ω=菁优网-jyeoo，考查此时在区间（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）内已存在最大值．

故选：B．



【点评】本题考查三角函数的性质的灵活运用，属于中档题．

10．（5分）（2017•山西二模）如图，过抛物线x2=2py（p＞0）的焦点F的直线l交抛物线于AB，交其准线于点C，若|BC|=2|BF|，且|AF|=2，则p=（　　）



A．1 B．菁优网-jyeoo C．2 D．2﹣菁优网-jyeoo

【考点】抛物线的简单性质．

【专题】综合题；转化思想；演绎法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】分别过点A，B作准线的垂线，分别交准线于点D，E，设|BF|=a，根据抛物线定义可知|BD|=a，进而推断出∠BCD的值，求出|CF|，可得|GF|，即可求出p的值．

【解答】解：分别过点A，B作准线的垂线，分别交准线于点D，E，准线与y轴交点为G，

设|BF|=a，则由已知得：|BC|=2a，由定义得：|BE|=a，故∠BCE=30°，

在直角三角形ACD中，∵|AF|=2，

∴|AD|=2，

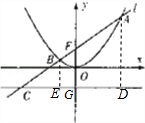
∴|AC|=4，

∴|CF|=2

∴|GF|=1

∴p=1，

故选A．



【点评】本题主要考查了抛物线的标准方程．考查了学生对抛物线的定义和基本知识的综合把握．

11．（5分）（2017•山西二模）E为正四面体D﹣ABC棱AD的中点，平面α过点A，且α∥平面ECB，α∩平面ABC=m，α∩平面ACD=n，则m、n所成角的余弦值为（　　）

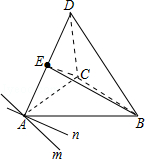
A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】异面直线及其所成的角．

【专题】计算题；转化思想；数形结合法；空间位置关系与距离．

【分析】由题意画出图形，结合面面平行的性质可得，∠BCE为m、n所成角，设正四面体棱长为2，求解三角形得答案．

【解答】解：如图，



由α∥平面ECB，且α∩平面ABC=m，α∩平面ACD=n，

结合面面平行的性质可得：m∥BC，n∥EC，

∴∠BCE为m、n所成角，

设正四面体的棱长为2，则BE=CE=菁优网-jyeoo，

则cos∠BCE=菁优网-jyeoo．

故选：A．

【点评】本题考查异面直线所成角，考查空间想象能力和思维能力，体现了数学转化思想方法，属中档题．

12．（5分）（2017•山西二模）已知函数y=x2的图象在点（x0，x02）处的切线为l，若l也与函数y=lnx，x∈（0，1）的图象相切，则x0必满足（　　）

A．0＜x0＜菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo＜x0＜1 C．菁优网-jyeoo＜x0＜菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo＜x0菁优网-jyeoo

【考点】利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】方程思想；分析法；导数的概念及应用．

【分析】求出函数y=x2的导数，y=lnx的导数，求出切线的斜率，切线的方程，可得2x0=菁优网-jyeoo，lnm﹣1=﹣x02，再由零点存在定理，即可得到所求范围．

【解答】解：函数y=x2的导数为y′=2x，

在点（x0，x02）处的切线的斜率为k=2x0，

切线方程为y﹣x02=2x0（x﹣x0），

设切线与y=lnx相切的切点为（m，lnm），0＜m＜1，

即有y=lnx的导数为y′=菁优网-jyeoo，

可得2x0=菁优网-jyeoo，切线方程为y﹣lnm=菁优网-jyeoo（x﹣m），

令x=0，可得y=lnm﹣1=﹣x02，

由0＜m＜1，可得x0＞菁优网-jyeoo，且x02＞1，

解得x0＞1，

由m=菁优网-jyeoo，可得x02﹣ln（2x0）﹣1=0，

令f（x）=x2﹣ln（2x）﹣1，x＞1，

f′（x）=2x﹣菁优网-jyeoo＞0，f（x）在x＞1递增，

且f（菁优网-jyeoo）=2﹣ln2菁优网-jyeoo﹣1＜0，f（菁优网-jyeoo）=3﹣ln2菁优网-jyeoo﹣1＞0，

则有x02﹣ln（2x0）﹣1=0的根x0∈（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）．

故选：D．

【点评】本题考查导数的运用：求切线的方程和单调区间，考查函数方程的转化思想，以及函数零点存在定理的运用，属于中档题．

**二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）**

13．（5分）（2017•山西二模）若菁优网-jyeoo的二项展开式中的常数项是84，则实数a=　1　．

【考点】二项式定理．

【专题】转化思想；综合法；二项式定理．

【分析】先求出二项式展开式的通项公式，再令x的幂指数等于0，求得r的值，即可求得展开式中的常数项的值，再根据常数项为84，求得a的值．

【解答】解：根据菁优网-jyeoo的二项展开式的通项公式Tr+1=菁优网-jyeoo•ar•x9﹣3r，

令9﹣3r=0，求得r=3，可得展开式中的常数项是菁优网-jyeoo•a3=84，

∴a=1，

故答案为：1．

【点评】本题主要考查二项式定理的应用，二项式展开式的通项公式，属于基础题．

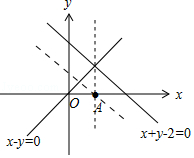
14．（5分）（2017•山西二模）已知约束条件表示的平面区域是一个三角形，则a的取值范围是　（0，1）　．

【考点】简单线性规划．

【专题】计算题；运动思想；数形结合法；不等式．

【分析】由约束条件前三个不等式作出图形，结合直线x+ay﹣1=0过定点（1，0），可得约束条件表示的平面区域是一个三角形时直线的倾斜角的范围，进一步得到a的取值范围．

【解答】解：由约束条件作出可行域如图，



由图可知，直线x+ay﹣1=0过定点A（1，0），

当直线x+ay﹣1=0的倾斜角为（90°，135°）时，

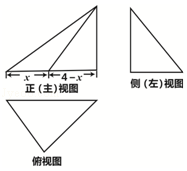
约束条件表示的平面区域是一个三角形，

此时直线的斜率小于﹣1，a的范围为（0，1）．

故答案为：（0，1）．

【点评】本题考查简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法及数学转化思想方法，是中档题．

15．（5分）（2017•山西二模）已知三棱锥的外接球的表面积为25π，该三棱锥的三视图如图所示，三个视图的外轮廓都是直角三角形，则其侧视图面积的最大值为　3　．



【考点】由三视图求面积、体积．

【专题】作图题；分割补形法．

【分析】由三棱锥的外接球的表面积为25π，可知外接圆半径R=5，即主视图的斜边长为5，可得高为3．设俯视图三角形的边长为a，b，可得a2+b2=42，设侧视图的底边为m，利用体积法，则有4m=ab，侧视图面积的最大值S=菁优网-jyeoo3m，利用基本不等式即可求解．

【解答】解：三棱锥的外接球的表面积为25π，可知外接圆半径R=5，

三个视图的外轮廓都是直角三角形，可得主视图的斜边长为5，底边是4，则高为3．

设俯视图三角形的边长为a，b，可得a2+b2=42，

设侧视图的底边为m，利用体积法，则有4m=ab，

∵16=a2+b2≥2ab，解得：ab≤8，

又∵4m=ab，

∴m≤2

侧视图面积的S=菁优网-jyeoo•3m≤3．

故答案为3．

【点评】本题主要考查了三棱锥边长与外接圆的关系的建立和三视图的认识和理解，利用条件建立不等式关系是关键．

16．（5分）（2017•山西二模）数列{an}中，a2n=a2n﹣1+（﹣1）n，a2n+1=a2n+n，a1=1，则a20=　46　．

【考点】数列递推式．

【专题】计算题；函数思想；数学模型法；点列、递归数列与数学归纳法．

【分析】由已知数列递推式分别取n=1，2，3，…，10，累加求得答案．

【解答】解：由a2n=a2n﹣1+（﹣1）n，得a2n﹣a2n﹣1=（﹣1）n，

由a2n+1=a2n+n，得a2n+1﹣a2n=n，

∴a2﹣a1=﹣1，a4﹣a3=1，a6﹣a5=﹣1，…，a20﹣a19=1．

a3﹣a2=1，a5﹣a4=2，a7﹣a6=3，…a19﹣a18=9．

又a1=1，

累加得：a20=46．

故答案为：46．

【点评】本题考查数列递推式，训练了累加法求数列的通项公式，是中档题．

**三、解答题（本大题共5小题，共70分）**

17．（12分）（2017•山西二模）已知△ABC的内角A、B、C的对边分别为a、b、c，且3bcos A=ccos A+acosC．

（1）求tanA的值；

（2）若a=4菁优网-jyeoo，求△ABC的面积的最大值．

【考点】正弦定理．

【专题】方程思想；转化思想；解三角形；不等式的解法及应用．

【分析】（1）由3bcos A=ccos A+acosC，可得3sinBcos A=sinCcos A+sinAcosC，化为：3cosA=1．可得sinA=菁优网-jyeoo，可得tanA=菁优网-jyeoo．

（2）32=a2=b2+c2﹣2bccosA，再利用基本不等式的性质可得bc≤24．利用S△ABC=菁优网-jyeoo即可得出．

【解答】解：（1）∵3bcos A=ccos A+acosC，∴3sinBcos A=sinCcos A+sinAcosC=sin（A+C）=sinB．

sinB≠0，化为：cosA=菁优网-jyeoo，∴sinA=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，可得tanA=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

（2）32=a2=b2+c2﹣2bccosA≥2bc菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoobc，可得bc≤24，当且仅当b=c=2菁优网-jyeoo取等号．

∴S△ABC=菁优网-jyeoo≤菁优网-jyeoo=8菁优网-jyeoo．

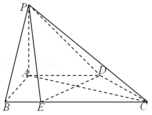
∴当且仅当b=c=2菁优网-jyeoo时，△ABC的面积的最大值为8菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了正弦定理余弦定理、三角形面积计算公式、基本不等式的性质，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

18．（12分）（2017•山西二模）在四棱锥P﹣ABCD中，PA⊥平面ABCD，底面ABCD是直角梯形，其中AD∥BC，AB⊥AD，AB=AD=菁优网-jyeooBC，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo．

（1）求证：DE⊥平面PAC；

（2）若直线PE与平面PAC所成角的正弦值为菁优网-jyeoo，求二面角A﹣PC﹣D的平面角的余弦值．



【考点】二面角的平面角及求法；直线与平面垂直的判定．

【专题】证明题；数形结合；向量法；空间位置关系与距离；空间角．

【分析】（1）以A为原点，AB为x轴，AD为y轴，AP为z轴，建立空间直角坐标系，利用向量法能证明DE⊥平面PAC．

（2）求出平面PAC的法向量和平面PCD的法向量，利用向量法能求出二面角A﹣PC﹣D的平面角的余弦值．

【解答】证明：（1）以A为原点，AB为x轴，AD为y轴，AP为z轴，建立空间直角坐标系，

设AB=AD=菁优网-jyeooBC=2，

则D（0，2，0），E（2，1，0），A（0，0，0），C（2，4，0），

菁优网-jyeoo=（2，﹣1，0），菁优网-jyeoo=（2，4，0），

菁优网-jyeoo=4﹣4+0=0，∴DE⊥AC，

∵PA⊥平面ABCD，DE⊂平面ABCD，∴DE⊥PA，

∵PA∩AC=A，∴DE⊥平面PAC．

解：（2）设P（0，0，t），（t＞0），菁优网-jyeoo=（0，0，t），菁优网-jyeoo=（2，4，0），菁优网-jyeoo=（2，1，﹣t），

设平面PAC的法向量菁优网-jyeoo=（x，y，z），

则菁优网-jyeoo，取x=2，得菁优网-jyeoo=（2，﹣1，0），

∵直线PE与平面PAC所成角的正弦值为菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，解得t=1，或t=﹣1（舍），

∴P（0，0，1），菁优网-jyeoo=（2，4，﹣1），菁优网-jyeoo=（0，2，﹣1），

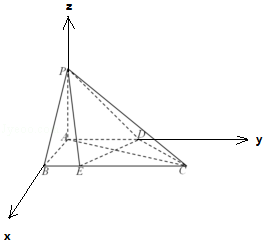
设平面PCD的法向量菁优网-jyeoo=（a，b，c），

则菁优网-jyeoo，取b=1，得菁优网-jyeoo=（﹣1，1，2），

设二面角A﹣PC﹣D的平面角为θ，

则cosθ=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

二面角A﹣PC﹣D的平面角的余弦值为菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查线面垂直的证明，考查二面角的余弦值的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意空间思维能力的培养．

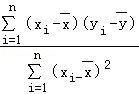
19．（12分）（2017•山西二模）某校某次N名学生的学科能力测评成绩（满分120分）的频率分布直方图如下，已知分数在100﹣110的学生数有21人（1）求总人数N和分数在110﹣115分的人数n．；

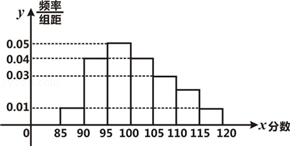
（2）现准备从分数在110﹣115的n名学生（女生占菁优网-jyeoo）中选3位分配给A老师进行指导，设随机变量ξ表示选出的3位学生中女生的人数，求ξ的分布列与数学期望Eξ；

（3）为了分析某个学生的学习状态，对其下一阶段的学习提供指导建议，对他前7次考试的数学成绩x、物理成绩y进行分析，该生7次考试成绩如表

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 数学（x） | 88 | 83 | 117 | 92 | 108 | 100 | 112 |
| 物理（y） | 94 | 91 | 108 | 96 | 104 | 101 | 106 |

已知该生的物理成绩y与数学成绩x是线性相关的，求出y关于x的线性回归方程 菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoox+菁优网-jyeoo．若该生的数学成绩达到130分，请你估计他的物理成绩大约是多少？

附：对于一组数据（x1，y1），（x2，y2），…，（xn，yn），其回归方程菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoox+菁优网-jyeoo的斜率和截距的最小二乘估计分别为菁优网-jyeoo=，菁优网-jyeoo．



【考点】线性回归方程．

【专题】应用题；对应思想；数学模型法；概率与统计．

【分析】（1）根据题意，计算分数在100﹣110内的频率，求出该班总人数，再计算分数在110﹣115内的频率，计算对应的人数；

（2）求出分数6名学生中女生有2名，得出6名学生中选出3人，女生人数ξ的可能取值，再计算对应的概率值，写出ξ的分布列，计算数学期望值；

（3）计算菁优网-jyeoo、菁优网-jyeoo，求出回归系数菁优网-jyeoo、写出对应线性回归方程，根据方程计算x=130时菁优网-jyeoo的值即可．

【解答】解：（1）分数在100﹣110内的学生的频率为P1=（0.04+0.03）×5=0.35，

所以该班总人数为N=菁优网-jyeoo=60，

分数在110﹣115内的学生的频率为

P2=1﹣（0.01+0.04+0.05+0.04+0.03+0.01）×5=0.1，

分数在110﹣115内的人数为n=60×0.1=6；

（2）由题意分数在110﹣115内有6名学生，其中女生有2名，

从6名学生中选出3人，女生人数ξ的可能取值为0，1，2；

则P（ξ=0）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，P（ξ=1）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，P（ξ=2）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo；

所以ξ的分布列为：

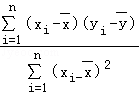
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ξ | 0 | 1 | 2 |
| P | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |

ξ的数学期望为Eξ=0×菁优网-jyeoo+1×菁优网-jyeoo+2×菁优网-jyeoo=1；

（3）计算菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo×（88+83+117+92+108+100+112）=100，

菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo×（94+91+108+96+104+101+106）=100；

由于x与y之间具有线性相关关系，

根据回归系数公式得到菁优网-jyeoo==菁优网-jyeoo=0.5，

菁优网-jyeoo=100﹣0.5×100=50，

∴线性回归方程为菁优网-jyeoo=0.5x+50，

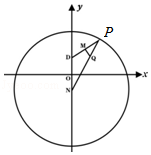
∴当x=130时，菁优网-jyeoo=0.5×130+50=115．

【点评】本题考查了频率分布直方图与线性回归方程以及分布列和数学期望的计算问题，是综合性题目．

20．（12分）（2017•山西二模）如图，已知圆N：x2+（y+菁优网-jyeoo）2=36，P是圆N上的点，点Q在线段NP上，且有点D（0，菁优网-jyeoo）和DP上的点M，满足菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=0．

（1）当P在圆上运动时，求点Q的轨迹方程；

（2）若斜率为菁优网-jyeoo的直线l与（1）中所求Q的轨迹交于不同两点A、B，又点C（菁优网-jyeoo，2），求△ABC面积最大值时对应的直线l的方程．



【考点】轨迹方程．

【专题】综合题；转化思想；演绎法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）当P在圆上运动时，利用椭圆的定义，求点Q的轨迹方程；

（2）△ABC的面积取到最大值问题，要先建立关于某个自变量的函数，后再求此函数的最大值即可．

【解答】解：（1）由题意，MQ是线段DP的中垂线，∴|NP|=|NQ|+|QP|=|QN|+|QD|=6＞|DN|=2菁优网-jyeoo，

∴Q的轨迹是以D，N为焦点的椭圆，且c=菁优网-jyeoo，a=3，b=2，

∴求点Q的轨迹方程是菁优网-jyeoo=1；

（2）设l：y=菁优网-jyeoox+m，A（x1，y1），B（x2，y2），

与椭圆联立，可得9x2+6mx+2m2﹣18=0，

x1+x2=﹣菁优网-jyeoom，x1•x2=菁优网-jyeoo（2m2﹣18），

|AB|=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

C（菁优网-jyeoo，2）到直线l的距离d=菁优网-jyeoo，

S=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴m=±3时，S最大，此时直线l的方程为y=菁优网-jyeoox±3．

【点评】本题考查了椭圆的定义及其性质、圆的性质、线段的垂直平分线的性质、直线与椭圆的位置关系、三角形面积的计算，考查了推理能力和计算能力，属于中档题．

21．（12分）（2017•山西二模）已知f（x）=（ax2+ax+x+a）e﹣x（a≤0）．

（1）讨论y=f（x）的单调性；

（2）当a=0时，若f（x1）=f（x2） （x1≠x2），求证x1+x2＞2．

【考点】利用导数研究函数的单调性．

【专题】函数思想；转化法；导数的综合应用．

【分析】（1）求出函数的导数，通过讨论a的范围，判断函数的单调性即可；

（2）不妨设x1＜1＜x2，得到2﹣x2＜1，问题转化为证x2＞（2﹣x2）菁优网-jyeoo，令g（t）=t﹣（2﹣t）e2t﹣2（t＞1），根据函数的单调性证明即可．

【解答】解：（1）由已知得：x∈R，f′（x）=菁优网-jyeoo，

若a=0，当x＜1时，f′（x）＞0，当x＞1时，f′（x）＜0，

∴f（x）在（﹣∞，1）递增，在（1，+∞）递减，

若﹣1＜a＜0时，﹣菁优网-jyeoo＞1，

∴f（x）在（﹣∞，1）与（﹣菁优网-jyeoo，+∞）递增，在（1，﹣菁优网-jyeoo）递减，

若a=﹣1，f′（x）≤0，∴f（x）在R递减，

若a＜﹣1，时，则﹣菁优网-jyeoo＜1，

∴f（x）在（﹣∞，﹣菁优网-jyeoo）与（1，+∞）递增，在（﹣菁优网-jyeoo，1）递减，

综上：若a=0，f（x）在（﹣∞，1）递增，在（1，+∞）递减，

﹣1＜a＜0时，f（x）在（﹣∞，1）与（﹣菁优网-jyeoo，+∞）递增，在（1，﹣菁优网-jyeoo）递减，

a=﹣1时，f′（x）≤0，∴f（x）在R递减，

a＜﹣1时，f（x）在（﹣∞，﹣菁优网-jyeoo）与（1，+∞）递增，在（﹣菁优网-jyeoo，1）递减；

证明：（2）a=0时，f（x）=xe﹣x，∴f′（x）=（1﹣x）e﹣x，

∴f（x）在（﹣∞，1）递增，在（1，+∞）递减，

∵f（x1）=f（x2），（x1≠x2），

则不妨设x1＜1＜x2，∴2﹣x2＜1，

要证x1+x2＞2，只需证明 x1＞2﹣x2，

由f（x）在（﹣∞，1）递增，

即证f（x2）＞f（2﹣x2），即证菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo，

即证x2＞（2﹣x2）菁优网-jyeoo，

令g（t）=t﹣（2﹣t）e2t﹣2（t＞1），

g′（t）=1+（2t﹣3）e2t﹣2，

g″（t）=（4t﹣4）e2t﹣2＞0，

∴g′（t）在（1，+∞）递增，g′（t）＞g′（1）=0，

∴g（t）在（1，+∞）递增，g（t）＞g（1）=0，

∴g（t）在（1，+∞）上恒大于0，

即x2＞（2﹣x2）菁优网-jyeoo，

即x1+x2＞2．

【点评】本题考查了函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及分类讨论思想，是一道综合题．

**[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22．（10分）（2017•山西二模）已知曲线C的参数方程是菁优网-jyeoo（θ为参数），以坐标原点为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系，A、B的极坐标分别为A﹣（2，0）、B（﹣1，菁优网-jyeoo）

（1）求直线AB的直角坐标方程；

（2）在曲线C上求一点M，使点M到AB的距离最大，并求出些最大值．

【考点】参数方程化成普通方程；简单曲线的极坐标方程．

【专题】选作题；方程思想；演绎法；坐标系和参数方程．

【分析】（1）求出直线的斜率，即可求直线AB的直角坐标方程；

（2）设M（2cosθ，2sinθ）（θ∈（0，2π]，M到直线AB的距离d=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，即可得出结论．

【解答】解：（1）由题意A（﹣2，0），B（﹣1，﹣菁优网-jyeoo），∴kAB=﹣菁优网-jyeoo，

∴直线AB的方程为y﹣0=﹣菁优网-jyeoo（x+2），即菁优网-jyeoox+y+2菁优网-jyeoo=0；

（2）设M（2cosθ，2sinθ）（θ∈（0，2π]，M到直线AB的距离d=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴sin（θ+菁优网-jyeoo）=1，即菁优网-jyeoo，dmax=2+菁优网-jyeoo，此时M（菁优网-jyeoo，1）．

【点评】本题考查直线方程，考查参数方程的运用，考查三角函数知识，属于中档题．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•山西二模）已知函数f（x）=|x﹣1|+|x﹣a|．

（1）若a=﹣1，解不等式f（x）≥3；

（2）如果∃x∈R，使得f（x）＜2成立，求实数a的取值范围．

【考点】函数恒成立问题；绝对值不等式的解法．

【专题】转化思想；分类法；函数的性质及应用．

【分析】（1）由题意可得|x﹣1|+|x+1|≥3，讨论当x≤﹣1时，当﹣1＜x＜1时，当x≥1时，去掉绝对值解不等式，最后求并集；

（2）由题意可得2＞f（x）min，运用绝对值不等式的性质，可得f（x）的最小值，再由绝对值不等式的解法，可得a的范围．

【解答】解：（1）若a=﹣1，f（x）≥3，

即为|x﹣1|+|x+1|≥3，

当x≤﹣1时，1﹣x﹣x﹣1≥3，即有x≤﹣菁优网-jyeoo；

当﹣1＜x＜1时，1﹣x+x+1=2≥3不成立；

当x≥1时，x﹣1+x+1=2x≥3，解得x≥菁优网-jyeoo．

综上可得，f（x）≥3的解集为（﹣∞，﹣菁优网-jyeoo]∪[菁优网-jyeoo，+∞）；

（2）∃x∈R，使得f（x）＜2成立，

即有2＞f（x）min，

由函数f（x）=|x﹣1|+|x﹣a|≥|x﹣1﹣x+a|=|a﹣1|，

当（x﹣1）（x﹣a）≤0时，取得最小值|a﹣1|，

则|a﹣1|＜2，

即﹣2＜a﹣1＜2，

解得﹣1＜a＜3．

则实数a的取值范围为（﹣1，3）．

【点评】本题考查绝对值不等式的解法，注意运用分类讨论思想方法，考查存在性问题的解法，注意转化为最值问题，运用绝对值不等式的性质，考查化简整理的运算能力，属于中档题．