**2017年江西省红色七校高考理科数学二模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．（5分）（2017•江西二模）已知全集为R，集合A={x|2x≥1}，B={x|x2﹣3x+2≤0}，则A∩∁RB=（　　）

A．{x|x≤0} B．{x|1≤x≤2} C．{x|0≤x＜1或x＞2} D．{x|0≤x＜1或x≥2}

【考点】交、并、补集的混合运算．

【专题】集合．

【分析】先求出集合AB，再求出B的补集，根据交集的定义即可求出．

【解答】解：∵全集为R，集合A={x|2x≥1}={x|x≥0}，B={x|x2﹣3x+2≤0}={x|1≤x≤2}，

∴∁RB={x|x＜1或x＞2}，

∴A∩∁RB={x|0≤x＜1或x＞2}

故选：C

【点评】本题考查了交、并、补集的混合运算，熟练掌握各自的定义是解本题的关键．

2．（5分）（2017•江西二模）若复数z=菁优网-jyeoo（a∈R，i是虚数单位）是纯虚数，则|a+2i|等于（　　）

A．2 B．2菁优网-jyeoo C．4 D．8

【考点】复数求模；复数的基本概念；复数代数形式的乘除运算．

【专题】计算题．

【分析】先将z计算化简成代数形式，根据纯虚数的概念求出a，再代入|a+2i|计算即可．

【解答】解：z=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．根据纯虚数的概念得出菁优网-jyeoo∴a=2．

∴|a+2i|=|2+2i|=菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo

故选B．

【点评】本题考查了复数代数形式的混合运算，纯虚数的概念、复数的模．考查的均为复数中基本的运算与概念．

3．（5分）（2017•江西二模）下列函数中，在其定义域内既是增函数又是奇函数的是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．y=﹣log2x C．y=3x D．y=x3+x

【考点】奇偶性与单调性的综合．

【专题】计算题．

【分析】A：y=﹣菁优网-jyeoo在（0，+∞），（﹣∞，0）上单调递增，但是在整个定义域内不是单调递增函数；B：y=﹣log2x的定义域（0，+∞）关于原点不对称，不是奇函数；C：y=3x不是奇函数；D：y=x3+x，f（﹣x）=（﹣x）3+（﹣x）=﹣x3﹣x=﹣f（x）是奇函数，且由幂函数的性质可知函数在R上单调递增

【解答】解：A：y=﹣菁优网-jyeoo在（0，+∞），（﹣∞，0）上单调递增，但是在整个定义域内不是单调递增函数，故A错误

B：y=﹣log2x的定义域（0，+∞）关于原点不对称，不是奇函数，故B错误

C：y=3x不是奇函数，故C错误

D：y=x3+x，f（﹣x）=（﹣x）3+（﹣x）=﹣x3﹣x=﹣f（x）是奇函数，且由幂函数的性质可知函数在R上单调递增，故D正确

故选D

【点评】本题主要考查了函数的奇偶性及函数的单调性的判断，尤其y=﹣菁优网-jyeoo的单调区间的求解是解答中容易出现错误的地方，要注意掌握．

4．（5分）（2017•江西二模）下列命题中的假命题是（　　）

A．∃x0∈（0，+∞），x0＜sinx0 B．∀x∈（﹣∞，0），ex＞x+1

C．∀x＞0，5x＞3x D．∃x0∈R，lnx0＜0

【考点】命题的真假判断与应用．

【专题】计算题；方程思想；转化思想；简易逻辑．

【分析】利用反例判断A的正误；利用函数的导数判断函数的单调性以及最值，推出B的正误；指数函数的性质判断C的正误；特例判断D的正误．

【解答】解：x∈（0，菁优网-jyeoo）时，x＞sinx，所以∃x0∈（0，+∞），x0＜sinx0不正确；

x∈（﹣∞，0），令g（x）=ex﹣x﹣1，可得g′（x）=ex﹣1＜0，函数是减函数，g（x）＞g（0）=0，

可得∀x∈（﹣∞，0），ex＞x+1恒成立．

由指数函数的性质的可知，∀x＞0，5x＞3x正确；

∃x0∈R，lnx0＜0，的当x∈（0，1）时，恒成立，所以正确；

故选：A．

【点评】本题考查命题的真假的判断与应用，考查函数的导数与函数的单调性的关系，函数的最值的求法，指数函数的性质，命题的真假的判断，考查计算能力．

5．（5分）（2017•江西二模）求证菁优网-jyeoo，q=（x1﹣a）2+（x2﹣a）2+…+（xn﹣a）2若菁优网-jyeoo则一定有（　　）

A．P＞q B．P＜q

C．P、q的大小不定 D．以上都不对

【考点】平均值不等式在函数极值中的应用．

【分析】设f（x）=（x1﹣x）2+（x2﹣x）2+…+（xn﹣x）2，将此式化成二次函数的一般形式，结合二次函数的最值即可进行判定．

【解答】解：设f（x）=（x1﹣x）2+（x2﹣x）2+…+（xn﹣x）2，

则f（x）=nx2﹣2（x1+x2+…+xn）x+x12+x22+…+xn2

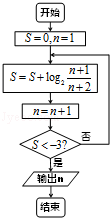
当菁优网-jyeoo时，f（x）取得最小值，

即P＜q．

故选B．

【点评】本题主要考查了二次函数在函数极值中的应用，解答的关键是利用函数思想结合二次函数的最值即可．

6．（5分）（2017•江西二模）执行如图所示的程序框图，则输出的结果是（　　）



A．14 B．15 C．16 D．17

【考点】程序框图．

【专题】算法和程序框图．

【分析】通过分析循环，推出循环规律，利用循环的次数，求出输出结果．

【解答】解：第一次循环：菁优网-jyeoo，n=2；

第二次循环：菁优网-jyeoo，n=3；

第三次循环：菁优网-jyeoo，n=4；

…

第n次循环：菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，n=n+1

令菁优网-jyeoo解得n＞15

∴输出的结果是n+1=16

故选：C．

【点评】本题考查程序框图的应用，数列的应用，考查分析问题解决问题的能力．

7．（5分）（2017•江西二模）已知点O为△ABC的外心，且菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo=（　　）

A．﹣32 B．﹣16 C．32 D．16

【考点】平面向量数量积的运算．

【专题】计算题；方程思想；转化思想；平面向量及应用．

【分析】利用向量数量积的几何意义和三角形外心的性质即可得出．

【解答】解：结合向量数量积的几何意义及点O在线段AB，BC上的射影为相应线段的中点，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo

可得：菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=﹣2，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=18．

菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=﹣2+18=16．

故选：D．

【点评】本题考查了向量数量积的几何意义和三角形外心的性质、向量的三角形法则，属于中档题．

8．（5分）（2017•江西二模）在△ABC中，角A、B均为锐角，则cosA＞sinB是△ABC为钝角三角形的（　　）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

【考点】必要条件、充分条件与充要条件的判断．

【专题】计算题；转化思想；定义法；简易逻辑．

【分析】利用诱导公式cos（ 菁优网-jyeoo﹣α）=sinα及余弦函数的单调性和充要条件的定义可得答案．

【解答】解：因为cosA＜sinB，所以cosA＞cos（菁优网-jyeoo﹣B），

又因为角A，B均为锐角，所以菁优网-jyeoo﹣B为锐角，

又因为余弦函数在（0，π）上单调递减，

所以A＜菁优网-jyeoo﹣B，所以A+B＜菁优网-jyeoo

△ABC中，A+B+C=π，所以C＞菁优网-jyeoo，

所以△ABC为钝角三角形，

若△ABC为钝角三角形，角A、B均为锐角

所以C＞菁优网-jyeoo，

所以A+B＜菁优网-jyeoo

所以A＜菁优网-jyeoo﹣B，

所以cosA＞cos（菁优网-jyeoo﹣B），

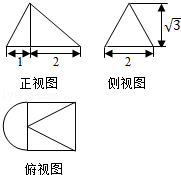
即cosA＞sinB

故cosA＞sinB是△ABC为钝角三角形的充要条件．

故选：C

【点评】本题考查诱导公式及正弦函数的单调性及三角形的基本知识，以及充要条件的定义，属中档题．

9．（5分）（2017•江西二模）一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体的体积为（　　）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】由三视图求面积、体积．

【专题】计算题；作图题；空间位置关系与距离．

【分析】这个几何体由半个圆锥与一个四棱锥组合而成，从而求两个体积之和即可．

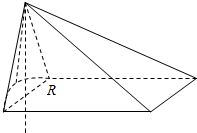
【解答】解：这个几何体由半个圆锥与一个四棱锥组合而成，

半个圆锥的体积为菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo×π×1×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo；

四棱锥的体积为菁优网-jyeoo×2×2×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo；

故这个几何体的体积V=菁优网-jyeoo；

故选D．



【点评】本题考查了学生的空间想象力与计算能力，属于基础题．

10．（5分）（2017•江西二模）有7张卡片分别写有数字1，1，1，2，2，3，4，从中任取4张，可排出的四位数有（　　）个．

A．78 B．102 C．114 D．120

【考点】排列、组合的实际应用．

【专题】计算题；排列组合．

【分析】根据题意，分四种情况讨论：①、取出的4张卡片中没有重复数字，即取出的4张卡片中的数字为1、2、3、4，②、取出的4张卡片种有2个重复数字，则2个重复的数字为1或2，③若取出的4张卡片为2张1和2张2，④、取出的4张卡片种有3个重复数字，则重复的数字为1，分别求出每种情况下可以排出四位数的个数，由分类计数原理计算可得答案．

【解答】解：根据题意，分四种情况讨论：

①、取出的4张卡片中没有重复数字，即取出的4张卡片中的数字为1、2、3、4，

此时有A44=24种顺序，可以排出24个四位数；

②、取出的4张卡片中有2个重复数字，则2个重复的数字为1或2，

若重复的数字为1，在2、3、4中取出2个，有C32=3种取法，安排在四个位置中，有A42=12种情况，剩余位置安排数字1，

可以排出3×12=36个四位数，

同理，若重复的数字为2，也可以排出36个重复数字；

③、若取出的4张卡片为2张1和2张2，

在4个位置安排两个1，有C42=6种情况，剩余位置安排两个2，

则可以排出6×1=6个四位数；

④、取出的4张卡片中有3个重复数字，则重复的数字为1，

在2、3、4中取出1个卡片，有C31=3种取法，安排在四个位置中，有C41=4种情况，剩余位置安排1，

可以排出3×4=12个四位数；

则一共有24+36+36+6+12=114个四位数；

故选C．

【点评】本题考查排列组合的运用，解题时注意其中重复的数字，要结合题意，进行分类讨论．

11．（5分）（2017•江西二模）已知函数f（x）=ln菁优网-jyeoo，若f（菁优网-jyeoo）+f（菁优网-jyeoo）+…+f（菁优网-jyeoo）=503（a+b），则a2+b2的最小值为（　　）

A．6 B．8 C．9 D．12

【考点】对数的运算性质．

【专题】函数的性质及应用．

【分析】利用f（x）+f（e﹣x）=菁优网-jyeoo=lne2=2，可得a+b=4，再利用基本不等式的性质即可得出．

【解答】解：∵f（x）+f（e﹣x）=菁优网-jyeoo=lne2=2，

∴503（a+b）=f（菁优网-jyeoo）+f（菁优网-jyeoo）+…+f（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=2012，

∴a+b=4，

∴a2+b2≥菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=8，当且仅当a=b=2时取等号．

故选：B．

【点评】本题考查了对数的运算性质、基本不等式的性质，考查了推理能力与计算能力，属于难题．

12．（5分）（2017•江西二模）已知过抛物线G：y2=2px（p＞0）焦点F的直线l与抛物线G交于M、N两点（M在x轴上方），满足菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，则以M为圆心且与抛物线准线相切的圆的标准方程为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo

C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】直线与抛物线的位置关系．

【专题】计算题；数形结合；方程思想；转化思想；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】求出直线l的斜率，可得直线方程，与抛物线方程联立，利用|MN|，求出p，可得M的坐标，即可求出以M为圆心且与抛物线准线相切的圆的标准方程．

【解答】解：如图，过点N作NE⊥MM′，由抛物线的定义，|MM′|=|MF|，|NN′|=|NF|．

解三角形EMN，得∠EMF=菁优网-jyeoo，所以直线l的斜率为菁优网-jyeoo，

其方程为y=菁优网-jyeoo（x﹣菁优网-jyeoo），

与抛物线方程联立可得3x2﹣5px+菁优网-jyeoop2=0，

∴x1+x2=菁优网-jyeoop，

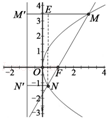
∴|MN|=菁优网-jyeoop=菁优网-jyeoo，

∴p=2，

∴M（3，2菁优网-jyeoo），r=4，

∴圆的标准方程为（x﹣3）2+（y﹣2菁优网-jyeoo）2=16．

故选：C．



【点评】本题主要考查抛物线定义以及抛物线的性质，以M为圆心且与抛物线准线相切的圆的标准方程的求法，考查转化思想以及数形结合思想的应用，属于中档题．

**二、填空題：本大题共4小题，每小题5分，共20分.**

13．（5分）（2017•江西二模）已知直线AB：x+y﹣6=0与抛物线y=x2及x轴正半轴围成的图形为Ω，若从Rt△AOB区域内任取一点M（x，y），则点M取自图形Ω的概率为　菁优网-jyeoo　．

【考点】几何概型．

【专题】计算题；方程思想；演绎法；概率与统计．

【分析】欲求所投的点落在阴影内部的概率，利用几何概型解决，只须利用定积分求出阴影图的面积，最后利用它们的面积比求得即可概率．

【解答】解：由定积分可求得阴影部分图形Ω的面积为：

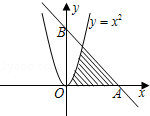
S=∫02x2dx+∫26（6﹣x）dx

=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

又Rt△AOB的面积为：菁优网-jyeoo=18

所以P=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查了利用定积分求面积以及几何摡型知识，考查运算求解能力，考查数形结合思想、化归与转化思想．属于基础题．

14．（5分）（2017•江西二模）△ABC的内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且a，b，c成等比数列，若sinB=菁优网-jyeoo，cosB=菁优网-jyeoo，则a+c的值为　3菁优网-jyeoo　．

【考点】余弦定理．

【专题】解三角形．

【分析】由a，b，c成等比数列，可得b2=ac，由sinB=菁优网-jyeoo，cosB=菁优网-jyeoo，可解得ac=13，再由余弦定理求得a2+c2=37，从而求得（a+c）2的值，即可得解．

【解答】解：∵a，b，c成等比数列，

∴b2=ac，

∵sinB=菁优网-jyeoo，cosB=菁优网-jyeoo，

∴可得菁优网-jyeoo=1﹣菁优网-jyeoo，解得：ac=13，

∵由余弦定理：b2=a2+c2﹣2accosB=ac=a2+c2﹣ac×菁优网-jyeoo，解得：a2+c2=37．

∴（a+c）2=a2+c2+2ac=37+2×13=63，故解得a+c=3菁优网-jyeoo．

故答案为：3菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查正弦定理和余弦定理的应用，以及同角三角函数的基本关系、诱导公式的应用，属于中档题．

15．（5分）（2017•江西二模）设x、y满足约束条件，若目标函数z=ax+by（a＞0，b＞0）的最大值为2，当菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo的最小值为m时，则y=sin（mx+菁优网-jyeoo）的图象向右平移菁优网-jyeoo后的表达式为　y=sin2x　．

【考点】函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换；简单线性规划．

【专题】三角函数的图像与性质；不等式的解法及应用．

【分析】首先根据线性规划问题和基本不等式求出函数的最值，再利用正弦型函数的图象变换问题，求出结果．

【解答】解：设x、y的线性约束条件

解得A（1，1）目标函数z=ax+by（a＞0，b＞0）的最大值为2

即：a+b=2

所以：菁优网-jyeoo

则：则y=sin（2x+菁优网-jyeoo）的图象向右平移菁优网-jyeoo后的表达式为：y=sin2x

故答案为：y=sin2x

【点评】本题考查的知识要点：线性规划问题，基本不等式的应用，正弦型函数的图象变换问题，属于基础题型．

16．（5分）（2017•江西二模）设△AnBnCn的三边长分别为an，bn，cn，n=1，2，3…，若b1＞c1，b1+c1=2a1，an+1=an，bn+1=菁优网-jyeoo，cn+1=菁优网-jyeoo，则∠An的最大值是　菁优网-jyeoo　．

【考点】基本不等式在最值问题中的应用；正弦定理；余弦定理的应用．

【专题】解三角形；不等式的解法及应用．

【分析】根据数列的递推关系得到bn+cn=2a1为常数，然后利用余弦定理以及基本不等式即可得到结论．

【解答】解：∵an+1=an，∴an=a1，

∵bn+1=菁优网-jyeoo，cn+1=菁优网-jyeoo，

∴bn+1+cn+1=an+菁优网-jyeoo=a1+菁优网-jyeoo，

∴bn+1+cn+1﹣2a1=菁优网-jyeoo（bn+cn﹣2a1），

又b1+c1=2a1，

∴当n=1时，b2+c2﹣2a1=菁优网-jyeoo（b1+c1+﹣2a1）=0，

当n=2时，b3+c3﹣2a1=菁优网-jyeoo（b2+c2+﹣2a1）=0，

…

∴bn+cn﹣2a1=0，

即bn+cn=2a1为常数，

∵bn﹣cn=（﹣菁优网-jyeoo）n﹣1（b1﹣c1），

∴当n→+∞时，bn﹣cn→0，即bn→cn，

则由基本不等式可得bn+cn=2a1≥2菁优网-jyeoo，

∴bncn菁优网-jyeoo，

由余弦定理可得菁优网-jyeoo=（bn+cn）2﹣2bncn﹣2bncncosAn，

即（a1）2=（2a1）2﹣2bncn（1+cosAn），

即2bncn（1+cosAn）=3（a1）2≤2（a1）2（1+cosAn），

即3≤2（1+cosAn），

解得cosAn菁优网-jyeoo，

∴0＜An菁优网-jyeoo，

即∠An的最大值是菁优网-jyeoo，

故答案为：菁优网-jyeoo

【点评】本题考查数列以及余弦定理的应用，利用基本不等式是解决本题的关键，综合性较强，运算量较大，难度较大．

**三、解答题：本大题共5小题，共70分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.**

17．（12分）（2017•江西二模）已知函数f（x）=2菁优网-jyeoosinxcosx﹣3sin2x﹣cos2x+3．

（1）当x∈[0，菁优网-jyeoo]时，求f（x）的值域；

（2）若△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，且满足菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=2+2cos（A+C），求f（B）的值．

【考点】余弦定理；两角和与差的正弦函数；正弦定理．

【专题】综合题；综合法；三角函数的图像与性质；解三角形．

【分析】（1）由二倍角公式以及变形、两角和的正弦公式化简解析式，由x的范围求出2x+菁优网-jyeoo的范围，由正弦函数的性质求出f（x）的值域；

（2）由两角和与差的正弦公式、正弦定理化简已知的式子，由条件和余弦定理求出cosA的值，由A的范围和特殊角的三角函数值求出A，由三角形的内角和定理求出B，代入可得f（B）的值．

【解答】解：（1）∵f（x）=2菁优网-jyeoosinxcosx﹣3sin2x﹣cos2x+3

=菁优网-jyeoosin2x﹣3•菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo+3

=菁优网-jyeoosin2x+cos2x+1=2sin（2x+菁优网-jyeoo）+1，

∵x∈[0，菁优网-jyeoo]，∴2x+菁优网-jyeoo∈[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]，

∴sin（2x+菁优网-jyeoo）∈[菁优网-jyeoo，1]，则2sin（2x+菁优网-jyeoo）+1∈[0，3]，

即函数f（x）=2sin（2x+菁优网-jyeoo）+1的值域是[0，3]；

（2）∵菁优网-jyeoo=2+2cos（A+C），

∴sin（2A+C）=2sinA+2sinAcos（A+C），

sinAcos（A+C）+cosAsin（A+C）=2sinA+2sinAcos（A+C），

﹣sinAcos（A+C）+cosAsin（A+C）=2sinA，即sinC=2sinA，

由正弦定理可得c=2a，又由菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo可得b=菁优网-jyeooa，

由余弦定理可得cosA=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

又0°＜A＜180°，∴A=30°，

则sinC=2sinA=1，即C=90°，

∴B=180°﹣A﹣C=60°，

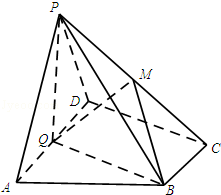
∴f（B）=f（菁优网-jyeoo）=2sin（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）+1=2．

【点评】本题考查正弦定理、余弦定理，二倍角公式以及变形、两角和差的正弦公式，以及正弦函数的性质的应用，考查化简、变形能力．

18．（12分）（2017•江西二模）如图，在四棱锥P﹣ABCD中，底面ABCD为直角梯形，AD∥BC，∠ADC=90°，平面PAD⊥底面ABCD，Q为AD的中点，M是棱PC上的点，PA=PD=2，BC=菁优网-jyeooAD=1，CD=菁优网-jyeoo．

（1）求证：平面PQB⊥平面PAD；

（2）若二面角M﹣BQ﹣C为30°，设PM=tMC，试确定t的值．



【考点】用空间向量求平面间的夹角；平面与平面垂直的判定；与二面角有关的立体几何综合题．

【专题】综合题．

【分析】（Ⅰ）法一：由AD∥BC，BC=菁优网-jyeooAD，Q为AD的中点，知四边形BCDQ为平行四边形，故CD∥BQ．由∠ADC=90°，知QB⊥AD．由平面PAD⊥平面ABCD，知BQ⊥平面PAD．由此能够证明平面PQB⊥平面PAD．

法二：由AD∥BC，BC=菁优网-jyeooAD，Q为AD的中点，知四边形BCDQ为平行四边形，故CD∥BQ．由∠ADC=90°，知∠AQB=90°．由PA=PD，知PQ⊥AD，故AD⊥平面PBQ．由此证明平面PQB⊥平面PAD．

（Ⅱ）由PA=PD，Q为AD的中点，知PQ⊥AD．由平面PAD⊥平面ABCD，且平面PAD∩平面ABCD=AD，知PQ⊥平面ABCD．以Q为原点建立空间直角坐标系，利用向量法能够求出t=3．

【解答】解：（Ⅰ）证法一：∵AD∥BC，BC=菁优网-jyeooAD，Q为AD的中点，

∴四边形BCDQ为平行四边形，∴CD∥BQ．

∵∠ADC=90°∴∠AQB=90°，即QB⊥AD．

又∵平面PAD⊥平面ABCD，且平面PAD∩平面ABCD=AD，

∴BQ⊥平面PAD．

∵BQ⊂平面PQB，∴平面PQB⊥平面PAD． …（9分）

证法二：AD∥BC，BC=菁优网-jyeooAD，Q为AD的中点，

∴四边形BCDQ为平行四边形，∴CD∥BQ．

∵∠ADC=90°∴∠AQB=90°．

∵PA=PD，∴PQ⊥AD．

∵PQ∩BQ=Q，∴AD⊥平面PBQ．

∵AD⊂平面PAD，∴平面PQB⊥平面PAD．…（9分）

（Ⅱ）∵PA=PD，Q为AD的中点，∴PQ⊥AD．

∵平面PAD⊥平面ABCD，且平面PAD∩平面ABCD=AD，

∴PQ⊥平面ABCD．

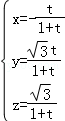
如图，以Q为原点建立空间直角坐标系．

则平面BQC的法向量为菁优网-jyeoo；

Q（0，0，0），菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

设M（x，y，z），则菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

∵菁优网-jyeoo，

∴，∴…（12分）

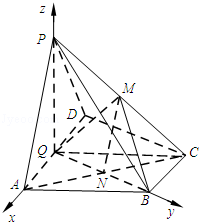
在平面MBQ中，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

∴平面MBQ法向量为菁优网-jyeoo．…（13分）

∵二面角M﹣BQ﹣C为30°，

∴菁优网-jyeoo，

∴t=3．…（15分）



【点评】本题考查平面与平面垂直的证明，求实数的取值．综合性强，难度大，是高考的重点．解题时要认真审题，仔细解答，注意合理地进行等价转化，合理地运用向量法进行解题．

19．（12分）（2017•江西二模）某电视台推出一档游戏类综艺节目，选手面对1﹣5号五扇大门，依次按响门上的门铃，门铃会播放一段音乐，选手需正确回答这首歌的名字，回答正确，大门打开，并获得相应的家庭梦想基金，回答每一扇门后，选手可自由选择带着目前的奖金离开，还是继续挑战后面的门以获得更多的梦想基金，但是一旦回答错误，游戏结束并将之前获得的所有梦想基金清零；整个游戏过程中，选手有一次求助机会，选手可以询问亲友团成员以获得正确答案．

1﹣5号门对应的家庭梦想基金依次为3000元、6000元、8000元、12000元、24000元（以上基金金额为打开大门后的累积金额，如第三扇大门打开，选手可获基金总金额为8000元）；设某选手正确回答每一扇门的歌曲名字的概率为pi（i=1，2，…，5），且pi=菁优网-jyeoo（i=1，2，…，5），亲友团正确回答每一扇门的歌曲名字的概率均为菁优网-jyeoo，该选手正确回答每一扇门的歌名后选择继续挑战后面的门的概率均为菁优网-jyeoo；

（1）求选手在第三扇门使用求助且最终获得12000元家庭梦想基金的概率；

（2）若选手在整个游戏过程中不使用求助，且获得的家庭梦想基金数额为X（元），求X的分布列和数学期望．

【考点】离散型随机变量的期望与方差；离散型随机变量及其分布列．

【专题】概率与统计．

【分析】（1）设事件“选手在第三扇门使用求助且最终获得12000元家庭梦想基金”为事件A．利用独立重复试验求得概率．

（2）写出X的所有可能取值并求得其概率和分布列．

【解答】解：设事件“该选手回答正确第i扇门的歌曲名称”为事件Ai，“使用求助回答正确歌曲名称”为事件B，

事件“每一扇门回答正确后选择继续挑战下一扇门”为事件C；则

菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo…（2分）

（1）设事件“选手在第三扇门使用求助且最终获得12000元家庭梦想基金”为事件A，则：

A=A1CA2C 菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo

∴选手在第三扇门使用求助且最终获得12000元家庭梦想基金的概率为菁优网-jyeoo；…（6分）

（2）X的所有可能取值为：0，3000，6000，8000，12000，24000；

P（X=3000）=P（A1菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo；

P（X=6000）=P（A1 CA2菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo×（菁优网-jyeoo）2=菁优网-jyeoo；

P（X=8000）=P（A1 CA2 CA3菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo；

P（X=12000）=P（A1 CA2 CA3 CA4菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo；

P（X=24000）=P（A1 CA2 CA3 CA4 CA5）=菁优网-jyeoo；

P（X=0）=P（菁优网-jyeoo）+P（A1C 菁优网-jyeoo）+P（A1CA2C 菁优网-jyeoo）+P（A1CA2CA3C 菁优网-jyeoo）+P（A1CA2CA3CA4C 菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo；

（或P（X=0）=1﹣（P（X=3000）+P（X=6000）+P（X=8000）+P（X=12000）+P（X=24000）

=1﹣菁优网-jyeoo）．

∴X的分布列为：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 3000 | 6000 | 8000 | 12000 | 24000 |
| P | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |

∴EX=0×菁优网-jyeoo+3000×菁优网-jyeoo+6000×菁优网-jyeoo+8000×菁优网-jyeoo+12000×菁优网-jyeoo+24000×菁优网-jyeoo

=1250+1000+500+250+250=3250（元）

∴选手获得的家庭梦想基金数额为X的数学期望为3250（元）…（12分）

【点评】本题主要考查了独立重复试验和随机变量的期望，属中档题型，高考常考题型

20．（12分）（2017•江西二模）已知椭圆的焦点坐标为F1（﹣1，0），F2（1，0），过F2垂直于长轴的直线交椭圆于P、Q两点，且|PQ|=3．

（1）求椭圆的方程；

（2）过F2的直线l与椭圆交于不同的两点M、N，则△F1MN的内切圆的面积是否存在最大值？若存在求出这个最大值及此时的直线方程；若不存在，请说明理由．

【考点】直线与圆锥曲线的综合问题；椭圆的标准方程．

【专题】综合题；圆锥曲线中的最值与范围问题．

【分析】（1）设椭圆方程，由焦点坐标可得c=1，由|PQ|=3，可得菁优网-jyeoo=3，又a2﹣b2=1，由此可求椭圆方程；

（2）设M（x1，y1），N（x2，y2），不妨y1＞0，y2＜0，设△F1MN的内切圆的径R，则△F1MN的周长=4a=8，菁优网-jyeoo（|MN|+|F1M|+|F1N|）R=4R，因此菁优网-jyeoo最大，R就最大．设直线l的方程为x=my+1，与椭圆方程联立，从而可表示△F1MN的面积，利用换元法，借助于导数，即可求得结论．

【解答】解：（1）设椭圆方程为菁优网-jyeoo=1（a＞b＞0），由焦点坐标可得c=1…（1分）

由|PQ|=3，可得菁优网-jyeoo=3，…（2分）

又a2﹣b2=1，解得a=2，b=菁优网-jyeoo，…（3分）

故椭圆方程为菁优网-jyeoo=1…（4分）

（2）设M（x1，y1），N（x2，y2），不妨y1＞0，y2＜0，设△F1MN的内切圆的径R，

则△F1MN的周长=4a=8，菁优网-jyeoo（|MN|+|F1M|+|F1N|）R=4R

因此菁优网-jyeoo最大，R就最大，…（6分）

由题知，直线l的斜率不为零，可设直线l的方程为x=my+1，

由得（3m2+4）y2+6my﹣9=0，…（8分）

得菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

则菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，…（9分）

令t=菁优网-jyeoo，则t≥1，

则菁优网-jyeoo，…（10分）

令f（t）=3t+菁优网-jyeoo，则f′（t）=3﹣菁优网-jyeoo，

当t≥1时，f′（t）≥0，f（t）在[1，+∞）上单调递增，有f（t）≥f（1）=4，S△F1MN≤3，

即当t=1，m=0时，S△F1MN≤3，

S△F1MN=4R，∴Rmax=菁优网-jyeoo，这时所求内切圆面积的最大值为菁优网-jyeooπ．

故直线l：x=1，△F1MN内切圆面积的最大值为菁优网-jyeooπ…（12分）

【点评】本题考查椭圆的标准方程，考查直线与椭圆的位置关系，考查三角形面积的计算，考查学生分析解决问题的能力，分析得出菁优网-jyeoo最大，R就最大是关键．

21．（12分）（2017•江西二模）已知函数f（x）=ax+x2﹣xlna（a＞0，a≠1）．

（1）求函数f（x）在点（0，f（0））处的切线方程；

（2）求函数f（x）单调增区间；

（3）若存在x1，x2∈[﹣1，1]，使得|f（x1）﹣f（x2）|≥e﹣1（e是自然对数的底数），求实数a的取值范围．

【考点】利用导数研究曲线上某点切线方程；利用导数研究函数的单调性；利用导数求闭区间上函数的最值．

【专题】导数的综合应用．

【分析】（1）先求函数的导函数f′（x），再求所求切线的斜率即f′（0），由于切点为（0，0），故由点斜式即可得所求切线的方程；

（2）先求原函数的导数得：f'（x）=axlna+2x﹣lna=2x+（ax﹣1）lna，再对a进行讨论，得到f'（x）＞0，从而函数f（x）在（0，+∞）上单调递增．

（3）f（x）的最大值减去f（x）的最小值大于或等于e﹣1，由单调性知，f（x）的最大值是f（1）或f（﹣1），最小值f（0）=1，由f（1）﹣f（﹣1）的单调性，判断f（1）与f（﹣1）的大小关系，再由f（x）的最大值减去最小值f（0）大于或等于e﹣1求出a的取值范围．

【解答】解：（1）∵f（x）=ax+x2﹣xlna，

∴f′（x）=axlna+2x﹣lna，

∴f′（0）=0，f（0）=1

即函数f（x）图象在点（0，1）处的切线斜率为0，

∴图象在点（0，f（0））处的切线方程为y=1；（3分）

（2）由于f'（x）=axlna+2x﹣lna=2x+（ax﹣1）lna＞0

①当a＞1，y=2x单调递增，lna＞0，所以y=（ax﹣1）lna单调递增，故y=2x+（ax﹣1）lna单调递增，

∴2x+（ax﹣1）lna＞2×0+（a0﹣1）lna=0，即f'（x）＞f'（0），所以x＞0

故函数f（x）在（0，+∞）上单调递增；

②当0＜a＜1，y=2x单调递增，lna＜0，所以y=（ax﹣1）lna单调递增，故y=2x+（ax﹣1）lna单调递增，

∴2x+（ax﹣1）lna＞2×0+（a0﹣1）lna=0，即f'（x）＞f'（0），所以x＞0

故函数f（x）在（0，+∞）上单调递增；

综上，函数f（x）单调增区间（0，+∞）；（8分）

（3）因为存在x1，x2∈[﹣1，1]，使得|f（x1）﹣f（x2）|≥e﹣1，

所以当x∈[﹣1，1]时，|（f（x））max﹣（f（x））min|

=（f（x））max﹣（f（x））min≥e﹣1，（12分）

由（2）知，f（x）在[﹣1，0]上递减，在[0，1]上递增，

所以当x∈[﹣1，1]时，（f（x））min=f（0）=1，

（f（x））max=max{f（﹣1），f（1）}，

而f（1）﹣f（﹣1）=（a+1﹣lna）﹣（ 菁优网-jyeoo+1+lna）=a﹣菁优网-jyeoo﹣2lna，

记g（t）=t﹣菁优网-jyeoo﹣2lnt（t＞0），

因为g′（t）=1+菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=（ 菁优网-jyeoo﹣1）2≥0（当t=1时取等号），

所以g（t）=t﹣菁优网-jyeoo﹣2lnt在t∈（0，+∞）上单调递增，而g（1）=0，

所以当t＞1时，g（t）＞0；当0＜t＜1时，g（t）＜0，

也就是当a＞1时，f（1）＞f（﹣1）；

当0＜a＜1时，f（1）＜f（﹣1）（14分）

①当a＞1时，由f（1）﹣f（0）≥e﹣1⇒a﹣lna≥e﹣1⇒a≥e，

②当0＜a＜1时，由f（﹣1）﹣f（0）≥e﹣1⇒菁优网-jyeoo+lna≥e﹣1⇒0＜a≤菁优网-jyeoo，

综上知，所求a的取值范围为a∈（0，菁优网-jyeoo]∪[e，+∞）．（16分）

【点评】本题考查了基本函数导数公式，导数的几何意义，利用导数研究函数的单调性及利用导数求闭区间上函数的最值．属于中档题．

**[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22．（10分）（2016•龙凤区校级模拟）在平面直角坐标系xoy中，以O为极点，x轴的正半轴为极轴的极坐标系中，直线l的极坐标方程为θ=菁优网-jyeoo，曲线C的参数方程为菁优网-jyeoo．

（1）写出直线l与曲线C的直角坐标方程；

（2）过点M平行于直线l1的直线与曲线C交于A、B两点，若|MA|•|MB|=菁优网-jyeoo，求点M轨迹的直角坐标方程．

【考点】直线与圆锥曲线的综合问题；简单曲线的极坐标方程；参数方程化成普通方程．

【专题】圆锥曲线的定义、性质与方程．

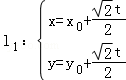
【分析】（1）利用极坐标与直角坐标方程的互化，直接写出直线l的普通方程，消去参数可得曲线C的直角坐标方程；

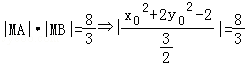
（2）设点M（x0，y0）以及平行于直线l1的直线参数方程，直线l1与曲线C联立方程组，通过|MA|•|MB|=菁优网-jyeoo，即可求点M轨迹的直角坐标方程．通过两个交点推出轨迹方程的范围，

【解答】解：（1）直线l的极坐标方程为θ=菁优网-jyeoo，所以直线斜率为1，直线l：y=x；

曲线C的参数方程为菁优网-jyeoo．消去参数θ，

可得曲线菁优网-jyeoo…（4分）

（2）设点M（x0，y0）及过点M的直线为

由直线l1与曲线C相交可得：菁优网-jyeoo，即：菁优网-jyeoo，

x2+2y2=6表示一椭圆…（8分）

取y=x+m代入菁优网-jyeoo得：3x2+4mx+2m2﹣2=0

由△≥0得菁优网-jyeoo

故点M的轨迹是椭圆x2+2y2=6夹在平行直线菁优网-jyeoo之间的两段弧…（10分）

【点评】本题以直线与椭圆的参数方程为载体，考查直线与椭圆的综合应用，轨迹方程的求法，注意轨迹的范围的求解，是易错点．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•江西二模）设函数f（x）=|2x+1|﹣|x﹣4|．

（1）解不等式f（x）＞0；

（2）若f（x）+3|x﹣4|≥m对一切实数x均成立，求m的取值范围．

【考点】绝对值不等式的解法．

【专题】函数的性质及应用；不等式的解法及应用．

【分析】（1）对x讨论，分当x≥4时，当﹣菁优网-jyeoo≤x＜4时，当x＜﹣菁优网-jyeoo时，分别解一次不等式，再求并集即可；

（2）运用绝对值不等式的性质，求得F（x）=f（x）+3|x﹣4|的最小值，即可得到m的范围．

【解答】解：（1）当x≥4时，f（x）=2x+1﹣（x﹣4）=x+5＞0，

得x＞﹣5，所以x≥4成立；

当﹣菁优网-jyeoo≤x＜4时，f（x）=2x+1+x﹣4=3x﹣3＞0，

得x＞1，所以1＜x＜4成立；

当x＜﹣菁优网-jyeoo时，f（x）=﹣x﹣5＞0，得x＜﹣5，所以x＜﹣5成立．

综上，原不等式的解集为{x|x＞1或x＜﹣5}；

（2）令F（x）=f（x）+3|x﹣4|=|2x+1|+2|x﹣4|

≥|2x+1﹣（2x﹣8）|=9，

当﹣菁优网-jyeoo时等号成立．

即有F（x）的最小值为9，

所以m≤9．

即m的取值范围为（﹣∞，9]．

【点评】本题考查绝对值不等式的解法，以及不等式恒成立思想转化为求函数的最值问题，运用分类讨论的思想方法和绝对值不等式的性质是解题的关键．