**2017年江西省上饶市理科数学一模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．（5分）（2017•上饶一模）已知R为实数集，集合A={x|x＞0}，B={x|x2﹣x﹣2＞0}，则A∩（∁RB）=（　　）

A．（0，2] B．（﹣1，2） C．[﹣1，2] D．[0，4]

【考点】交、并、补集的混合运算．

【专题】集合思想；定义法；集合．

【分析】化简集合B，根据补集与交集的定义写出运算结果即可．

【解答】解：R为实数集，集合A={x|x＞0}，

B={x|x2﹣x﹣2＞0}={x|x＜﹣1或x＞2}，

∴∁RB={x|﹣1≤x≤2}，

∴A∩（∁RB）={x|0＜x≤2}=（0，2]．

故选：A．

【点评】本题考查了集合的化简与运算问题，是基础题目．

2．（5分）（2017•上饶一模）设复数菁优网-jyeoo，则z的共轭复数是（　　）

A．1 B．1+i C．﹣1+i D．1﹣i

【考点】复数代数形式的乘除运算．

【专题】计算题；转化思想；定义法；数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的代数形式的乘除运算，解得z=1﹣i，由此能求出z的共轭复数．

【解答】解：z=1+菁优网-jyeoo=1+菁优网-jyeoo=1+i，

∴z的共轭复数是1﹣i，

故选：D

【点评】本题考查复数的代数形式的乘除运算，是基础题．解题时要认真审题，仔细解答．注意熟练掌握共轭复数的概念．

3．（5分）（2017•上饶一模）已知菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo的值等于（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】运用诱导公式化简求值．

【专题】转化思想；构造法．

【分析】观察发现菁优网-jyeoo，那么菁优网-jyeoo=cos（α+菁优网-jyeoo）利用诱导公式求解即可．

【解答】解：由菁优网-jyeoo，

则菁优网-jyeoo=cos（α+菁优网-jyeoo）=sin（α﹣菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo．

故选：A．

【点评】本题主要考查诱导公式的灵活应用和构造思想，属于基本知识的考查．

4．（5分）（2017•上饶一模）下列说法正确的是（　　）

A．∀x，y∈R，若x+y≠0，则x≠1且y≠﹣1

B．a∈R，“菁优网-jyeoo”是“a＞1”的必要不充分条件

C．命题“∃x∈R，使得x2+2x+3＜0”的否定是“∀x∈R，都有x2+2x+3＞0”

D．设随机变量X～N（1，52），若P（X＜0）=P（X＞a﹣2），则实数a的值为2

【考点】命题的真假判断与应用．

【专题】探究型；定义法；简易逻辑．

【分析】判断逆否命题的真假，可得原命题的真假；根据充要条件的定义，可判断B；写出原命题的否定，可判断C；根据正态分布的对称性，可判断D．

【解答】解：若x+y≠0，则x≠1且y≠﹣1的逆否命题为“若x=1，或y=﹣1，则x+y=0”为假命题，故原命题为假命题，故A错误；

“菁优网-jyeoo”⇔“a＜0，或a＞1”，故“菁优网-jyeoo”是“a＞1”的必要不充分条件，故B正确；

命题“∃x∈R，使得x2+2x+3＜0”的否定是“∀x∈R，都有x2+2x+3≥0”，故C错误；

设随机变量X～N（1，52），若P（X≤0）=P（X＞a﹣2），则a﹣2=2，则实数a的值为4，故D错误；

故选：B．

【点评】本题以命题的真假判断与应用为载体，考查了四种命题，充要条件，命题的否定，正态分布等知识点，难度中档．

5．（5分）（2017•上饶一模）《九章算术》教会了人们用等差数列的知识来解决问题，《张丘建算经》卷上第22题为：“今有女善织，日益功疾（注：从第2天开始，每天比前一天多织相同量的布），第一天织6尺布，现一月（按30天计）共织540尺布”，则从第2天起每天比前一天多织（　　）尺布．

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】等差数列的前n项和．

【专题】方程思想；转化思想；等差数列与等比数列．

【分析】设此等差数列{an}的公差为d，可得30×6+菁优网-jyeood=540，解出即可得出．

【解答】解：设此等差数列{an}的公差为d，

则30×6+菁优网-jyeood=540，

解得d=菁优网-jyeoo，

故选：B．

【点评】本题考查了等差数列的求和公式，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

6．（5分）（2017•上饶一模）已知双曲线方程为菁优网-jyeoo，若其过焦点的最短弦长为2，则该双曲线的离心率的取值范围是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】双曲线的简单性质．

【专题】综合题；方程思想；演绎法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】由题意，通径为菁优网-jyeoo=2，a≥2，可得b=菁优网-jyeoo，利用e=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo≤菁优网-jyeoo，e＞1，即可得出结论．

【解答】解：由题意，菁优网-jyeoo=2，a≥2

∴b=菁优网-jyeoo，

∴e=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo≤菁优网-jyeoo，

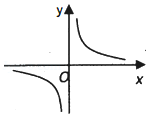
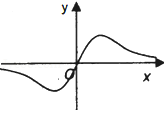
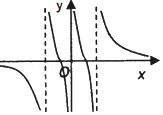
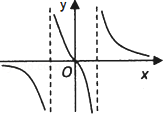
∵e＞1，

∴1＜e≤菁优网-jyeoo，

故选A．

【点评】本题考查双曲线的方程与性质，考查学生的计算能力，比较基础．

7．（5分）（2017•上饶一模）函数菁优网-jyeoo的图象不可能是（　　）

A． B． C． D．

【考点】利用导数研究函数的单调性；函数的图象．

【专题】计算题；数形结合；转化思想；函数的性质及应用；导数的综合应用．

【分析】通过a的取值，判断函数的图象，推出结果即可．

【解答】解：当a=0时，函数化为y=菁优网-jyeoo，函数的图象为：A；

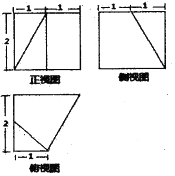
当a=1时，x=0时，y=0，x≠0时，函数化为y=菁优网-jyeoo，函数的图象为：B；

当a=﹣1时，函数化为y=菁优网-jyeoo，当x∈（0，1）时，y′=菁优网-jyeoo＜0，函数是减函数，f（0）=0，可知函数的图象为：D；

故选：C．

【点评】本题考查函数的单调性的应用，函数的导数的应用，赋值法的应用，考查转化思想以及计算能力．

8．（5分）（2017•上饶一模）某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）



A．5 B．菁优网-jyeoo C．7 D．菁优网-jyeoo

【考点】由三视图求面积、体积．

【专题】作图题；分割补形法．

【分析】由已知中的三视图，可知该几何体是一个正方体切去一个底面边长为1的直角三角形，高为2的三棱锥和切去一个底面为边长为1和2的直角三角形，高为2的三棱柱．从而可得该几何体的体积．

【解答】解：由已知的三视图，可知该几何体是一个正方体切去一个底面边长为1的直角三角形，高为2的三棱锥和切去一个底面为边长为1和2的直角三角形，高为2的三棱柱．从而可得该几何体的体积．

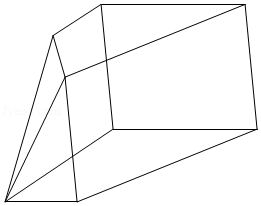
∴三棱锥的体积菁优网-jyeoo，

三棱柱的体积菁优网-jyeoo．

正方体的体积V=2×2×2=8．

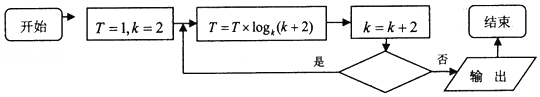
故得：该几何体的体积菁优网-jyeoo．

故选D．



【点评】本题主要考查了三视图的投影的认识和体积的计算．属于基础题．

9．（5分）（2017•上饶一模）执行如图所示的程序框图，如果输出T=6，那么判断框内应填入的条件是（　　）



A．k＜32 B．k＜33 C．k＜64 D．k＜65

【考点】程序框图．

【专题】对应思想；转化法；算法和程序框图．

【分析】根据程序框图，写出运行结果，根据程序输出的结果是T=6，可得判断框内应填入的条件．

【解答】解：模拟执行程序框图，可得程序框图的功能是计算并输出S=log24×log46×…×logk（k+2）的值，

∵输出的值为6，又S=log24×log46×…×logk（k+2）=菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo×…×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=log2（k+2）=6，

∴跳出循环的k值为64，

∴判断框的条件为k＜64？．

故选：C．

【点评】本题考查程序框图，尤其考查循环结构．对循环体每次循环需要进行分析并找出内在规律．本题属于基础题．

10．（5分）（2017•上饶一模）大数据时代出现了滴滴打车服务，二胎政策的放开使得家庭中有两个小孩的现象普遍存在，某城市关系要好的A，B，C，D四个家庭各有两个小孩共8人，准备使用滴滴打车软件，分乘甲、乙两辆汽车出去游玩，每车限坐4名（乘同一辆车的4名小孩不考虑位置），其中A户家庭的孪生姐妹需乘同一辆车，则乘坐甲车的4名小孩恰有2名来自于同一个家庭的乘坐方式共有（　　）

A．18种 B．24种 C．36种 D．48种

【考点】排列、组合的实际应用．

【专题】计算题；转化思想；排列组合．

【分析】根据题意，分2种情况讨论：①、A户家庭的孪生姐妹在甲车上，甲车上剩下两个要来自不同的家庭，②、A户家庭的孪生姐妹不在甲车上，每种情况下分析乘坐人员的情况，由排列、组合数公式计算可得其乘坐方式的数目，由分类计数原理计算可得答案．

【解答】解：根据题意，分2种情况讨论：

①、A户家庭的孪生姐妹在甲车上，甲车上剩下两个要来自不同的家庭，

可以在剩下的三个家庭中任选2个，再从每个家庭的2个小孩中任选一个，来乘坐甲车，

有C32×C21×C21=12种乘坐方式；

②、A户家庭的孪生姐妹不在甲车上，

需要在剩下的三个家庭中任选1个，让其2个小孩都在甲车上，

对于剩余的2个家庭，从每个家庭的2个小孩中任选一个，来乘坐甲车，

有C31×C21×C21=12种乘坐方式；

则共有12+12=24种乘坐方式；

故选：B．

【点评】本题考查排列、组合的应用，涉及分类计数原理的应用，关键是依据题意，分析“乘坐甲车的4名小孩恰有2名来自于同一个家庭”的可能情况．

11．（5分）（2017•上饶一模）已知x，y满足约束条件菁优网-jyeoo当目标函数z=ax+by（a＞0，b＞0）在该约束条件下取得最小值1时，则菁优网-jyeoo的最小值为（　　）

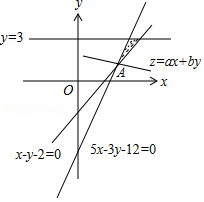
A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】简单线性规划．

【专题】计算题；运动思想；数形结合法；不等式的解法及应用．

【分析】由约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，联立方程组求得最优解的坐标，代入目标函数可得3a+b=1，再运用“1”的代换利用基本不等式求得菁优网-jyeoo的最小值．

【解答】解：由约束条件菁优网-jyeoo作出可行域如图，



联立菁优网-jyeoo，解得A（3，1），

化目标函数z=ax+by为菁优网-jyeoo，

由图可知，当直线菁优网-jyeoo过A时，直线在y轴上的截距最小，z有最小值为3a+b=1，

则菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo）（3a+b）=3+菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo．

当且仅当a=菁优网-jyeoo，b=2﹣菁优网-jyeoo时取“=”．

故选：C．

【点评】本题考查简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法及数学转化思想方法，是中档题．

12．（5分）（2017•上饶一模）已知f（x）是定义域为（0，+∞）的单调函数，若对任意的x∈（0，+∞），都有菁优网-jyeoo，且方程|f（x）﹣3|=x3﹣6x2+9x﹣4+a在区间（0，3]上有两解，则实数a的取值范围是（　　）

A．0＜a≤5 B．a＜5 C．0＜a＜5 D．a≥5

【考点】利用导数研究函数的单调性；根的存在性及根的个数判断．

【专题】转化思想；数形结合法；导数的综合应用．

【分析】由题设知必存在唯一的正实数a，满足f（x）+log菁优网-jyeoox=a，f（a）=4，f（a）+log菁优网-jyeooa=a，故4+log 菁优网-jyeooa=a，log菁优网-jyeooa=a﹣4，a=（菁优网-jyeoo）a﹣4，左增，右减，有唯一解a=3，故f（x）+log 菁优网-jyeoox=a=3，由题意可得|log菁优网-jyeoox|=x3﹣6x2+9x﹣4+a在区间（0，3]上有两解，讨论g（x）=x3﹣6x2+9x﹣4+a的单调性和最值，分别画出作出y=|log菁优网-jyeoox|，和y=x3﹣6x2+9x﹣4的图象，通过平移即可得到a的范围．

【解答】解：∵定义域为（0，+∞）的单调函数f（x）

满足f[f（x）+log菁优网-jyeoox]=4，

∴必存在唯一的正实数a，

满足f（x）+log菁优网-jyeoox=a，f（a）=4，①

∴f（a）+log菁优网-jyeooa=a，②

由①②得：4+log菁优网-jyeooa=a，log菁优网-jyeooa=a﹣4，

a=（菁优网-jyeoo）a﹣4，左增，右减，有唯一解a=3，

故f（x）+log菁优网-jyeoox=a=3，

f（x）=3﹣log菁优网-jyeoox，

由方程|f（x）﹣3|=x3﹣6x2+9x﹣4+a在区间（0，3]上有两解，

即有|log菁优网-jyeoox|=x3﹣6x2+9x﹣4+a，

由g（x）=x3﹣6x2+9x﹣4+a，g′（x）=3x2﹣12x+9=3（x﹣1）（x﹣3），

当1＜x＜3时，g′（x）＜0，g（x）递减；当0＜x＜1时，g′（x）＜0，g（x）递增．

g（x）在x=1处取得最大值a，g（0）=a﹣4，g（3）=a﹣4，

分别作出y=|log菁优网-jyeoox|，和y=x3﹣6x2+9x﹣4的图象，可得

两图象只有一个交点，将y=x3﹣6x2+9x﹣4的图象向上平移，

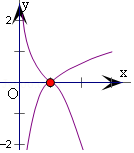
至经过点（3，1），有两个交点，

由g（3）=1即a﹣4=1，解得a=5，

当0＜a≤5时，两图象有两个交点，

即方程|f（x）﹣3|=x3﹣6x2+9x﹣4+a在区间（0，3]上有两解．

故选：A．



【点评】本题考查对数的运算性质的综合运用，综合性强，难度大．解题时要认真审题，注意挖掘题设中的隐含条件，合理地进行等价转化．

**二、填空题（每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上）**

13．（5分）（2017•上饶一模）已知△ABC外接圆半径是2，菁优网-jyeoo，则△ABC的面积最大值为　菁优网-jyeoo　．

【考点】正弦定理．

【专题】计算题；分类讨论；分类法；解三角形．

【分析】由已知及正弦定理可求sinA的值，结合A的范围可求A，分类讨论，利用余弦定理可求AB•AC的最大值，进而利用三角形面积公式即可计算得解．

【解答】解：∵△ABC外接圆半径是2，菁优网-jyeoo，

∴由正弦定理菁优网-jyeoo，可得：菁优网-jyeoo=2×2，解得：sinA=菁优网-jyeoo，

∵A∈（0，π），

∴A=菁优网-jyeoo，或菁优网-jyeoo，

∴当A=菁优网-jyeoo时，由余弦定理可得：

12=AB2+AC2﹣2AB•AC•cosA=AB2+AC2﹣AB•AC≥AB•AC，

此时S△ABC=菁优网-jyeooAB•AC•sinA≤菁优网-jyeoo=3菁优网-jyeoo．

当A=菁优网-jyeoo时，由余弦定理可得：12=AB2+AC2﹣2AB•AC•cosA=AB2+AC2+AB•AC≥3AB•AC，

解得：4≥AB•AC，此时S△ABC=菁优网-jyeooAB•AC•sinA≤菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

∴△ABC的面积最大值为3菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了有关三角形以及外接圆问题，考查了正弦定理，余弦定理，三角形面积公式在解三角形中的应用，考查了分类讨论思想，属于中档题．

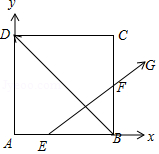
14．（5分）（2017•上饶一模）在边长为1的正方形ABCD中，菁优网-jyeoo，BC的中点为F，菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo=　菁优网-jyeoo　．

【考点】平面向量数量积的运算．

【专题】计算题；转化思想；向量法；平面向量及应用．

【分析】由题意画出图形，然后建系利用坐标求解．

【解答】解：建立如图所示直角坐标系，



则B（1，0），D（0，1），E（菁优网-jyeoo，0），F（1，菁优网-jyeoo），

设G（a，b），由菁优网-jyeoo，得（菁优网-jyeoo）=2（a﹣1，b﹣菁优网-jyeoo），

解得G（菁优网-jyeoo）．

∴菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

则菁优网-jyeoo=﹣1菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查平面向量的数量积运算，考查数形结合的解题思想方法，合理建系是关键，是中档题．

15．（5分）（2017•上饶一模）已知a＞0，菁优网-jyeoo展开式的常数项为15，则菁优网-jyeoo=　菁优网-jyeoo　．

【考点】定积分；二项式系数的性质．

【专题】对应思想；综合法；二项式定理．

【分析】根据二项式定理计算a，再根据定积分的几何意义和性质计算即可．

【解答】解：∵菁优网-jyeoo展开式的常数项为15，∴C菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo）4x2=15，

∴a4=1，又a＞0，∴a=1．

∵y=菁优网-jyeoo表示半径为1的上半圆，y=sin2x是奇函数，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=0，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了二项式定理，定积分的计算，属于中档题．

16．（5分）（2017•上饶一模）已知函数菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo），若函数F（x）=f（x）﹣3的所有零点依次记为x1，x2，x3，…，xn，且x1＜x2＜x3＜…＜xn，则x1+2x2+2x3+…+2xn﹣1+xn=　445π　．

【考点】正弦函数的图象．

【专题】数形结合；综合法；三角函数的图像与性质．

【分析】求出f（x）的对称轴，根据f（x）的对称性得出任意两相邻两零点的和，从而得出答案．

【解答】解：令2x+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+kπ得x=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，k∈Z，即f（x）的对称轴方程为x=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，k∈Z．

∵f（x）的最小正周期为T=π，菁优网-jyeoo，

∴f（x）在（0，菁优网-jyeoo）上有30条对称轴，

∴x1+x2=2×菁优网-jyeoo，x2+x3=2×菁优网-jyeoo，x3+x4=2×菁优网-jyeoo，…，xn﹣1+xn=2×菁优网-jyeoo，

将以上各式相加得：x1+2x2+2x3+…+2xn﹣1+xn=2×（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo）=2×菁优网-jyeoo×30=445π．

故答案为：445π．

【点评】本题考查了正弦函数的图象与性质，函数对称性的应用，属于中档题．

**三、解答题（本大题共5小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）**

17．（12分）（2017•上饶一模）已知公比不为1的等比数列{an}的前5项积为243，且2a3为3a2和a4的等差中项．

（1）求数列{an}的通项公式an；

（2）若数列{bn}满足bn=bn﹣1•log3an+2（n≥2且n∈N\*），且b1=1，求数列菁优网-jyeoo的前n项和Sn．

【考点】数列的求和；等比数列的通项公式．

【专题】方程思想；作差法；等差数列与等比数列．

【分析】（1）运用等比数列的性质可得a3=3，设等比数列的公比为q，运用等差数列中项的性质，结合等比数列通项公式，解得q=3，即可得到所求数列{an}的通项公式；

（2）求得bn=bn﹣1•log3an+2=bn﹣1•n，运用数列恒等式bn=b1•菁优网-jyeoo…菁优网-jyeoo=n!，求出菁优网-jyeoo，运用裂项相消求和即可得到所求和．

【解答】解：（1）由前5项积为243，即为a1a2a3a4a5=243，

即有a1a5=a2a4=a32，即a35=243，

得：a3=3，设等比数列的公比为q，

由2a3为3a2和a4的等差中项得：4a3=3a2+a4，

即菁优网-jyeoo，

由公比不为1，解得：q=3，

所以an=a3qn﹣3，

即菁优网-jyeoo．

（2）由bn=bn﹣1•log3an+2=bn﹣1•n，

得菁优网-jyeoo，

数列菁优网-jyeoo，

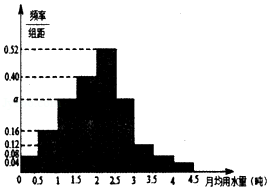
所以它的前n项和菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查等差数列中项的性质和等比数列的通项公式的运用，考查数列恒等式和求和方法：裂项相消求和，考查化简整理的运算能力，属于中档题．

18．（12分）（2017•上饶一模）水是地球上宝贵的资源，由于价格比较便宜在很多不缺水的城市居民经常无节制的使用水资源造成严重的资源浪费．某市政府为了提倡低碳环保的生活理念鼓励居民节约用水，计划调整居民生活用水收费方案，拟确定一个合理的月用水量标准x（吨），一位居民的月用水量不超过x的部分按平价收费，超出x的部分按议价收费．为了了解居民用水情况，通过抽样，获得了某年100位居民每人的月均用水量（单位：吨），将数据按照[0，0.5），[0.5，1），[1，1.5），…，[4，4.5）分成9组，制成了如图所示的频率分布直方图．

（1）若全市居民中月均用水量不低于3吨的人数为3.6万，试估计全市有多少居民？并说明理由；

（2）若该市政府拟采取分层抽样的方法在用水量吨数为[1，1.5）和[1.5，2）之间选取7户居民作为议价水费价格听证会的代表，并决定会后从这7户家庭中按抽签方式选出4户颁发“低碳环保家庭”奖，设X为用水量吨数在[1，1.5）中的获奖的家庭数，Y为用水量吨数在[1.5，2）中的获奖家庭数，记随机变量Z=|X﹣Y|，求Z的分布列和数学期望．



【考点】离散型随机变量的期望与方差；频率分布直方图；离散型随机变量及其分布列．

【专题】分类讨论；转化思想；概率与统计．

【分析】（1）由图，不低于3吨人数所占百分比为0.5×（0.12+0.08+0.04）=12%，解出即可得出．

（2）由概率统计相关知识，各组频率之和的值为1，频率=菁优网-jyeoo，可得0.5×（0.08+0.16+0.4+0.52+0.12+0.08+0.04+2a）=1，得a．据题意可知随机变量Z的取值为0，2，4．利用相互独立、互斥事件的概率计算公式即可得出．

【解答】解：（1）由图，不低于3吨人数所占百分比为0.5×（0.12+0.08+0.04）=12%，

所以假设全市的人数为x（万人），则有0.12x=3.6，解得x=30，

所以估计全市人数为30万．

（2）由概率统计相关知识，各组频率之和的值为1，

因为频率=菁优网-jyeoo，

所以0.5×（0.08+0.16+0.4+0.52+0.12+0.08+0.04+2a）=1，得a=0.3，

用水量在[1，1.5]之间的户数为100×0.3×0.5=15户，

而用水量在[1.5，2]吨之间的户数为100×0.4×0.5=20户，

根据分层抽样的方法，总共需要抽取7户居民，

所以用水量在[1，1.5]之间应抽取的户数为菁优网-jyeoo户，

而用水量在[1.5，2]吨之间的户数为菁优网-jyeoo户．

据题意可知随机变量Z的取值为0，2，4.菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

其分布列为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Z | 0 | 2 | 4 |
| P | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |

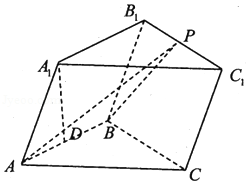
期望为：E（Z）=0×菁优网-jyeoo+2×菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了相互独立、互斥事件的概率计算公式及其数学期望计算公式、频率分布直方图的性质及其应用，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

19．（12分）（2017•上饶一模）在三棱柱ABC﹣A1B1C1中，已知侧面ABB1A1是菱形，侧面BCC1B1是正方形，点A1在底面ABC的投影为AB的中点D．

（1）证明：平面AA1B1B⊥平面BB1C1C；

（2）设P为B1C1上一点，且菁优网-jyeoo，求二面角A1﹣AB﹣P的正弦值．



【考点】二面角的平面角及求法；平面与平面垂直的判定．

【专题】综合题；数形结合；向量法；空间角．

【分析】（1）由点A1在底面ABC的投影为AB的中点D，可得A1D⊥平面ABC，则A1D⊥BC，再由已知可得B1B⊥BC，由线面垂直的判定可得BC⊥平面ABB1A1，从而得到平面AA1B1B⊥平面BB1C1C；

（2）以点D为坐标原点建立空间直角坐标系，设菱形边长为2，得到对应点的坐标，求出平面ABP与平面ABB1A1的法向量，由两法向量所成角的余弦值求得二面角A1﹣AB﹣P的正弦值．

【解答】（1）证明：∵点A1在底面ABC的投影为AB的中点D，

∴A1D⊥平面ABC，则A1D⊥BC，

又∵侧面BCC1B1是正方形，∴B1B⊥BC，

∵B1B与A1D在平面ABB1A1上不平行，

∴BC⊥平面ABB1A1，

∴平面AA1B1B⊥平面BB1C1C；

（2）解：如图所示，以点D为坐标原点建立空间直角坐标系，

不妨设菱形边长为2，得D（0，0，0），A（0，﹣1，0），B（0，1，0），

∵D为AB的中点，且有A1D⊥AB，∴AA1=A1B，

又∵平面ABB1A1为菱形，∴△A1AB为等边三角形，

从而菁优网-jyeoo，从而菁优网-jyeoo，

∴点A1的坐标为菁优网-jyeoo，

∵菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo，

又∵菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo，

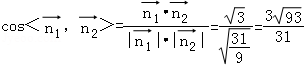
设平面ABP的法向量为菁优网-jyeoo，

由菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

得菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo，

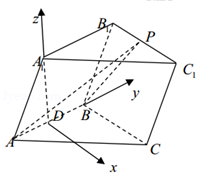
令菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo，y=0，∴菁优网-jyeoo，

同理求得平面ABB1A1的法向量菁优网-jyeoo，

∴，

∴菁优网-jyeoo，

从而二面角A1﹣AB﹣P的正弦值为菁优网-jyeoo．

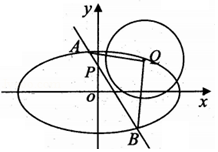


【点评】本题考查面面垂直的判定，考查利用空间向量求二面角的平面角，考查空间想象能力和思维能力，属中档题．

20．（12分）（2017•上饶一模）已知椭圆C：菁优网-jyeoo，圆Q：x2+y2﹣4x﹣2y+3=0的圆心Q在椭圆C上，点P（0，1）到椭圆C的右焦点的距离为2．

（1）求椭圆C的方程；

（2）过点P作直线l交椭圆C于A，B两点，若S△AQB=tan∠AQB，求直线l的方程．



【考点】椭圆的简单性质．

【专题】方程思想；综合法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）由点P（0，1）到椭圆C的右焦点的距离为2PF|=2，可得c，由Q（2，1）在椭圆C上，得菁优网-jyeoo，及a2﹣b2=3，得a2，b2，

（2）由S△AQB=tan∠AQB得：菁优网-jyeoo，即QA•QBcos∠AQB=2，可得菁优网-jyeoo，再联立直线与椭圆方程，由韦达定理可求解．

【解答】解：（1）因为椭圆C的右焦点F（c，0），|PF|=2，所以菁优网-jyeoo，

因为Q（2，1）在椭圆C上，所以菁优网-jyeoo，

由a2﹣b2=3，得a2=6，b2=3，

所以椭圆C的方程为菁优网-jyeoo．

（2）由S△AQB=tan∠AQB得：菁优网-jyeoo，

即QA•QBcos∠AQB=2，可得菁优网-jyeoo，

①当l垂直x轴时，菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，

此时满足题意，所以此时直线l的方程为x=0；

②当l不垂直x轴时，设直线l的方程为y=kx+1，

由消去y得（1+2k2）x2+4kx﹣4=0，

设A（x1，y1），B（x2，y2），所以菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

代入菁优网-jyeoo可得：（x1﹣2，y1﹣1）•（x2﹣2，y2﹣1）=2，

代入y1=kx1+1，y2=kx2+1，得菁优网-jyeoo，

代入化简得：菁优网-jyeoo，解得菁优网-jyeoo，

经检验满足题意，则直线l的方程为x﹣4y+4=0，

综上所述直线l的方程为x=0或x﹣4y+4=0．

【点评】本题考查了椭圆的方程，及直线与椭圆的位置关系，属于中档题．

21．（12分）（2017•上饶一模）已知函数f（x）=lnx+mx（m为常数）．

（1）讨论函数f（x）的单调区间；

（2）当菁优网-jyeoo时，设菁优网-jyeoo的两个极值点x1，x2（x1＜x2）恰为h（x）=2lnx﹣ax﹣x2的零点，求菁优网-jyeoo的最小值．

【考点】利用导数研究函数的极值；利用导数研究函数的单调性．

【专题】函数思想；转化法；导数的概念及应用．

【分析】（1）求出函数的导数，通过讨论m的范围，求出函数的单调区间即可；

（2）求出函数的导数，得到x1+x2=﹣m，x1x2=1，求出菁优网-jyeoo的解析式，根据函数的单调性求出其最小值即可．

【解答】解：（1）菁优网-jyeoo，x＞0，

当m＜0时，由1+mx＞0，解得菁优网-jyeoo，

即当菁优网-jyeoo时，f'（x）＞0，f（x）单调递增；

由1+mx＜0解得菁优网-jyeoo，即当菁优网-jyeoo时，f'（x）＜0，f（x）单调递减；

当m=0时，菁优网-jyeoo，即f（x）在（0，+∞）上单调递增；

当m＞0时，1+mx＞0，故f'（x）＞0，即f（x）在（0，+∞）上单调递增．

所以当m＜0时，f（x）的单调递增区间为菁优网-jyeoo，单调递减区间为菁优网-jyeoo；

当m≥0时，f（x）的单调递增区间为（0，+∞）．

（2）由菁优网-jyeoo得菁优网-jyeoo，

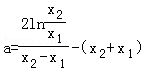
由已知x2+mx+1=0有两个互异实根x1，x2，

由根与系数的关系得x1+x2=﹣m，x1x2=1，

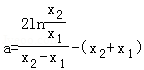
因为x1，x2（x1＜x2）是h（x）的两个零点，

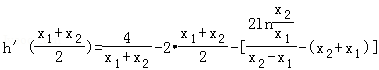
故菁优网-jyeoo①菁优网-jyeoo②

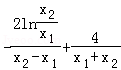
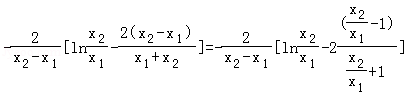
由②﹣①得：菁优网-jyeoo，

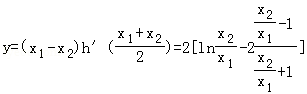
解得，

因为菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo，

将代入得：



==，

所以，

设菁优网-jyeoo，因为菁优网-jyeoo，

所以菁优网-jyeoo，所以菁优网-jyeoo，

所以菁优网-jyeoo，所以t≥2．

构造菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo，

则菁优网-jyeoo在[2，+∞）上是增函数，

所以菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo的最小值为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及分类讨论思想、转化思想，是一道综合题．

**[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22．（10分）（2017•湖南三模）已知曲线C1：菁优网-jyeoo（参数θ∈R），以坐标原点O为极点，x轴的非负半轴为极轴，建立极坐标系，曲线C2的极坐标方程为菁优网-jyeoo，点Q的极坐标为菁优网-jyeoo．

（1）将曲线C2的极坐标方程化为直角坐标方程，并求出点Q的直角坐标；

（2）设P为曲线C1上的点，求PQ中点M到曲线C2上的点的距离的最小值．

【考点】简单曲线的极坐标方程．

【专题】综合题；转化思想；演绎法；坐标系和参数方程．

【分析】（1）利用极坐标方程与直角坐标方程互化的方法，可得结论；

（2）利用参数方程，结合三角函数知识，求PQ中点M到曲线C2上的点的距离的最小值．

【解答】解：（1）菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo，

故曲线C2的直角坐标方程为菁优网-jyeoo，

点Q的直角坐标为（4，4）．

（2）设P（12cosθ，4sinθ），故PQ中点M（2+6cosθ，2+2sinθ），C2的直线方程为菁优网-jyeoo，

点M到C2的距离菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo，

PQ中点M到曲线C2上的点的距离的最小值是菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查极坐标方程与直角坐标方程互化，考查参数方程的运用，属于中档题．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•上饶一模）已知函数f（x）=|4x﹣a|+|4x+3|，g（x）=|x﹣1|﹣|2x|．

（1）解不等式g（x）＞﹣3；

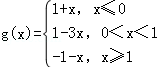
（2）若存在x1∈R，也存在x2∈R，使得f（x1）=g（x2）成立，求实数a的取值范围．

【考点】绝对值三角不等式；绝对值不等式的解法．

【专题】选作题；转化思想；演绎法；不等式．

【分析】（1）通过讨论x的范围求出各个区间上的不等式的解集，取并集即可；

（2）因为存在x1∈R，存在x2∈R，使得f（x1）=g（x2）成立，所以{y|y=f（x），x∈R}∩{y|y=g（x），x∈R}≠∅，分别求出f（x），g（x）的范围，即可求实数a的取值范围．

【解答】解：（1）由题意可得

因为g（x）＞﹣3，

由函数图象可得不等式的解为﹣4＜x＜2，

所以不等式的解集为{x|﹣4＜x＜2}．

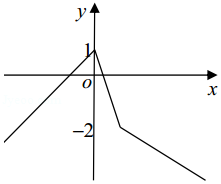
（2）因为存在x1∈R，存在x2∈R，使得f（x1）=g（x2）成立，

所以{y|y=f（x），x∈R}∩{y|y=g（x），x∈R}≠∅，

又f（x）=|4x﹣a|+|4x+3|≥|（4x﹣a）+（4x+3）|=|a+3|，

由（1）可知g（x）max=1，所以|a+3|≤1，解得﹣4≤a≤﹣2，

所以实数a的取值范围为[﹣4，﹣2]．



【点评】本题考查了解绝对值不等式问题，考查集合的包含关系，是一道中档题．