**2017年山西省晋中市理科数学二模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．（5分）（2017•晋中二模）已知集合A={x|y=lg（x+1）}，B={x||x|＜2}，则A∩B=（　　）

A．（﹣2，0） B．（0，2） C．（﹣1，2） D．（﹣2，﹣1）

【考点】1E：交集及其运算．

【专题】11 ：计算题；37 ：集合思想；4O：定义法；5J ：集合．

【分析】求解对数型函数的定义域化简集合A，然后直接利用交集运算求解．

【解答】解：由x+1＞0，得x＞﹣1

∴A=（﹣1，+∞），

B={x||x|＜2}=（﹣2，2）

∴A∩B=（﹣1，2）．

故选：C

【点评】本题考查了交集及其运算，考查了对数函数的定义域，是基础题．

2．（5分）（2017•晋中二模）i是虚数单位，若复数z满足zi=﹣1+i，则复数z的实部与虚部的和是（　　）

A．0 B．1 C．2 D．3

【考点】A2：复数的基本概念；A5：复数代数形式的乘除运算．

【专题】11 ：计算题；29 ：规律型；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的乘法求出复数z，然后求解结果即可．

【解答】解：复数z满足zi=﹣1+i，

可得z=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=1+i．

复数z的实部与虚部的和是：1+1=2．

故选：C．

【点评】本题考查复数的基本运算以及基本概念，考查计算能力．

3．（5分）（2017•晋中二模）已知Sn是等差数列{an}的前n项和，则2（a1+a3+a5）+3（a8+a10）=36，则S11=（　　）

A．66 B．55 C．44 D．33

【考点】85：等差数列的前n项和．

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】利用等差数列的通项公式与性质与求和公式即可得出．

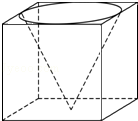
【解答】解：由等差数列的性质可得：2（a1+a3+a5）+3（a8+a10）=36，∴6a3+6a9=36，即a1+a11=6．

则S11=菁优网-jyeoo=11×3=33．

故选：D．

【点评】本题考查了等差数列的通项公式与性质与求和公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

4．（5分）（2017•晋中二模）如图，在一个棱长为2的正方体鱼缸内放入一个倒置的无底圆锥形容器，圆锥的上底圆周与鱼缸的底面正方形相切，圆锥的顶点在鱼缸的缸底上，现在向鱼缸内随机地投入一粒鱼食，则“鱼食能被鱼缸内在圆锥外面的鱼吃到”的概率是（　　）



A．1﹣菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．1﹣菁优网-jyeoo

【考点】CF：几何概型．

【专题】12 ：应用题；35 ：转化思想；49 ：综合法；5I ：概率与统计．

【分析】由题意，直接看顶部形状，及正方形内切一个圆，正方形面积为4，圆为π，即可求出“鱼食能被鱼缸内在圆锥外面的鱼吃到”的概率．

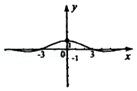
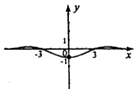
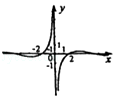
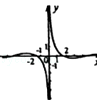
【解答】解：由题意，正方形的面积为22=4．圆的面积为π．

所以“鱼食能被鱼缸内在圆锥外面的鱼吃到”的概率是1﹣菁优网-jyeoo，

故选：A．

【点评】本题考查概率的计算，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．

5．（5分）（2017•晋中二模）函数菁优网-jyeoo的图象大致为（　　）

A． B． C． D．

【考点】3O：函数的图象．

【专题】11 ：计算题；33 ：函数思想；44 ：数形结合法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】先判断函数的奇偶性，再判断函数值的变化趋势．

【解答】解：f（﹣x）=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo=﹣f（x），

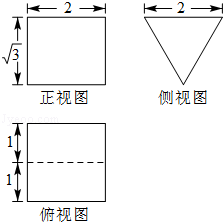
∴函数f（x）为奇函数，则图象关于原点对称，故排A，B，

当x=菁优网-jyeoo时，f（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

故选：D

【点评】本题考查了函数图象的识别，关键是判断函数的奇偶性和函数值得变化趋势，属于基础题

6．（5分）（2017•惠州模拟）某几何体的三视图如图，若该几何体的所有顶点都在一个球面上，则该球面的表面积为（　　）



A．4π B．菁优网-jyeooπ C．菁优网-jyeooπ D．20π

【考点】LR：球内接多面体；LG：球的体积和表面积．

【专题】11 ：计算题；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】由三视图知，几何体是一个三棱柱，三棱柱的底面是边长为2的正三角形，侧棱长是2，根据三棱柱的两个底面的中心的中点与三棱柱的顶点的连线就是外接球的半径，求出半径即可求出球的表面积．

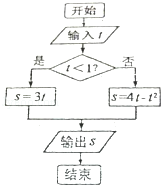
【解答】解：由三视图知，几何体是一个三棱柱，三棱柱的底面是边长为2的正三角形，侧棱长是2，

三棱柱的两个底面的中心的中点与三棱柱的顶点的连线就是外接球的半径，

r=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，球的表面积4πr2=4π×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeooπ．

故选：B．

【点评】本题考查了由三视图求三棱柱的外接球的表面积，利用棱柱的几何特征求外接球的半径是解题的关键．

7．（5分）（2017•晋中二模）执行如图框图，已知输出的s∈[0，4]，若输入的t∈[m，n]，则实数n﹣m的最大值为（　　

A．1 B．2 C．3 D．4

【考点】EF：程序框图．

【专题】11 ：计算题；27 ：图表型；4B ：试验法；5K ：算法和程序框图．

【分析】根据流程图所示的顺序知：该程序的作用是计算一个分段函数的函数值，由条件t的取值范围得分段函数的分类标准，由已知分类讨论即可得解．

【解答】解：模拟执行程序，可得程序框图的功能是计算并输出分段函数S=菁优网-jyeoo的值，

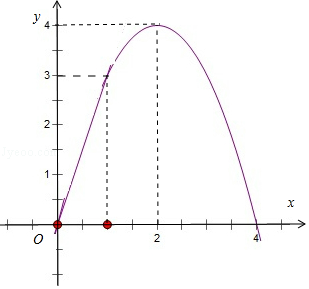
做出函数的图象，由题意可得：输出的s∈[0，4]，

当m=0时，n∈[2，4]，n﹣m∈[2，4]，

当n=4时，m∈[0，2]，n﹣m∈[2，4]，

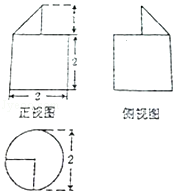
所以实数n﹣m的最大值为4．

故选：D．



【点评】本题考查了程序框图的应用问题，考查了数形结合思想和分类讨论思想，是基础题目．

8．（5分）（2017•晋中二模）某几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为（　　）



A．6π+1 B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】15 ：综合题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】由题意，几何体为圆柱与圆锥菁优网-jyeoo的组合体，即可求出该几何体的表面积．

【解答】解：由题意，几何体为圆柱与圆锥菁优网-jyeoo的组合体，

该几何体的表面积为2π•1•2+π•12+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+1=菁优网-jyeoo，

故选D．

【点评】本题考查三视图，考查学生的计算能力，确定几何体的形状是关键．

9．（5分）（2017•晋中二模）已知D=菁优网-jyeoo，给出下列四个命题：

P1：∀（x，y）∈D，x+y+1≥0；

P2：∀（x，y）∈D，2x﹣y+2≤0；

P3：∃（x，y）∈D，菁优网-jyeoo≤﹣4；

P4：∃（x，y）∈D，x2+y2≤2．

其中真命题的是（　　）

A．P1，P2 B．P2，P3 C．P2，P4 D．P3，P4

【考点】7B：二元一次不等式（组）与平面区域．

【专题】15 ：综合题；31 ：数形结合；44 ：数形结合法；5T ：不等式．

【分析】画出约束条件不是的可行域，利用目标函数的几何意义，求出范围，判断选项的正误即可．

【解答】解：不等式组菁优网-jyeoo的可行域如图，

p1：A（﹣2，0）点，﹣2+0+1=﹣1，

故∀（x，y）∈D，x+y≥0为假命题；

p2：A（﹣1，3）点，﹣2﹣3+2=﹣3，

故∀（x，y）∈D，2x﹣y+2≤0为真命题；

p3：C（0，2）点，菁优网-jyeoo=﹣3，

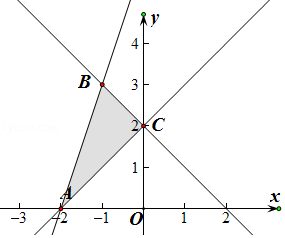
故∃（x，y）∈D，菁优网-jyeoo≤﹣4为假命题；

p4：（﹣1，1）点，x2+y2=2

故∃（x，y）∈D，x2+y2≤2为真命题．

可得选项p2，p4正确．

故选：C．



【点评】本题考查线性规划的解得应用，命题的真假的判断，正确画出可行域以及目标函数的几何意义是解题的关键．

10．（5分）（2017•晋中二模）已知抛物线y2=4x的焦点为F，过焦点F的直线交抛物线于A、B两点，O为坐标原点，若△AOB的面积为菁优网-jyeoo，则|AB|=（　　）

A．24 B．8 C．12 D．16

【考点】K8：抛物线的简单性质．

【专题】34 ：方程思想；4P：设而不求法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】设出直线方程，求出A，B两点的纵坐标的差，利用△AOB的面积．求出直线的斜率，然后求解|AB|，

【解答】解：抛物线y2=4x焦点为F（1，0），

设过焦点F的直线为：y=k（x﹣1），

由菁优网-jyeoo，可得y2﹣菁优网-jyeooy﹣4=0，

yA+yB=菁优网-jyeoo，yAyB=﹣4，|yA﹣yB|=菁优网-jyeoo

△AOB的面积为2菁优网-jyeoo，

可得：菁优网-jyeoo×1×|yA﹣yB|=2菁优网-jyeoo，解得k2=菁优网-jyeoo，

|AB|=菁优网-jyeoo×|yA﹣yB|=24．

故选：A．

【点评】本题考查抛物线的定义，考查三角形的面积的计算，确定抛物线的弦长是解题的关键．属于中档题

11．（5分）（2017•晋中二模）已知函数f（x）=sinωx﹣菁优网-jyeoocosωx（ω＞0），若方程f（x）=﹣1在（0，π）上有且只有四个实数根，则实数ω的取值范围为（　　）

A．（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] B．（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] C．（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] D．（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]

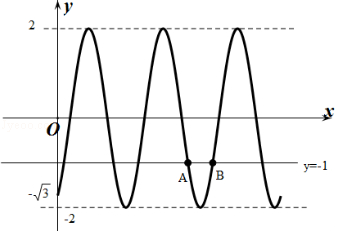
【考点】54：根的存在性及根的个数判断．

【专题】31 ：数形结合；44 ：数形结合法；57 ：三角函数的图像与性质．

【分析】化简f（x）的解析式，作出f（x）的函数图象，利用三角函数的性质求出直线y=﹣1与y=f（x）在（0，+∞）上的交点坐标，则π介于第4和第5个交点横坐标之间．

【解答】解：f（x）=2sin（ωx﹣菁优网-jyeoo），

作出f（x）的函数图象如图所示：



令2sin（ωx﹣菁优网-jyeoo）=﹣1得ωx﹣菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo+2kπ，或ωx﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+2kπ，

∴x=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，或x=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，k∈Z，

设直线y=﹣1与y=f（x）在（0，+∞）上从左到右的第4个交点为A，第5个交点为B，

则xA=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，xB=菁优网-jyeoo，

∵方程f（x）=﹣1在（0，π）上有且只有四个实数根，

∴xA＜π≤xB，

即菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo＜π≤菁优网-jyeoo，解得菁优网-jyeoo．

故选B．

【点评】本题考查了三角函数的恒等变换，三角函数的图象与性质，属于中档题．

12．（5分）（2017•晋中二模）已知集合M={（x，y）|y=f（x）}，若对于任意实数对（x1，y1）∈M，存在（x2，y2）∈M，使x1x2+y1y2=0成立，则称集合M是“垂直对点集”，给出下列四个集合：

①M={（x，y）|y=菁优网-jyeoo}；

②M={（x，y）|y=sinx+1}；

③={（x，y）|y=2x﹣2}；

④M={（x，y）|y=log2x}

其中是“垂直对点集”的序号是（　　）

A．②③④ B．①②④ C．①③④ D．①②③

【考点】15：集合的表示法．

【专题】11 ：计算题；23 ：新定义；35 ：转化思想；4R：转化法；51 ：函数的性质及应用；5J ：集合．

【分析】利用数形结合的方法解决，根据题意，若集合M={（x，y）|y=f（x）}是“垂直对点集”，就是在函数图象上任取一点A，得直线OA，过原点与OA垂直的直线OB，若OB总与函数图象相交即可．

【解答】解：由题意，若集合M={（x，y）|y=f（x）}满足：

对于任意A（x1，y1）∈M，存在B（x2，y2）∈M，使得x1x2+y1y2=0成立，

因此菁优网-jyeoo．所以，若M是“垂直对点集”，

那么在M图象上任取一点A，过原点与直线OA垂直的直线OB总与函数图象相交于点B．

对于①：M={（x，y）|y=菁优网-jyeoo}，其图象是过一、二象限，且关于原点轴对称，

所以对于图象上的点A，在图象上存在点B，使得OB⊥OA，所以①符合题意；

对于②：M={（x，y）|y=sinx+1}，画出函数图象，

在图象上任取一点A，连OA，过原点作直线OA的垂线OB，

因为y=sinx+1的图象沿x轴向左向右无限延展，且与x轴相切，

因此直线OB总会与y=sinx+1的图象相交．

所以M={（x，y）|y=sinx+1}是“垂直对点集”，故②符合题意；

对于③：M={（x，y）|y=2x﹣2}，其图象过点（0，﹣1），

且向右向上无限延展，向左向下无限延展，

所以，据图可知，在图象上任取一点A，连OA，

过原点作OA的垂线OB必与y=2x﹣2的图象相交，即一定存在点B，使得OB⊥OA成立，

故M={（x，y）|y=2x﹣2}是“垂直对点集”．故③符合题意；

对于④：M={x，y）|y=log2x}，对于函数y=log2x，

取点（1，0），与y轴垂直，所以没有对应点，切点T明显在x轴下方有对应点

所以对切点T，不存在点M，使得OM⊥OT，

所以M={（x，y）|y=log2x}不是“垂直对点集”；故④不符合题意．

故选：D．

【点评】本题考查“垂直对点集”的判断，是中档题，解题时要认真审题，注意函数性质的合理运用．

**二、填空题（每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上）**

13．（5分）（2017•晋中二模）若两个非零向量菁优网-jyeoo满足菁优网-jyeoo，则向量菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo的夹角是　120°　．

【考点】9S：数量积表示两个向量的夹角．

【专题】11 ：计算题．

【分析】将已知等式菁优网-jyeoo平方得到菁优网-jyeoo的模的关系及菁优网-jyeoo，然后利用向量的数量积公式求出菁优网-jyeoo的夹角．

【解答】解：菁优网-jyeoo

∵菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

∴菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo

∴（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）•（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）=﹣2|菁优网-jyeoo|2，

设菁优网-jyeoo的夹角为θ

cosθ=菁优网-jyeoo

∵θ∈[0°，180°]

∴θ=120°

故答案为120°

【点评】求两个向量的夹角，一般利用向量的数量积公式来求出夹角的余弦，进一步求出夹角，但一定注意向量夹角的范围为[0°，180°]

14．（5分）（2017•晋中二模）已知双曲线经过点菁优网-jyeoo，其一条渐近线方程为y=2x，则该双曲线的标准方程为　菁优网-jyeoo﹣x2=1　．

【考点】KC：双曲线的简单性质．

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；43 ：待定系数法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】根据题意，由双曲线的渐近线方程，可以设其方程为x2﹣菁优网-jyeoo=m，又由其过点菁优网-jyeoo，将点的坐标代入方程计算可得m的值，即可得其方程，最后将求得的方程化为标准方程即可得答案．

【解答】解：根据题意，双曲线的一条渐近线方程为y=2x，则可以设其方程为x2﹣菁优网-jyeoo=m，（m≠0），

又由其经过点菁优网-jyeoo，则有1﹣菁优网-jyeoo=m，

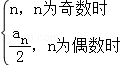
解可得m=﹣1，

则其方程为：x2﹣菁优网-jyeoo=﹣1，

其标准方程为：菁优网-jyeoo﹣x2=1，

故答案为：菁优网-jyeoo﹣x2=1．

【点评】本题考查双曲线的几何性质，注意最后的答案要检验其是否为标准方程的形式．

15．（5分）（2017•晋中二模）我们可以利用数列{an}的递推公式an=（n∈N+），求出这个数列各项的值，使得这个数列中的每一项都是奇数，则a64+a65=　66　．

【考点】8H：数列递推式．

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；55 ：点列、递归数列与数学归纳法．

【分析】借助于递推公式知道奇数项的值为其项数，而偶数项的值由对应的值来决定，写出数列前几项，即可得到所求值．

【解答】解：由题得：这个数列各项的值分别为1，1，3，1，5，3，7，1，9，5，11，3…

∴a64+a65=a32+65=a16+65=a8+65=a4+65=1+65=66．

故答案为：66．

【点评】本题是对数列递推公式应用的考查，解题时要认真审题，仔细观察，注意寻找规律，避免不必要的错误．

16．（5分）（2017•晋中二模）已知数列{an}中，a1=﹣1，an+1=2an+3n﹣1（n∈N\*），则其前n项和Sn=　2n+2﹣4﹣菁优网-jyeoo　．

【考点】8E：数列的求和．

【专题】34 ：方程思想；35 ：转化思想；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】an+1=2an+3n﹣1（n∈N\*），a1=﹣1，可得a2=0．n≥2时，an=2an﹣1+3n﹣4，相减可得：an+1﹣an+3=2（an﹣an﹣1+3），利用等比数列的通项公式可得：an﹣an﹣1+3，利用“累加求和”方法可得an．再利用等比数列的求和公式即可得出．

【解答】解：∵an+1=2an+3n﹣1（n∈N\*），a1=﹣1，∴a2=0．

n≥2时，an=2an﹣1+3n﹣4，

相减可得：an+1﹣an=2an﹣2an﹣1+3，

化为：an+1﹣an+3=2（an﹣an﹣1+3），

∴数列{an﹣an﹣1+3}为等比数列，首项为4，公比为2．

∴an﹣an﹣1+3=4×2n﹣2，∴an﹣an﹣1=2n﹣3．

∴an=（an﹣an﹣1）+（an﹣1﹣an﹣2）+…+（a2﹣a1）+a1

=2n﹣3+2n﹣1﹣3+…+22﹣3﹣1，

=菁优网-jyeoo﹣3（n﹣1）﹣1

=2n+1﹣3n﹣2．

∴其前n项和Sn=菁优网-jyeoo﹣3×菁优网-jyeoo﹣2n=2n+2﹣4﹣菁优网-jyeoo．

故答案为：2n+2﹣4﹣菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了数列递推关系、等比数列的通项公式与求和公式、“累加求和”方法，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

**三、解答题（本大题共7小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）**

17．（12分）（2017•晋中二模）在△ABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，且满足菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

（Ⅰ）求角A的大小；

（Ⅱ）若a=2菁优网-jyeoo，求△ABC面积的最大值．

【考点】HP：正弦定理；HR：余弦定理．

【专题】11 ：计算题．

【分析】（I）把条件中所给的既有角又有边的等式利用正弦定理变化成只有角的形式，整理逆用两角和的正弦公式，根据三角形内角的关系，得到结果．

（II）利用余弦定理写成关于角A的表示式，整理出两个边的积的范围，表示出三角形的面积，得到面积的最大值．

【解答】解：（Ⅰ）∵菁优网-jyeoo，

所以（2c﹣b）•cosA=a•cosB

由正弦定理，得（2sinC﹣sinB）•cosA=sinA•cosB．

整理得2sinC•cosA﹣sinB•cosA=sinA•cosB．

∴2sinC•cosA=sin（A+B）=sinC．

在△ABC中，sinC≠0．

∴菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

（Ⅱ）由余弦定理菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

∴b2+c2﹣20=bc≥2bc﹣20

∴bc≤20，当且仅当b=c时取“=”．

∴三角形的面积菁优网-jyeoo．

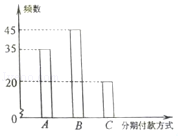
∴三角形面积的最大值为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查正弦定理和余弦定理，本题解题的关键是角和边的灵活互化，两个定理的灵活应用和两角和的公式的正用和逆用．

18．（12分）（2017•晋中二模）某知名品牌汽车深受消费者喜爱，但价格昂贵．某汽车经销商推出A、B、C三种分期付款方式销售该品牌汽车，并对近期100位采用上述分期付款的客户进行统计分析，得到如下的柱状图．已知从A、B、C三种分期付款销售中，该经销商每销售此品牌汽车1俩所获得的利润分别是1万元，2万元，3万元．现甲乙两人从该汽车经销商处，采用上述分期付款方式各购买此品牌汽车一辆．以这100位客户所采用的分期付款方式的频率代替1位客户采用相应分期付款方式的概率．

（1）求甲乙两人采用不同分期付款方式的概率；

（2）记X（单位：万元）为该汽车经销商从甲乙两人购车中所获得的利润，求X的分布列与期望．



【考点】CH：离散型随机变量的期望与方差；B8：频率分布直方图；CG：离散型随机变量及其分布列．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；49 ：综合法；5I ：概率与统计．

【分析】（1）由题意得：P（A）=菁优网-jyeoo=0.35，P（B）=菁优网-jyeoo=0.45，P（C）=菁优网-jyeoo=0.2，利用对立事件概率计算公式能求出甲乙两人采用不同分期付款方式的概率．

（2）记X（单位：万元）为该汽车经销商从甲乙两人购车中所获得的利润，则X的可能取值为2，3，4，5，6，分别求出相应的概率，由此能求出X的分布列和E（X）．

【解答】解：（1）由题意得：

P（A）=菁优网-jyeoo=0.35，P（B）=菁优网-jyeoo=0.45，P（C）=菁优网-jyeoo=0.2，

∴甲乙两人采用不同分期付款方式的概率：

p=1﹣[P（A）•P（A）+P（B）•P（B）+P（C）•P（C）]=0.635．

（2）记X（单位：万元）为该汽车经销商从甲乙两人购车中所获得的利润，

则X的可能取值为2，3，4，5，6，

P（X=2）=P（A）P（A）=0.35×0.35=0.1225，

P（X=3）=P（A）P（B）+P（B）P（A）=0.35×0.45+0.45×0.35=0.315，

P（X=4）=P（A）P（C）+P（B）P（B）+P（C）P（A）=0.35×0.2+0.45×0.45+0.2×0.35=0.3425，

P（X=5）=P（B）P（C）+P（C）P（B）=0.45×0.2+0.2×0.45=0.18，

P（X=6）=P（C）P（C）=0.2×0.2=0.04．

∴X的分布列为：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| P | 0.1225 | 0.315 | 0.3425 | 0.18 | 0.04 |

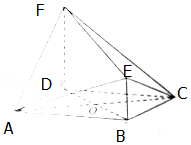
E（X）=0.1225×2+0.315×3+0.3425×4+0.18×5+0.04×6=3.7．

【点评】本题考查概率的求法，考查离散型随机变量的分布列和数学期望的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意对立事件概率计算公式、相互独立事件概率乘法公式的合理运用．

19．（12分）（2017•晋中二模）如图，在几何体ABCDEF中，四边形ABCD是菱形，BE⊥平面ABCD，DF∥BE，且DF=2BE=2，EF=3．

（1）证明：平面ACF⊥平面BEFD

（2）若二面角A﹣EF﹣C是二面角，求直线AE与平面ABCD所成角的正切值．



【考点】MT：二面角的平面角及求法；LY：平面与平面垂直的判定．

【专题】14 ：证明题；31 ：数形结合；41 ：向量法；5F ：空间位置关系与距离．

【分析】（1）推导出AC⊥BD，BE⊥AC，从而AC⊥平面BEFD，由此能证明平面ACF⊥平面BEFD．

（2）设AC与BD的交点为O，分别以OA，OB为x轴，y轴，建立空间直角坐标系，利用向量法能求出直线AE与平面ABCD所成角的正切值．

【解答】证明：（1）∵四边形ABCD是菱形，∴AC⊥BD，

∵BE⊥平面ABCD，∴BE⊥AC，

∴AC⊥平面BEFD，

∵AC⊂平面ACF，∴平面ACF⊥平面BEFD．

解：（2）设AC与BD的交点为O，由（1）得AC⊥BD，

分别以OA，OB为x轴，y轴，建立空间直角坐标系，

∵BE⊥平面ABCD，∴BE⊥BD，

∵DF∥BE，∴DF⊥BD，

∴BD2=EF2﹣（DF﹣BE）2=8，∴BD=2菁优网-jyeoo．

设OA=a，（a＞0），

由题设得A（a，0，0），C（﹣a，0，0），E（0，菁优网-jyeoo），F（0，﹣菁优网-jyeoo，2），

设m=（x，y，z）是平面AEF的法向量，

则菁优网-jyeoo，取z=2菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo），

设菁优网-jyeoo是平面CEF的一个法向量，

则菁优网-jyeoo，取菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo=（﹣菁优网-jyeoo，1，2菁优网-jyeoo），

∵二面角A﹣EF﹣C是直二面角，

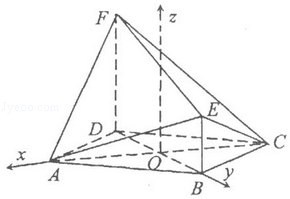
∴菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo+9=0，解得a=菁优网-jyeoo，

∵BE⊥平面ABCD，

∴∠BAE是直线AE与平面ABCD所成的角，

∴AB=菁优网-jyeoo=2，∴tan菁优网-jyeoo．

∴直线AE与平面ABCD所成角的正切值为菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查面面垂直的证明，考查线面角的正切值的求法，考查推理论证能力、运算求解能力、空间想象能力，考查等价转化思想、数形结合思想，是中档题．

20．（2017•晋中二模）已知椭圆C：菁优网-jyeoo的左右焦点与其短轴的一个端点是正三角形的三个顶点，点D菁优网-jyeoo在椭圆C上，直线l：y=kx+m与椭圆C相交于A、P两点，与x轴、y轴分别相交于点N和M，且PM=MN，点Q是点P关于x轴的对称点，QM的延长线交椭圆于点B，过点A、B分别作x轴的垂涎，垂足分别为A1、B1

（1）求椭圆C的方程；

（2）是否存在直线l，使得点N平分线段A1B1？若存在，求求出直线l的方程，若不存在，请说明理由．

【考点】KL：直线与椭圆的位置关系．

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；49 ：综合法；5E ：圆锥曲线中的最值与范围问题．

【分析】（1）由椭圆的左右焦点与其短轴的一个端点是正三角形的三个顶点，点D菁优网-jyeoo在椭圆C上，列出方程组，求出a，b，由此能求出椭圆C的方程．

（2）假设存在这样的直线l：y=kx+m，则直线QM的方程为y=﹣3kx+m，由，得（3+4k2）x2+8kmx+4（m2﹣3）=0，由，得（3+36k2）x2﹣24kmx+4（m2﹣3）=0，由此利用根的判别式、韦达定理、中点坐标公式，结合已知条件，能求出直线l的方程．

【解答】解：（1）∵椭圆C：菁优网-jyeoo的左右焦点与其短轴的一个端点是正三角形的三个顶点，点D菁优网-jyeoo在椭圆C上，

∴由题意得，解得a2=4，b2=3，

∴椭圆C的方程为菁优网-jyeoo．

（2）假设存在这样的直线l：y=kx+m，∴M（0，m），N（﹣菁优网-jyeoo，0），

∵PM=MN，∴P（菁优网-jyeoo，2m），Q（菁优网-jyeoo），

∴直线QM的方程为y=﹣3kx+m，

设A（x1，y1），由，得（3+4k2）x2+8kmx+4（m2﹣3）=0，

∴菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo，

设B（x2，y2），由，得（3+36k2）x2﹣24kmx+4（m2﹣3）=0，

∴x2+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，∴x2=﹣菁优网-jyeoo，

∵点N平分线段A1B1，∴菁优网-jyeoo，

∴﹣菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，∴k=菁优网-jyeoo，

∴P（±2m，2m），∴菁优网-jyeoo，解得m=菁优网-jyeoo，

∵|m|=菁优网-jyeoo＜b=菁优网-jyeoo，∴△＞0，符合题意，

∴直线l的方程为y=菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查椭圆方程的求法，考查满足条件的直线方程是否存在的探究与求法，考查推理谁论证能力、数据处理能力、运算求解能力，考查转化思想、化归思想，是中档题．

21．（2017•晋中二模）已知函数f（x）=2lnx+ax﹣菁优网-jyeoo（a∈R）在x=2处的切线经过点（﹣4，ln2）

（1）讨论函数f（x）的单调性；

（2）若不等式菁优网-jyeoo＞mx﹣1恒成立，求实数m的取值范围．

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；6E：利用导数求闭区间上函数的最值．

【专题】38 ：对应思想；4R：转化法；53 ：导数的综合应用．

【分析】（1）求出函数的导数，求出a的值，得到导函数的符号，求出函数的单调区间即可；

（2）问题转化为菁优网-jyeoo，令菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，根据函数的单调性求出m的范围即可．

【解答】解：（1）菁优网-jyeoo，令x=2，∴f'（2）=1+a+f'（2），

∴a=﹣1，设切点为（2，2ln2+2a﹣2f'（2）），

则y﹣（2ln2+2a﹣2f'（2））=f'（2）（x﹣2），

代入（﹣4，2ln2）得：2ln2﹣2ln2﹣2a+2f'（2）=﹣6f'（2），

∴菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo，

∴f（x）在（0，+∞）单调递减；

（2）菁优网-jyeoo恒成立菁优网-jyeoo，

令菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，

∴φ（x）在（0，+∞）单调递减，

∵φ（1）=0，

∴菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo在（0，+∞）恒大于0，

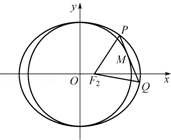
∴m≤0．

【点评】本题考查了函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及转化思想，是一道中档题．

22．（14分）（2017•晋中二模）已知椭圆的长轴长为6，离心率为菁优网-jyeoo，F2为椭圆的右焦点．

（Ⅰ）求椭圆的标准方程；

（Ⅱ）点M在圆x2+y2=8上，且M在第一象限，过M作圆x2+y2=8的切线交椭圆于P，Q两点，判断△PF2Q的周长是否为定值并说明理由．



【考点】K4：椭圆的简单性质．

【专题】35 ：转化思想；49 ：综合法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（Ⅰ）由题意可知：2a=6，菁优网-jyeoo，求得a和c的值，由b2=a2﹣c2，求得b，写出椭圆方程；

（Ⅱ）设P（x1，y1），Q（x2，y2），分别求出|F2P|，|F2Q|，结合相切的条件可得|PM|2=|OP|2﹣|OM|2，可得菁优网-jyeoo，同理|QF2|+|QM|=3，即可证明；

【解答】解：（I）根据已知，设椭圆的标准方程为菁优网-jyeoo，

∴2a=6，a=3，菁优网-jyeoo，c=1；

b2=a2﹣c2=8，

菁优网-jyeoo（4分）

（II）△PF2Q的周长是定值，

设P（x1，y1），Q（x2，y2），则菁优网-jyeoo，

菁优网-jyeoo，

∵0＜x1＜3，

∴菁优网-jyeoo，（7分）

在圆中，M是切点，

∴菁优网-jyeoo，（11分）

∴菁优网-jyeoo，

同理|QF2|+|QM|=3，（13分）

∴|F2P|+|F2Q|+|PQ|=3+3=6，

因此△PF2Q的周长是定值6．…（14分）

【点评】本题考查了椭圆的标准方程及其性质、直线与椭圆相交问题转化为方程联立可得根与系数的关系、弦长公式、直线与圆相切性质、勾股定理、三角形的周长问题，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

23．（2017•晋中二模）已知函数菁优网-jyeoo

（1）若不等式f（x）﹣f（x+m）≤1恒成立，求实数m的最大值；

（2）当a＜菁优网-jyeoo时，函数g（x）=f（x）+|2x﹣1|有零点，求实数a的取值范围．

【考点】R4：绝对值三角不等式；52：函数零点的判定定理．

【专题】17 ：选作题；35 ：转化思想；4G ：演绎法；5T ：不等式．

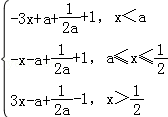
【分析】（1）若不等式f（x）﹣f（x+m）≤1恒成立，利用f（x）﹣f（x+m）=|x﹣a|﹣|x+m﹣a|≤|m|，求实数m的最大值；

（2）当a＜菁优网-jyeoo时，函数g（x）=f（x）+|2x﹣1|有零点，菁优网-jyeoo，可得菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo，即可求实数a的取值范围．

【解答】解：（1）∵菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo，

∴f（x）﹣f（x+m）=|x﹣a|﹣|x+m﹣a|≤|m|，

∴|m|≤1，∴﹣1≤m≤1，∴实数m的最大值为1；

（2）当菁优网-jyeoo时，菁优网-jyeoo=

∴菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo，

∴实数a的取值范围是菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查绝对值不等式的运用，考查分段函数，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．