**2017年山西省临汾市理科数学二模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）**

1．（5分）（2017•临汾二模）已知集合A={x|菁优网-jyeoo＞0}，B={x|lg（x+9）＜1}，则A∩B=（　　）

A．（﹣1，1） B．（﹣∞，1） C．{0} D．{﹣1，0，1}

【考点】交集及其运算．菁优网版权所有

【专题】集合思想；定义法；不等式的解法及应用；集合．

【分析】解不等式求得集合A，求函数定义域得集合B，根据交集的定义写出A∩B．

【解答】解：集合A={x|菁优网-jyeoo＞0}={x|（1﹣x）（1+x）＞0}={x|﹣1＜x＜1}，

B={x|lg（x+9）＜1}={x|0＜x+9＜10}={x|﹣9＜x＜1}，

则A∩B={x|﹣1＜x＜1}=（﹣1，1）．

故选：A．

【点评】本题考查了集合的化简与运算问题，是基础题．

2．（5分）（2017•临汾二模）设复数z满足z+3i=3﹣i，则|z|=（　　）

A．3﹣4i B．3+4i C．菁优网-jyeoo D．5

【考点】复数求模．菁优网版权所有

【专题】对应思想；转化法；数系的扩充和复数．

【分析】求出z，再求出z的模即可．

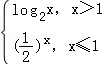
【解答】解：∵z+3i=3﹣i，

∴z=3﹣4i，

则|z|=菁优网-jyeoo=5，

故选：D．

【点评】本题考查了复数的运算以及复数求模问题，是一道基础题．

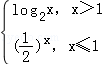
3．（5分）（2017•临汾二模）已知函数f（x）=，则f（f（﹣菁优网-jyeoo））=（　　）

A．菁优网-jyeoo B．﹣菁优网-jyeoo C．2 D．﹣2

【考点】函数的值．菁优网版权所有

【专题】计算题；函数思想；定义法；函数的性质及应用．

【分析】先求出f（﹣菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，从而f（f（﹣菁优网-jyeoo））=f（菁优网-jyeoo），由此能求出结果．

【解答】解：∵函数f（x）=，

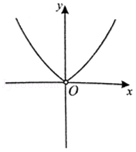
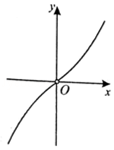
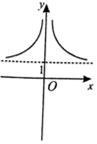
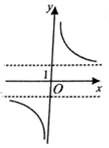
∴f（﹣菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

f（f（﹣菁优网-jyeoo））=f（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：A．

【点评】本题考查函数值的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意函数性质的合理运用．

4．（5分）（2017•临汾二模）已知函数f（x）=菁优网-jyeoo，则y=f（x）的大致图象为（　　）

A． B． C． D．

【考点】函数的图象．菁优网版权所有

【专题】计算题；数形结合；方程思想；函数的性质及应用．

【分析】化简解析式，利用函数的单调性，判断函数的图象即可．

【解答】解：函数f（x）=菁优网-jyeoo=1﹣菁优网-jyeoo，因为函数y=e2x，是增函数，所以函数f（x）=菁优网-jyeoo，是增函数，

可知函数的图象只有B满足题意．

故选：B．

【点评】本题考查函数的图象的判断，函数的单调性的应用，考查计算能力．

5．（5分）（2017•临汾二模）一物体A以速度v（t）=t2﹣t+6沿直线运动，则当时间由t=1变化到t=4时，物体A运动的路程是（　　）

A．26.5 B．53 C．31.5 D．63

【考点】定积分．菁优网版权所有

【专题】计算题；函数思想；定义法；导数的概念及应用．

【分析】由题意可得，在t=1和t=4这段时间内物体A运动的路程是S=菁优网-jyeoo（t2﹣t+6）dt，求解定积分得答案．

【解答】解：由题意可得，

在t=1和t=4这段时间内物体A运动的路程是

S=菁优网-jyeoo（t2﹣t+6）dt=（菁优网-jyeoot3﹣菁优网-jyeoot2+6t）|菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo﹣8+24）﹣（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo+6）=31.5

故选：C．

【点评】本题考查了定积分，关键是对题意的理解，是基础题．

6．（5分）（2017•临汾二模）已知方程菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=1表示双曲线，则实数m的取值范围是（　　）

A．（﹣1，∞） B．（﹣2，﹣1） C．（﹣∞，﹣2）∪（﹣1，+∞） D．（﹣∞，﹣2）

【考点】双曲线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】利用方程表示双曲线，列出不等式求解即可．

【解答】解：方程菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=1表示双曲线，

可得（2+m）（m+1）＞0，解得m∈（﹣∞，﹣2）∪（﹣1，+∞）．

故选：C．

【点评】本题考查双曲线的简单性质的应用，考查计算能力．

7．（5分）（2017•临汾二模）已知等边三角形的一个顶点坐标是（菁优网-jyeoo，0），另外两个顶点在抛物线y2=菁优网-jyeoox上，则这个等边三角形的边长为（　　）

A．3 B．6 C．2菁优网-jyeoo±3 D．2菁优网-jyeoo+3

【考点】抛物线的简单性质．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；解题方法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】设另外两个顶点的坐标分别为 （ 菁优网-jyeoo，m），（ 菁优网-jyeoo，﹣m），由图形的对称性可以得到方程tan30°，解此方程得到m的值．然后求解三角形的边长．

【解答】解：由题意，依据抛物线的对称性，及正三角形的一个顶点位于（菁优网-jyeoo，0），

另外两个顶点在抛物线y2=菁优网-jyeoox上，可设另外两个顶点的坐标分别为（ 菁优网-jyeoo，m），（ 菁优网-jyeoo，﹣m），

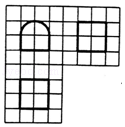
由抛物线的对称性可以得到方程tan30°=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

解得m=菁优网-jyeoo，故这个正三角形的边长为2|m|=2菁优网-jyeoo，

故选：C．

【点评】本题考查抛物线的标准方程，以及简单性质的应用，直角三角形中的边角关系，设出另外两个顶点的坐标，是解题的突破口．

8．（5分）（2017•临汾二模）如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗线画出的是某几何体的三视图，其中曲线部分是圆弧，则此几何体的表面积为（　　）



A．10+2π B．12+3π C．20+4π D．16+5π

【考点】由三视图求面积、体积．菁优网版权所有

【专题】数形结合；转化法；空间位置关系与距离．

【分析】由三视图知几何体是上部为半圆柱体，下部为长方体的组合体，结合图中数据求出它的表面积．

【解答】解：由三视图知，

该几何体是上部为半圆柱体，下部为长方体的组合体，

其表面积为

S=S长方体+S半圆柱

=（1×2×2+2×1×2+22）+（π•12+π•1•2）

=12+3π．

故选：B．

【点评】本题主要考查了利用三视图求几何体表面积的应用问题，是基础题．

9．（5分）（2017•临汾二模）设D、E、F分别为△ABC三边BC、CA、AB的中点，则菁优网-jyeoo+2菁优网-jyeoo+3菁优网-jyeoo=（　　）

A．菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo

【考点】向量的加法及其几何意义．菁优网版权所有

【专题】计算题；转化思想；向量法；平面向量及应用．

【分析】根据条件及向量加法的平行四边形法即可求出．

【解答】解：因为D、E、F分别为△ABC的三边BC、AC、AB的中点，

所以菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）+菁优网-jyeoo×2（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）+菁优网-jyeoo×3×（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）

=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选：D

【点评】本题考查向量加法的平行四边形法则，相反向量的概念，以及向量的数乘运算．

10．（5分）（2017•临汾二模）已知四面体ABCD的顶点都在球O表面上，且AB=BC=AC=2菁优网-jyeoo，DA=DB=DC=2，过AD作相互垂直的平面α、β，若平面α、β截球O所得截面分别为圆M、N，则（　　）

A．MN的长度是定值菁优网-jyeoo B．MN长度的最小值是2

C．圆M面积的最小值是2π D．圆M、N的面积和是定值8π

【考点】球内接多面体．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；空间位置关系与距离．

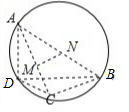
【分析】确定DA、DB、DC两两互相垂直，M，N分别是AB，AC的中点，即可得出结论．

【解答】解：∵AB=BC=AC=2菁优网-jyeoo，DA=DB=DC=2，

∴DA、DB、DC两两互相垂直，

过AD作相互垂直的平面α、β，若平面α、β截球O所得截面分别为圆M、N，则M，N分别是AB，AC的中点，MN=菁优网-jyeooBC=菁优网-jyeoo，

故选A．



【点评】本题考查球的内接几何体，考查学生分析解决问题的能力，确定DA、DB、DC两两互相垂直，M，N分别是AB，AC的中点是关键．

11．（5分）（2017•临汾二模）已知函数f（x）=2sinxcosx﹣sin2x+1，当x=θ时函数y=f（x）取得最小值，则菁优网-jyeoo=（　　）

A．﹣3 B．3 C．﹣菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】三角函数的化简求值．菁优网版权所有

【专题】函数思想；转化法．

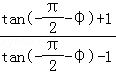
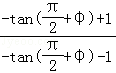
【分析】将函数f（x）=2sinxcosx﹣sin2x+1化解求解最小值，求出θ，带入菁优网-jyeoo化解计算即可．

【解答】解：函数f（x）=2sinxcosx﹣sin2x+1=sin2x+菁优网-jyeoocos2x+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoosin（2x+φ）+菁优网-jyeoo，

其中tanφ=菁优网-jyeoo，可得cot=2．

当x=θ时函数y=f（x）取得最小值，即2θ+φ=菁优网-jyeoo，

那么：2θ=菁优网-jyeooφ+2kπ．

则菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo===菁优网-jyeoo

故选B．

【点评】本题主要考察了三角函数的诱导公式和辅助角公式，“弦化切”的思想．属于中档题．

12．（5分）（2017•临汾二模）已知函数f（x）=ax3+3x2+1，若至少存在两个实数m，使得f（﹣m），f（1）、f（m+2）成等差数列，则过坐标原点作曲线y=f（x）的切线可以作（　　）

A．3条 B．2条 C．1条 D．0条

【考点】利用导数研究曲线上某点切线方程．菁优网版权所有

【专题】转化思想；分析法；导数的概念及应用；等差数列与等比数列．

【分析】由题意可得f（x）的图象关于点（1，a+4）对称，求出f（x）的二阶导数，可得a的方程，解得a=﹣1，设出切点，求得切线的斜率，由两点的斜率公式，化简整理，设g（t）=2t3﹣3t2+1，g′（t）=6t2﹣6t，求出单调区间和极值，即可判断方程的解的个数，即切线的条数．

【解答】解：至少存在两个实数m，使得f（﹣m），f（1）、f（m+2）成等差数列，

可得f（﹣m）+f（2+m）=2f（1）=2（a+4），

即有f（x）的图象关于点（1，a+4）对称，

由f（x）的导数为f′（x）=3ax2+6x，

f″（x）=6ax+6，由 f″（x）=0，可得x=﹣菁优网-jyeoo，

由f（﹣菁优网-jyeoo+x）+f（﹣菁优网-jyeoo﹣x）为常数，

可得﹣菁优网-jyeoo=1，解得a=﹣1，

即有f（x）=﹣x3+3x2+1，f′（x）=﹣3x2+6x，

设切点为（t，﹣t3+3t2+1），

可得切线的斜率为﹣3t2+6t=菁优网-jyeoo，

化为2t3﹣3t2+1=0，

设g（t）=2t3﹣3t2+1，g′（t）=6t2﹣6t，

当0＜t＜1时，g′（t）＜0，g（t）递减；当t＞1或t＜0时，g′（t）＞0，g（t）递增．

可得g（t）在t=0处取得极大值，且为1＞0；在t=1处取得极小值，且为0．

可知2t3﹣3t2+1=0有两解，

即过坐标原点作曲线y=f（x）的切线可以作2条．

故选：B．

【点评】本题考查函数的性质和运用，主要是对称性，考查导数的几何意义，考查转化思想和方程思想，化简整理的运算能力，属于中档题．

**二、填空题（共4小题，每小题5分，满分20分）**

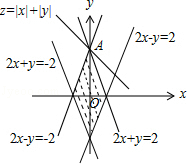
13．（5分）（2017•临汾二模）设x、y满足约束条件菁优网-jyeoo，则z=|x|+|y|的最大值是　2　．

【考点】简单线性规划．菁优网版权所有

【专题】计算题；对应思想；数形结合法；不等式的解法及应用．

【分析】由约束条件作出可行域，当x≥0，y≥0时，z=|x|+|y|=x+y，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，把最优解是坐标代入目标函数得z=|x|+|y|的最大值，由对称性可得z=|x|+|y|的最大值．

【解答】解：由约束条件菁优网-jyeoo作出可行域如图，



由图可知，当x≥0，y≥0时，z=|x|+|y|=x+y，过A时z有最大值为2，

则由对称性可知，z=|x|+|y|的最大值是2．

故答案为：2．

【点评】本题考查简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法，是中档题．

14．（5分）（2017•临汾二模）近来鸡蛋价格起伏较大，假设第一周、第二周鸡蛋价格分别为a元/斤、b元/斤，家庭主妇甲和乙买鸡蛋的方式不同：家庭主妇甲每周买3斤鸡蛋，家庭主妇乙每周买10元钱的鸡蛋，试比较谁的购买方式更优惠（两次平均价格低视为实惠）　乙　（在横线上填甲或乙即可）

【考点】函数模型的选择与应用．菁优网版权所有

【专题】应用题；转化思想；演绎法；推理和证明．

【分析】甲2次购买的数量相同，平均单价为两次单价和的一半；乙购买产品的平均单价=2次总价÷2次的总数量．

【解答】解：甲购买产品的平均单价为：菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

乙购买产品的平均单价为：菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∵菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo≥0，

又∵两次购买的单价不同，

∴a≠b，

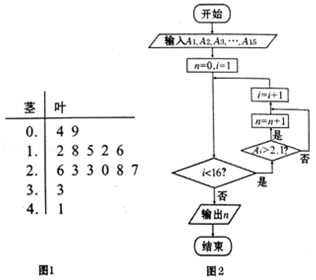
∴菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo＞0，

∴乙的购买方式的平均单价较小．

故答案为乙．

【点评】解决本题的关键是得到甲乙各自购买产品的平均单价；注意数量不同时，平均单价=总价÷总数量．

15．（5分）（2017•临汾二模）图1是随机抽取的15户居民月均用水量（单位：t）的茎叶图，月均用水量依次记为A1、A2、…A15，图2是统计茎叶图中月均用水量在一定范围内的频数的一个程序框图，那么输出的结果n=　8　．



【考点】程序框图．菁优网版权所有

【专题】对应思想；转化法；算法和程序框图．

【分析】算法的功能是计算15户居民在月均用水量中，大于2.1的户数，根据茎叶图可得月均用水量的户数，求出n的值．

【解答】解：由程序框图知：算法的功能是计算15户居民在月均用水量中，大于2.1的户数，

由茎叶图得，在15户居民用水中中，大于2.1的户数有8户，

∴输出n的值为8．

故答案为：8．

【点评】本题借助茎叶图考查了循环结构的程序框图，根据框图的流程判断算法的功能是关键．

16．（5分）（2017•临汾二模）在△ABC中，∠BAC=120°，AB=2，AC=3，若点D、E都在边BC上，且∠BAD=∠CAE=30°，则菁优网-jyeoo=　菁优网-jyeoo　．

【考点】三角形中的几何计算．菁优网版权所有

【专题】综合题；转化思想；演绎法；解三角形．

【分析】根据条件便可由正弦定理分别得到，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo①BE=菁优网-jyeoo②菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo③CD=菁优网-jyeoo④，而sin∠BDA=sin∠ADC，sin∠BEA=sin∠AEC，从而菁优网-jyeoo得：菁优网-jyeoo的值．

【解答】解：如图，由正弦定理得，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo①

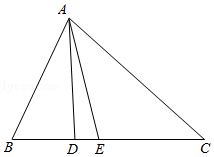
BE=菁优网-jyeoo②

菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo③

CD=菁优网-jyeoo④

∴菁优网-jyeoo得：菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故答案为菁优网-jyeoo．



【点评】考查正弦定理以及三角函数的诱导公式：sin（π﹣α）=sinα，考查学生分析解决问题的能力，正确运用正弦定理是关键．

**三、解答题（共5小题，满分60分）**

17．（12分）（2017•临汾二模）已知数列{an}的前n项和为Sn，且对任意正整数n，都有3an=2Sn+3成立．

（1）求数列{an}的通项公式；

（2）设bn=log3an，求数列{菁优网-jyeoo}的前n项和Tn．

【考点】数列递推式；数列的求和．菁优网版权所有

【专题】综合题；函数思想；数学模型法；等差数列与等比数列．

【分析】（1）根据数列的递推公式即可求出数列{an}为等比数列，再由等比数列的通项公式得答案；

（2）把数列{an}的通项公式代入bn=log3an，求得bn，再由裂项相消法求数列{菁优网-jyeoo}的前n项和Tn．

【解答】解：（1）在3an=2Sn+3中，取n=1得a1=3，

且3an+1=2Sn+1+3，

两式相减得3an+1﹣3an=2an+1，

∴an+1=3an，

又a1≠0，

∴数列{an}是以3为公比的等比数列，

∴an=3•3n﹣1=3n；

（2）bn=log3an=n，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

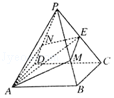
∴数列{菁优网-jyeoo}的前n项和Tn=（1菁优网-jyeoo）+（菁优网-jyeoo）+（菁优网-jyeoo）+…+（菁优网-jyeoo）=1﹣菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查数列递推式，考查等比关系的确定，训练了裂项相消法求数列的前n项和，属于中档题．

18．（12分）（2017•临汾二模）如图，在正四棱锥P﹣ABCD中，AB=2，PA=菁优网-jyeoo，E是棱PC的中点，过AE作平面分别与棱PB、PD交于M、N两点．

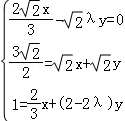
（1）若PM=菁优网-jyeooPB，PN=λPD，求λ的值；

（2）求直线PA与平面AMEN所成角的正弦值的取值范围．



【考点】直线与平面所成的角．菁优网版权所有

【专题】转化思想；向量法；空间向量及应用．

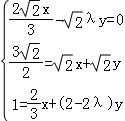
【分析】（Ⅰ）连接AC、BD交于点O，以O为坐标原点建立如图所示的空间直角坐标系，则A（0，﹣菁优网-jyeoo，0），B （菁优网-jyeoo，0，0），C（0，菁优网-jyeoo，0），D（﹣菁优网-jyeoo，0，0），P（0，0，2），E（0，菁优网-jyeoo，1）由AN，AE，AM共面，菁优网-jyeoo⇒⇒菁优网-jyeoo．

（Ⅱ）根据正四棱锥P﹣ABCD的对称性可知，当PM=PN时，P到面AMEN的距离最大，此时直线PA与平面AMEN所角最大，P到面AMEN的距离最小，此时直线PA与平面AMEN所角最小．利用向量分别求出求解直线PA与平面AMEN所成角的正弦值．

【解答】解：（Ⅰ）连接AC、BD交于点O，以O为坐标原点建立如图所示的空间直角坐标系，则A（0，﹣菁优网-jyeoo，0），B （菁优网-jyeoo，0，0），C（0，菁优网-jyeoo，0），D（﹣菁优网-jyeoo，0，0），P（0，0，2），E（0，菁优网-jyeoo，1）

菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

菁优网-jyeoo，

∵AN，AE，AM共面，∴菁优网-jyeoo⇒⇒菁优网-jyeoo．

（Ⅱ）根据正四棱锥P﹣ABCD的对称性可知，当PM=PN时，P到面AMEN的距离最大，此时直线PA与平面AMEN所角最大，

，P到面AMEN的距离最小，此时直线PA与平面AMEN所角最小．

①由（Ⅰ）知当PM=PN时，λ=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

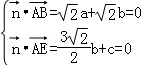
设面AMEN的法向量为菁优网-jyeoo，

由菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo取菁优网-jyeoo

设直线PA与平面AMEN所成角为θ，sinθ=|cos＜菁优网-jyeoo＞|=菁优网-jyeoo，

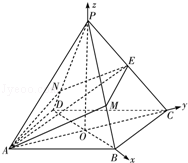
②当M在B时，因为AB∥面PDC，所以过AB，AE的面与面PDC的交线NE∥AB

设菁优网-jyeoo是面ABEN的法向量，

由，可取菁优网-jyeoo

sinθ=|cos＜菁优网-jyeoo＞|=菁优网-jyeoo．

直线PA与平面AMEN所成角的正弦值的取值范围为[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]



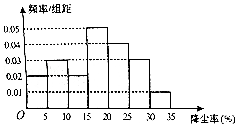
【点评】本题考查了空间存在性问题，通过向量共面证明四点共面，及向量法求线面角，属于中档题．

19．（12分）（2017•临汾二模）空气质量问题，全民关注，有需求就有研究，某科研团队根据工地常用高压水枪除尘原理，制造了雾霾神器﹣﹣﹣雾炮，虽然雾炮不能彻底解决问题，但是能在一定程度上起到防霾、降尘的作用，经过测试得到雾炮降尘率的频率分布直方图：

若降尘率达到18%以上，则认定雾炮除尘有效．

（1）根据以上数据估计雾炮除尘有效的概率；

（2）现把A市规划成三个区域，每个区域投放3台雾炮进行除尘（雾炮之间工作互不影响），若在一个区域内的3台雾炮降尘率都低于18%，则需对该区域后期追加投入20万元继续进行治理，求后期投入费用的分布列和期望．



【考点】离散型随机变量的期望与方差；离散型随机变量及其分布列．菁优网版权所有

【专题】数形结合；转化思想；概率与统计．

【分析】（1）估计雾炮除尘有效的概率P=菁优网-jyeoo5×0.05+5×0.04+5×0.03+5×0.01．

（2）由（1）可得：在一个区域内的3台雾炮降尘率都低于18%，则需对该区域后期追加投入20万元继续进行治理，

因此在一个区域内需对该区域后期追加投入20万元继续进行治理的概率P=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．后期投入区域X～B菁优网-jyeoo．后期投入费用ξ=20X（万元）．利用P（ξ=20k）=P（X=k）=菁优网-jyeoo即可得出．

【解答】解：（1）估计雾炮除尘有效的概率P=菁优网-jyeoo5×0.05+5×0.04+5×0.03+5×0.01=菁优网-jyeoo．

（2）由（1）可得：在一个区域内的3台雾炮降尘率都低于18%，则需对该区域后期追加投入20万元继续进行治理，

因此在一个区域内需对该区域后期追加投入20万元继续进行治理的概率P=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

∴后期投入区域X～B菁优网-jyeoo．后期投入费用ξ=20X（万元）．

P（ξ=20k）=P（X=k）=菁优网-jyeoo．

ξ的分布列为：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ξ | 0 | 20 | 40 | 60 |
| P | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |

Eξ=0+菁优网-jyeoo+40×菁优网-jyeoo+60×菁优网-jyeoo=7.5（万元）．

【点评】本题考查了频率分布直方图的性质、二项分布列与数学期望计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

20．（12分）（2017•临汾二模）在平面直角坐标系xOy中，椭圆E：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1（a＞b＞0）过点（菁优网-jyeoo，1），且与直线菁优网-jyeoox+2y﹣4=0相切．

（1）求椭圆E的方程；

（2）若椭圆E与x轴交于M、N两点，椭圆E内部的动点P使|PM|、|PO|、|PN|成等比数列，求菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo的取值范围．

【考点】直线与椭圆的位置关系；椭圆的标准方程．菁优网版权所有

【专题】转化思想；综合法；圆锥曲线中的最值与范围问题．

【分析】（1）由椭圆E：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1（a＞b＞0）与直线菁优网-jyeoox+2y﹣4=0相切，联立菁优网-jyeoo，

由△=0，可得菁优网-jyeoo…①，由椭圆E：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1（a＞b＞0）过点（菁优网-jyeoo，1），∴菁优网-jyeoo…②，由①②得a2，b2

（2）设P（m，n），由|PO|2=|PN|•|PM|⇒（m2+n2）2=菁优网-jyeoo⇒m2=n2+2，

∴菁优网-jyeoo=2n2﹣2，由n的范围求得其范围，

【解答】解：（1）∵椭圆E：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1（a＞b＞0）与直线菁优网-jyeoox+2y﹣4=0相切，联立菁优网-jyeoo，

整理得（菁优网-jyeoo）x2﹣2菁优网-jyeooa2x+4a2﹣a2b2=0，

由△=0，可得菁优网-jyeoo…①

∵椭圆E：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1（a＞b＞0）过点（菁优网-jyeoo，1），∴菁优网-jyeoo…②

由①②得a2=4，b2=2．∴椭圆E的方程：菁优网-jyeoo．

（2）由（1）得M（﹣2，0））、PN（2，0），设P（m，n）

∵|PM|、|PO|、|PN|成等比数列，

∴|PO|2=|PN|•|PM|⇒（m2+n2）2=菁优网-jyeoo

⇒m2=n2+2，…③

∵菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo=2n2﹣2

∵P在椭圆E内部，∴0≤n2＜1，

∴菁优网-jyeoo．即菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo的取值范围为[﹣2，0）

【点评】本题考查了椭圆的方程，向量的数量积、等比数列，对运算能力的考查，属于中档题．

21．（12分）（2017•临汾二模）已知函数f（x）=alnx+菁优网-jyeoo，a∈R．

（1）若f（x）的最小值为0，求实数a的值；

（2）证明：当a=2时，不等式f（x）≥菁优网-jyeoo﹣e1﹣x恒成立．

【考点】导数在最大值、最小值问题中的应用；利用导数研究函数的单调性．菁优网版权所有

【专题】证明题；压轴题；转化思想；分析法；导数的综合应用．

【分析】（1）求出原函数的导函数，对a分类分析，可知当a≤0时，f′（x）＜0，f（x）在（0，+∞）上是减函数，f（x）的最小值不为0；当a＞0时，求出导函数的零点，可得原函数的单调性，求其最小值，由最小值为0进一步利用导数求得a值；

（2）通过构造函数h（x）=2lnx+菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，问题转化为证明h′（x）＞0恒成立，进而再次构造函数，二次求导，整理即得结论．

【解答】（1）解：∵f（x）=alnx+菁优网-jyeoo=alnx+菁优网-jyeoo，

∴f′（x）=菁优网-jyeoo（x＞0）．

当a≤0时，f′（x）＜0，f（x）在（0，+∞）上是减函数，f（x）的最小值不为0；

当a＞0时，f′（x）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

当x∈（0，菁优网-jyeoo）时，f′（x）＜0；当x∈（菁优网-jyeoo，+∞）时，f′（x）＞0．

∴f（x）在（0，菁优网-jyeoo）上为减函数，在（菁优网-jyeoo，+∞）上为增函数，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

令g（a）=菁优网-jyeoo，则g′（a）=菁优网-jyeoo（a＞0）．

当a∈（0，2）时，g′（a）＞0；当a∈（2，+∞）时，g′（a）＜0，

∴g（a）在（0，2）上为增函数，在（2，+∞）上为减函数，则g（a）max=g（2）=0．

∴f（x）的最小值为0，实数a的值为2；

（2）证明：当a=2时，f（x）=2lnx+菁优网-jyeoo，x＞1，

令h（x）=f（x）﹣菁优网-jyeoo+e1﹣x=2lnx+菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，

则h′（x）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

记q（x）=2x2+x﹣2﹣x3e1﹣x，则q′（x）=4x+1+x2（x﹣3）e1﹣x，

∵x＞1，0＜e1﹣x＜1，

∴当1＜x＜3时，q′（x）＞4x+1+x2（x﹣3）=x3﹣3x2+4x+1＞0，

又∵当x≥3时，q′（x）=4x+1+x2（x﹣3）e1﹣x＞0，

∴当x＞1时，q′（x）=4x+1+x2（x﹣3）e1﹣x＞0恒成立，

∴q（x）在（1，+∞）上单调递增，q（x）＞q（1）=2+1﹣2﹣1=0，

∴h′（x）＞0恒成立，h（x）在（1，+∞）上单调递增，

∴h（x）＞h（1）=0+1﹣1﹣1+1=0，即当a=2时，不等式f（x）≥菁优网-jyeoo﹣e1﹣x恒成立．

【点评】本题考查导数在最大值与最小值问题中的应用，考查恒成立问题的求解方法，体现了数学转化思想方法，考查学生的逻辑思维能力与推理论证能力，难度较大．

**请考生在第22、23两题中任选一题作答【选修4-4：坐标系与参数方程】**

22．（10分）（2017•临汾二模）在直角坐标系xOy中，过点P（2，1）的直线l的参数方程为菁优网-jyeoo（t为参数），以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线C的极坐标方程为ρsin2θ=2cosθ，已知直线l与曲线C交于A、B两点．

（1）求曲线C的直角坐标方程；

（2）求|PA|•|PB|的值．

【考点】简单曲线的极坐标方程；参数方程化成普通方程．菁优网版权所有

【专题】选作题；方程思想；演绎法；坐标系和参数方程．

【分析】（1）曲线C的极坐标方程为ρsin2θ=2cosθ，即ρ2sin2θ=2ρcosθ，利用互化公式可得直角坐标方程．

（2）把直线l的参数方程代入抛物线方程可得：t2+（2﹣2菁优网-jyeoo）t﹣3=0．利用根与系数的关系、参数的几何意义即可得出．

【解答】解：（1）曲线C的极坐标方程为ρsin2θ=2cosθ，即为ρ2sin2θ=2ρcosθ，化为普通方程为：y2=2x；

（2）把直线l的参数方程代入抛物线方程可得：t2+（2﹣2菁优网-jyeoo）t﹣3=0．

∴t1t2=﹣3．

∴|PA|•|PB|=|t1t2|=3．

【点评】本题考查了极坐标与直角坐标方程的互化公式、直线的参数方程及其应用，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

**【选修4-5：不等式选讲】**

23．（2017•临汾二模）已知函数f（x）=|x+2a|+|x﹣1|，a∈R．

（1）当a=1时，解不等式f（x）≤5；

（2）若f（x）≥2对于∀x∈R恒成立，求实数a的取值范围．

【考点】绝对值不等式的解法；函数恒成立问题．菁优网版权所有

【专题】对应思想；转化法；不等式的解法及应用．

【分析】（1）通过讨论x的范围，解关于x的不等式，取并集即可；（2）根据绝对值的性质得到|2a+1|≥2，解出即可．

【解答】解：（1）a=1时，f（x）=|x+2|+|x﹣1|，

①x≥1时，x+2+x﹣1≤5，解得：x≤2；

②﹣2＜x＜1时，x+2+1﹣x=3≤5成立；

③x≤﹣2时，﹣x﹣2﹣x+1≤5，解得：x≥﹣3，

综上，不等式的解集是[﹣3，2]．

（2）若f（x）≥2对于∀x∈R恒成立，

即|x+2a|+|x﹣1|≥|2a+1|≥2，

解得：a≥菁优网-jyeoo或a≤﹣菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了解绝对值不等式问题，考查分类讨论思想，是一道中档题．