**2017年江西省重点中学协作体高考数学一模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．（5分）（2017•江西一模）若复数z满足（1+i）z=2﹣i，则复数z在复平面内对应的点在（　　）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

【考点】复数代数形式的乘除运算．

【专题】转化思想；数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的运算法则、几何意义即可得出．

【解答】解：复数z满足（1+i）z=2﹣i，∴（1﹣i）（1+i）z=（1﹣i）（2﹣i），∴2z=1﹣3i，∴z=菁优网-jyeooi．

则复数z在复平面内对应的点菁优网-jyeoo在第四象限．

故选：D．

【点评】本题考查了复数的运算法则、几何意义，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

2．（5分）（2017•江西一模）设集合A={x|x2﹣2x﹣3＜0}，B={x||x﹣2|≤2}，则A∩B=（　　）

A．（﹣1，0] B．[0，3） C．（3，4] D．（﹣1，3）

【考点】交集及其运算．

【专题】集合思想；定义法；不等式的解法及应用；集合．

【分析】解不等式求出集合A、B，再根据交集的定义写出A∩B即可．

【解答】解：集合A={x|x2﹣2x﹣3＜0}={x|﹣1＜x＜3}，

B={x||x﹣2|≤2}={x|﹣2≤x﹣2≤2}={x|0≤x≤4}，

则A∩B={x|0≤x＜3}=[0，3）．

故选：B．

【点评】本题考查了不等式的解法和集合的计算问题，是基础题目．

3．（5分）（2017•江西一模）已知变量x，y呈现线性相关关系，回归方程为菁优网-jyeoo=1﹣2x，则变量x，y是（　　）

A．线性正相关关系

B．由回归方程无法判断其正负相关关系

C．线性负相关关系

D．不存在线性相关关系

【考点】线性回归方程．

【专题】对应思想；定义法；概率与统计．

【分析】根据变量x，y的线性回归方程的系数菁优网-jyeoo＜0，判断变量x，y是线性负相关关系．

【解答】解：根据变量x，y的线性回归方程是菁优网-jyeoo=1﹣2x，

回归系数菁优网-jyeoo=﹣2＜0，

所以变量x，y是线性负相关关系．

故选：C．

【点评】本题考查了由线性回归方程判断变量是否正负相关问题，是基础题目．

4．（5分）（2017•江西一模）若直线l过三角形ABC内心（三角形内心为三角形内切圆的圆心），则“直线l平分三角形ABC周长”是“直线l平分三角形ABC面积”的（　　）条件．

A．充分不必要 B．必要不充分

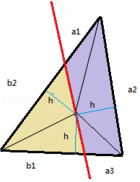
C．充要 D．既不充要也不必要

【考点】必要条件、充分条件与充要条件的判断．

【专题】数形结合；转化思想；定义法；简易逻辑．

【分析】画出满足条件的图象，进而割补法结合三角形面积公式，可得答案．

【解答】解：如图所示：



“直线l平分三角形ABC周长”

⇔“a1+a2+a3=b1+b2”

⇔“a1•h+a2•h+a3•h=b1•h+b2•h（其中h为三角形内切圆半径）”

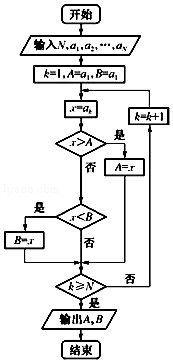
⇔“直线l平分三角形ABC面积”，

故“直线l平分三角形ABC周长”是“直线l平分三角形ABC面积”的充要条件，

故选：C

【点评】本题考查的知识点是充要条件，正确理解充要条件的概念是解答的关键．

5．（5分）（2017•江西一模）如果执行如图所示的程序框图，输入正整数N（N≥2）和实数a1，a2，…，aN，输出A，B，则（　　）



A．A+B为a1，a2，…，aN的和

B．A和B分别是a1，a2，…，aN中最大的数和最小的数

C．菁优网-jyeoo为a1，a2，…，aN的算术平均数

D．A和B分别是a1，a2，…，aN中最小的数和最大的数

【考点】程序框图．

【专题】图表型；对应思想；试验法；算法和程序框图．

【分析】分析程序中各变量、各语句的作用，再根据流程图所示的顺序知：

该程序的作用是求出a1，a2，…，an中最大的数和最小的数．

【解答】解：分析程序中各变量、各语句的作用，

再根据流程图所示的顺序，可知：

该程序的作用是：求出a1，a2，…，an中最大的数和最小的数；

其中A为a1，a2，…，an中最大的数，

B为a1，a2，…，an中最小的数．

故选：B．

【点评】本题主要考查了循环结构的应用问题，解题时应根据每一步分析的结果，选择恰当的数学模型，是基础题目．

6．（5分）（2017•江西一模）已知函数y=f（x）是定义在R上的偶函数，且在（﹣∞，0]上是增函数，若不等式f（a）≥f（x）对任意x∈[1，2]恒成立，则实数a的取值范围是（　　）

A．（﹣∞，1] B．[﹣1，1] C．（﹣∞，2] D．[﹣2，2]

【考点】奇偶性与单调性的综合．

【专题】综合题；转化思想；演绎法；函数的性质及应用．

【分析】偶函数f（x）在[0，+∞）上是减函数，则不等式f（a）≥f（x）对任意x∈[1，2]恒成立，即不等式f（|a|）≥f（|x|）对任意x∈[1，2]恒成立，即可得到答案．

【解答】解：由题意，偶函数f（x）在[0，+∞）上是减函数，

则不等式f（a）≥f（x）对任意x∈[1，2]恒成立，即不等式f（|a|）≥f（|x|）对任意x∈[1，2]恒成立，

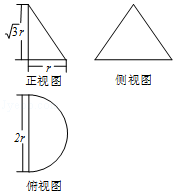
∴|a|≤|x|对任意x∈[1，2]恒成立，

∴|a|≤1，则﹣1≤a≤1

故选B．

【点评】本题考查的知识点是奇偶性与单调性的综合，其中根据已知条件及偶函数在对称区间上单调性相反，得到函数的单调性是解答本题的关键．

7．（5分）（2017•江西一模）若一个空间几何体的三视图如图所示，且已知该几何体的体积为菁优网-jyeoo，则其表面积为（　　）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】棱柱、棱锥、棱台的体积．

【专题】计算题；数形结合；空间位置关系与距离；立体几何．

【分析】由已知中的三视图，可得该几何体是一个以俯视图为底面的半圆锥，进而可得答案．

【解答】解：由已知中的三视图，可得该几何体是一个以俯视图为底面的半圆锥，

底面面积S=菁优网-jyeoo，

高h=菁优网-jyeoo，

故体积V=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

解得：r=1，

故圆锥的母线长l=菁优网-jyeoo=2，

故半圆锥的表面积S=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：A

【点评】本题考查的知识点是圆锥的体积和表面积，简单几何体的三视图，难度中档．

8．（5分）（2017•江西一模）已知实数x，y满足|x|≤y+1，且﹣1≤y≤1，则z=2x+y的最大值（　　）

A．2 B．4 C．5 D．6

【考点】简单线性规划．

【专题】计算题；数形结合；转化思想；不等式．

【分析】作出不等式组对应的平面区域，利用z的几何意义，进行平移即可得到结论．

【解答】解：作出不等式组|x|≤y+1，且﹣1≤y≤1对应的平面区域如图

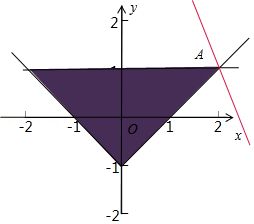
由z=2x+y，得y=﹣2x+z，

平移直线y=﹣2x+z，由图象可知当直线y=﹣2x+z经过点A时，

直线y=﹣2x+z的截距最大，此时z最大，

由菁优网-jyeoo，解得A（2，1），此时z=2×2+1=5，

故选：C．



【点评】本题主要考查线性规划的应用，利用z的几何意义，利用数形结合是解决本题的关键．

9．（5分）（2017•江西一模）已知函数f（x）=sin（πx+菁优网-jyeoo）和函数g（x）=cos（πx+菁优网-jyeoo）在区间[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]上的图象交于A，B，C三点，则△ABC的面积是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】正弦函数的图象．

【专题】函数思想；定义法；三角函数的图像与性质．

【分析】由题意结合正弦函数、余弦函数的图象，求得A、B、C三点的坐标，即可求得△ABC的面积．

【解答】解：函数f（x）=sin（πx+菁优网-jyeoo）和函数g（x）=cos（πx+菁优网-jyeoo）

在区间[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]上的图象交于A，B，C三点，

令sin（πx+菁优网-jyeoo）=cos（πx+菁优网-jyeoo），x∈[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]，

解得x=﹣1，0，1，

可得A（﹣1，﹣菁优网-jyeoo）、B（0，菁优网-jyeoo）、C（1，﹣菁优网-jyeoo），

则△ABC的面积为S=菁优网-jyeoo•[菁优网-jyeoo﹣（﹣菁优网-jyeoo）]•[1﹣（﹣1）]=菁优网-jyeoo．

故选：C．

【点评】本题主要考查了正弦函数、余弦函数的图象与性质的应用问题，是基础题目．

10．（5分）（2017•江西一模）等差数列{an}的前n项和为Sn，若公差d＞0，（S8﹣S5）（S9﹣S5）＜0，则（　　）

A．|a7|＞|a8| B．|a7|＜|a8| C．|a7|=|a8| D．|a7|=0

【考点】等差数列的性质．

【专题】计算题；转化思想；等差数列与等比数列．

【分析】根据题意，由（S8﹣S5）（S9﹣S5）＜0分析可得（a6+a7+a8）（a6+a7+a8+a9）＜0，结合等差数列的性质可得（a6+a7+a8）（a6+a7+a8+a9）＜0⇔a7×（a7+a8）＜0，

又由{an}的公差d＞0，分析可得a7＜0，a8＞0，且|a7|＜|a8|；即可得答案．

【解答】解：根据题意，等差数列{an}中，有（S8﹣S5）（S9﹣S5）＜0，

即（a6+a7+a8）（a6+a7+a8+a9）＜0，

又由{an}为等差数列，则有（a6+a7+a8）=3a7，（a6+a7+a8+a9）=2（a7+a8），

（a6+a7+a8）（a6+a7+a8+a9）＜0⇔a7×（a7+a8）＜0，

a7与（a7+a8）异号，

又由公差d＞0，

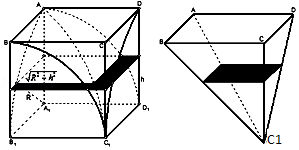
必有a7＜0，a8＞0，且|a7|＜|a8|；

故选：B．

【点评】本题考查等差数列的性质，关键是由（S8﹣S5）（S9﹣S5）＜0，分析得到a7、a8之间的关系．

11．（5分）（2017•江西一模）我国古代数学家祖暅是著名数学家祖冲之之子，祖暅原理叙述道：“夫叠棋成立积，缘幂势既同，则积不容异．”意思是：夹在两个平行平面之间的两个几何体被平行于这两个平行平面的任意平面所截，如果截得的两个截面面积总相等，那么这两个几何体的体积相等．其最著名之处是解决了“牟合方盖”中的体积问题，其核心过程为：如下图正方体ABCD﹣A1B1C1D1，求图中四分之一圆柱体BB1C1﹣AA1D1和四分之一圆柱体AA1B1﹣DD1C1公共部分的体积V，若图中正方体的棱长为2，则V=（　　）

（在高度h处的截面：用平行于正方体上下底面的平面去截，记截得两圆柱体公共部分所得面积为S1，截得正方体所得面积为S2，截得锥体所得面积为S3，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo⇒S2﹣S1=S3）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．8 D．菁优网-jyeoo

【考点】棱柱、棱锥、棱台的体积．

【专题】转化思想；转化法；空间位置关系与距离．

【分析】在高度h处的截面：用平行于正方体上下底面的平面去截，记截得两圆柱体公共部分所得面积为S1，截得正方体所得面积为S2，截得锥体所得面积为S3，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo⇒S2﹣S1=S3，求出S3=h2，再由定积分求出锥体体积，由正方体的体积减去锥体体积即可．

【解答】解：在高度h处的截面：用平行于正方体上下底面的平面去截，

记截得两圆柱体公共部分所得面积为S1，截得正方体所得面积为S2，

截得锥体所得面积为S3，

可得菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo⇒S2﹣S1=S3，

由S3=h2，可得菁优网-jyeooh2dh=菁优网-jyeooh3|菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

则则V=8﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：A．

【点评】本题考查不规则几何体的体积的求法，考查祖暅原理的运用，以及定积分的运用，考查推理和运算能力，属于中档题．

12．（5分）（2017•江西一模）设A、B分别为双曲线C：菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=1（a＞0，b＞0）的左、右顶点，P，Q是双曲线C上关于x轴对称的不同两点，设直线AP、BQ的斜率分别为m、n，则菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+ln|m|+ln|n|取得最小值时，双曲线C的离心率为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】双曲线的简单性质．

【专题】转化思想；转化法；导数的综合应用；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】设P（x0，y0），则Q（x0，﹣y0），y02=b2（菁优网-jyeoo﹣1）．A（﹣a，0），B（a，0），利用斜率计算公式得到：mn=﹣菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+ln|m|+ln|n|=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+ln菁优网-jyeoo=f（菁优网-jyeoo），令菁优网-jyeoo=t＞0，则f（t）=菁优网-jyeoo+t+菁优网-jyeoot2﹣2lnt．利用导数研究其单调性，求得最小值点，再由离心率公式即可得出．

【解答】解：设P（x0，y0），则Q（x0，﹣y0），y02=b2（菁优网-jyeoo﹣1），

即有菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

由双曲线的方程可得A（﹣a，0），B（a，0），

则m=菁优网-jyeoo，n=菁优网-jyeoo，

∴mn=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+ln|m|+ln|n|=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+ln菁优网-jyeoo=f（菁优网-jyeoo），

令菁优网-jyeoo=t＞0，则 f（t）=菁优网-jyeoo+t+菁优网-jyeoot2﹣2lnt．

f′（t）=﹣菁优网-jyeoo+1+t﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

可知：当t=菁优网-jyeoo时，函数f（t）取得最小值

f（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo×2﹣2ln 菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo+1﹣ln2．

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

∴e=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：D．

【点评】本题考查了双曲线的标准方程及其性质、利用导数研究函数的单调性极值与最值，考查了推理能力与计算能力，属于难题．

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.**

13．（5分）（2017•江西一模）二项式菁优网-jyeoo的展开式中第四项的系数为　20　．

【考点】二项式系数的性质．

【专题】对应思想；定义法；二项式定理．

【分析】根据二项式菁优网-jyeoo展开式的通项公式，求出第四项的系数即可．

【解答】解：二项式菁优网-jyeoo展开式中，

第四项为T3+1=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo，

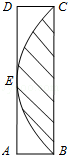
∴展开式中第四项的系数为：

菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo•23=20．

故答案为：20．

【点评】本题考查了二项式展开式的通项公式应用问题，是基础题目．

14．（5分）（2017•江西一模）如图所示矩形ABCD边长AB=1，AD=4，抛物线顶点为边AD的中点E，且B，C两点在抛物线上，则从矩形内任取一点落在抛物线与边BC围成的封闭区域（包含边界上的点）内的概率是　菁优网-jyeoo　．



【考点】模拟方法估计概率．

【专题】综合题；转化思想；演绎法；概率与统计．

【分析】利用定积分求出阴影部分面积，求出矩形面积，即可得出结论．

【解答】解：以E为坐标原点，AD的垂直平分线为x轴，AD所在直线为y轴，建立坐标系，可得抛物线方程为y2=4x，

取y=2菁优网-jyeoo，则阴影部分的面积为2菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∵矩形的面积为4，

∴所求概率为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故答案为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了利用几何概型的计算概率的方法，关键要弄准所求的随机事件发生的区域的面积和事件总体的区域面积．

15．（5分）（2017•江西一模）已知向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo满足：|菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo|=1，且菁优网-jyeoo，若菁优网-jyeoo=x菁优网-jyeoo+y菁优网-jyeoo，其中x＞0，y＞0且x+y=2，则|菁优网-jyeoo|最小值是　菁优网-jyeoo　．

【考点】平面向量数量积的运算．

【专题】对应思想；定义法；平面向量及应用；不等式．

【分析】由平面向量的数量积计算菁优网-jyeoo，利用基本不等式求出菁优网-jyeoo的最小值，即可得出|菁优网-jyeoo|的最小值．

【解答】解：∵|菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo|=1，且菁优网-jyeoo，

当菁优网-jyeoo=x菁优网-jyeoo+y菁优网-jyeoo时，

菁优网-jyeoo=x2菁优网-jyeoo+2xy菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo+y2菁优网-jyeoo

=x2+xy+y2

=（x+y）2﹣xy；

又x＞0，y＞0且x+y=2，

∴xy≤菁优网-jyeoo=1，当且仅当x=y=1时取“=”，

∴菁优网-jyeoo≥（x+y）2﹣菁优网-jyeoo=22﹣1=3，

∴|菁优网-jyeoo|的最小值是菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了平面向量的数量积与基本不等式的应用问题，是基础题目．

16．（5分）（2017•江西一模）已知锐角△ABC中，内角A，B，C所对应的边分别为a，b，c，且满足：b2﹣a2=ac，c=2，则a的取值范围是　（菁优网-jyeoo，2）　．

【考点】余弦定理；正弦定理．

【专题】计算题；转化思想；综合法；解三角形．

【分析】由已知可得：b2=2a+a2，又由余弦定理可得：b2=a2+4﹣4acosB，整理可得：a=菁优网-jyeoo，由范围B∈（0，菁优网-jyeoo），可求cosB∈（0，1），进而可求a的范围．

【解答】解：∵b2﹣a2=ac，c=2，可得：b2=2a+a2，

又∵由余弦定理可得：b2=a2+c2﹣2accosB=a2+4﹣4acosB，

∴2a+a2=a2+4﹣4acosB，整理可得：a=菁优网-jyeoo，

∵B∈（0，菁优网-jyeoo），

∴cosB∈（0，1），可得：2+4cosB∈（2，6），

∴a=菁优网-jyeoo∈（菁优网-jyeoo，2）．

故答案为：（菁优网-jyeoo，2）．

【点评】本题主要考查了余弦定理，余弦函数的图象和性质在解三角形中的应用，考查了转化思想，属于基础题．

**三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17．（12分）（2017•江西一模）数列{an}满足a1=1，a2=5，an+2=2an+1﹣an+1

（1）设bn=an+1﹣an，证明{bn}是等差数列，并求{bn}的通项公式；

（2）设cn=tanbn•tanbn+1，求数列{cn}的前n项和Sn．

【考点】数列的求和；数列递推式．

【专题】转化思想；转化法；等差数列与等比数列．

【分析】（1）将an+2=2an+1﹣an+1变形为：an+2﹣an+1=an+1﹣an+1，再由条件得bn+1=bn+1，根据条件求出b1，由等差数列的定义证明{bn}是等差数列，由通项公式可得所求；

（2）求得cn=tanbn•tanbn+1=tan（n+3）•tan（n+4），由两角差的正切公式可得tan[（n+4）﹣（n+3）]=菁优网-jyeoo，可得tan（n+3）•tan（n+4）=菁优网-jyeoo﹣1，再由数列的求和方法：裂项相消求和，即可得到所求和．

【解答】解：（1）证明：由an+2=2an+1﹣an+1得，

an+2﹣an+1=an+1﹣an+1，

由bn=an+1﹣an得，bn+1=bn+1，

即bn+1﹣bn=1，

又b1=a2﹣a1=5﹣1=4，

所以{bn}是首项为4，公差为1的等差数列．

且bn=b1+（n﹣1）d=4+n﹣1=n+3；

（2）cn=tanbn•tanbn+1=tan（n+3）•tan（n+4），

由tan[（n+4）﹣（n+3）]=菁优网-jyeoo，

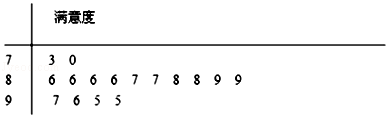
可得tan（n+3）•tan（n+4）=菁优网-jyeoo﹣1，

即有数列{cn}的前n项和Sn=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo﹣n

=菁优网-jyeoo﹣n．

【点评】本题考查等差数列的判定，注意运用构造法和定义法，考查等差数列通项公式的运用，同时考查两角差 的正切公式的变形运用，以及裂项相消求和方法，考查化简整理的运算能力，属于中档题．

18．（12分）（2017•江西一模）2016年11月20日﹣22日在江西省南昌市举行了首届南昌国际马拉松赛事，赛后某机构用“10分制”调查了很多人（包括普通市民，运动员，政府官员，组织者，志愿者等）对此项赛事的满意度．现从调查人群中随机抽取16名，如图茎叶图记录了他们的满意度分数（以小数点前的一位数字为茎，小数点后的一位数字为叶）：



（1）指出这组数据的众数和中位数；

（2）若满意度不低于9.5分，则称该被调查者的满意度为“极满意”．求从这16人中随机选取3人，至多有1人是“极满意”的概率；

（3）以这16人的样本数据来估计整个被调查群体的总体数据，若从该被调查群体（人数很多）任选3人，记ξ表示抽到“极满意”的人数，求ξ的分布列及数学期望．

【考点】离散型随机变量的期望与方差；列举法计算基本事件数及事件发生的概率；离散型随机变量及其分布列．

【专题】整体思想；综合法；概率与统计．

【分析】（1）出现次数最多的数是8.6，按从小到大排列，位于中间的两位数是87，88，由此能求出众数和中位数

（2）由茎叶图可知，满意度为“极满意”的人有4人．设Ai表示所取3人中有i个人是“极满意”，至多有1人是“极满意”记为事件A，p（A）=p（A0）+p（A1）；

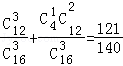
（3）从16人的样本数据中任意选取1人，抽到“极满意”的人的概率为菁优网-jyeoo，故依题意可知，从该顾客群体中任选1人，抽到“极满意”的人的概率p=菁优网-jyeoo．

由题可知ξ～B（3，菁优网-jyeoo），即可求ξ的分布列及数学期望．

【解答】解：（1）出现次数最多的数是8.6，按从小到大排列，位于中间的两位数是87，88，由此能得出众数和中位数．众数：8.6；中位数：8.75…2（分）

（2）由茎叶图可知，满意度为“极满意”的人有4人．

设Ai表示所取3人中有i个人是“极满意”，至多有1人是“极满意”记为事件A，

p（A）=p（A0）+p（A1）=

（3）从16人的样本数据中任意选取1人，抽到“极满意”的人的概率为菁优网-jyeoo，

故依题意可知，从该顾客群体中任选1人，抽到“极满意”的人的概率p=菁优网-jyeoo．

ξ的可能取值为0，1，2，3，

p（ξ=0）=（菁优网-jyeoo）3=菁优网-jyeoo； p（ξ=1）=菁优网-jyeoo；

p（ξ=2）=菁优网-jyeoo；p（ξ=3）=（菁优网-jyeoo）3=菁优网-jyeoo

所以ξ的分布列为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ξ | 0 | 1 | 2 | 3 |
| p | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |

Eξ=菁优网-jyeoo．

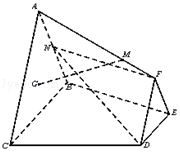
另解：由题可知ξ～B（3，菁优网-jyeoo），所以Eξ=菁优网-jyeoo

【点评】本题考查了对于一组数据，通常要求的是这组数据的众数，中位数，平均数，题目分别表示一组数据的特征，这样的问题可以出现在选择题或填空题，属于中档题．

19．（12分）（2017•江西一模）如图，在棱台ABC﹣FED中，△DEF与△ABC分别是棱长为1与2的正三角形，平面ABC⊥平面BCDE，四边形BCDE为直角梯形，BC⊥CD，CD=1，点G为△ABC的重心，N为AB中点，菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo（λ∈R，λ＞0），

（1）当菁优网-jyeoo时，求证：GM∥平面DFN；

（2）若直线MN与CD所成角为菁优网-jyeoo，试求二面角M﹣BC﹣D的余弦值．



【考点】二面角的平面角及求法；直线与平面平行的判定．

【专题】计算题；数形结合；转化思想；空间位置关系与距离；空间角．

【分析】（1）连AG延长交BC于P，推出菁优网-jyeoo，证明GM∥PF；然后证明NP∥AC，推出NP∥DF，然后证明GM∥平面DFN．

（2）连接PE，以P为原点，PC为x轴，PE为y轴，PA为z轴建立空间直角坐标系，求出相关点的坐标，求出平面MBC的法向量，平面BCD的法向量，利用空间向量的数量积求解二面角M﹣BC﹣D的余弦值即可．

【解答】解：（1）连AG延长交BC于P，

因为点G为△ABC的重心，所以菁优网-jyeoo

又菁优网-jyeoo，所以菁优网-jyeoo，所以GM∥PF；…3（分）

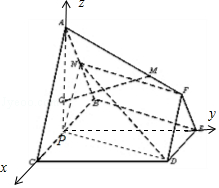
N为AB中点，P为BC中点，NP∥AC，又AC∥DF，

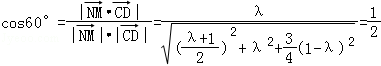
所以NP∥DF，得P、D、F、N四点共面

∴GM∥平面DFN…6（分）

（2）平面ABC⊥平面BCDE，AP⊥BC，∴AP⊥平面BCDE，连接PE，易得PE⊥BC，

以P为原点，PC为x轴，PE为y轴，PA为z轴建立空间直角坐标系，

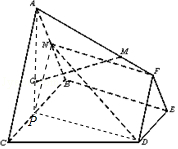
则菁优网-jyeoo，设M（x，y，z），∵菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo

因为MN与CD所成角为菁优网-jyeoo，所以，

得2λ2+λ﹣1=0，∴菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo，…8（分）

设平面MBC的法向量菁优网-jyeoo，则菁优网-jyeoo，取菁优网-jyeoo，

平面BCD的法向量菁优网-jyeoo，所以二面角M﹣BC﹣D的余弦值菁优网-jyeoo…12（分）

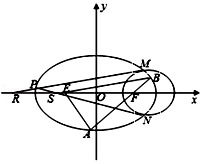


【点评】本题考查二面角的平面角的求法，直线与平面垂直于平行的判定定理的应用，考查空间想象能力以及计算能力．

20．（12分）（2017•江西一模）已知椭圆C：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1（0＜b＜3）的左右焦点分别为E，F，过点F作直线交椭圆C于A，B两点，若菁优网-jyeoo且菁优网-jyeoo

（1）求椭圆C的方程；

（2）已知点O为原点，圆D：（x﹣3）2+y2=r2（r＞0）与椭圆C交于M，N两点，点P为椭圆C上一动点，若直线PM，PN与x轴分别交于点R，S，求证：|OR|•|OS|为常数．



【考点】直线与椭圆的位置关系．

【专题】证明题；转化思想；综合法；圆锥曲线中的最值与范围问题．

【分析】（1）设|BF|=m，推导出（6﹣2m）2+（3m）2=（6﹣m）2，从而m=1，进而AE⊥AF．由此能求出椭圆C的方程．

（2）由条件可知M、N两点关于x轴对称，设M（x1，y1），P（x0，y0），则N（x1，﹣y1），直线PM的方程为菁优网-jyeoo，令y=0得点R的横坐标菁优网-jyeoo，同理可得点S的横坐标菁优网-jyeoo．由此能证明|OR|•|OS|为常数．

【解答】解：（1）设|BF|=m，则|AF|=2m，|BE|=6﹣m，|AE|=6﹣2m，|AB|=3m．

则有（6﹣2m）2+（3m）2=（6﹣m）2，解得m=1，…3（分）

∴|AF|=2，|BE|=5，|AE|=4，|AB|=3，

∴|AB|2+|AE|2=|BE|2，∴AE⊥AF．

于是，在Rt△AEF中，|EF|2=|AE|2+|AF|2=42+22=20，

所以|EF|=2菁优网-jyeoo，所以b2=9﹣（菁优网-jyeoo）2=4，

椭圆C的方程为菁优网-jyeoo．…6（分）

证明：（2）由条件可知M、N两点关于x轴对称，

设M（x1，y1），P（x0，y0），则N（x1，﹣y1），

菁优网-jyeoo=1，菁优网-jyeoo，

所以菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

直线PM的方程为菁优网-jyeoo，…9（分）

令y=0得点R的横坐标菁优网-jyeoo，

同理可得点S的横坐标菁优网-jyeoo．

于是菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo，

所以，|OR|•|OS|为常数9．…12（分）

【点评】本题考查椭圆方程的求法，考查两线段乘积为定值的证明，是中档题，解题时要认真审题，注意椭圆、韦达定理、直线性质的合理运用．

21．（12分）（2017•江西一模）若∀x∈D，总有f（x）＜F（x）＜g（x），则称F（x）为f（x）与g（x）在D上的一个“严格分界函数”．

（1）求证：y=ex是y=1+x和y=1+x+菁优网-jyeoo在（﹣1，0）上的一个“严格分界函数”；

（2）函数h（x）=2ex+菁优网-jyeoo﹣2，若存在最大整数M使得h（x）＞菁优网-jyeoo在X∈（﹣1，0）恒成立，求M的值．（e=2.718…是自然对数的底数，菁优网-jyeoo≈1.414，菁优网-jyeoo≈1.260）

【考点】利用导数研究函数的单调性；利用导数求闭区间上函数的最值．

【专题】综合题；函数思想；转化法；导数的综合应用．

【分析】（1）令φ（x）=ex﹣1﹣x，利用导数可得φ（x）在区间（﹣1，0）上为减函数，得到φ（x）＞φ（0）=0，即ex＞y=1+x；令t（x）=ex﹣1﹣x﹣菁优网-jyeoo，由对数可得t（x）在区间（﹣1，0）上为增函数，则t（x）＜t（0）=0，得ex＜1+x+菁优网-jyeoo，由此可得y=ex是y=1+x和y=1+x+菁优网-jyeoo在（﹣1，0）上的一个“严格分界函数”；

（2）由（1）知h（x）=2ex+菁优网-jyeoo﹣2菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo≈0.828．h（x）=2ex+菁优网-jyeoo﹣2＜2（1+x+菁优网-jyeoo）+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，令m（x）=菁优网-jyeoo，求导可得m（x）的最小值，再由导数求得h（x）在x∈（﹣1，0）上先减后增，可得h（x）最小值的范围，由0.828＜h（x）min＜0.890及h（x）＞菁优网-jyeoo在x∈（﹣1，0）恒成立可得M的值．

【解答】解：（1）证明：令φ（x）=ex﹣1﹣x，φ'（x）=ex﹣1．

当x＜0时，φ'（x）＜0，故φ（x）在区间（﹣1，0）上为减函数，

因此φ（x）＞φ（0）=0，故ex＞y=1+x；

再令t（x）=ex﹣1﹣x﹣菁优网-jyeoo，当x＜0时，t′（x）=ex﹣1﹣x＞0，

故t（x）在区间（﹣1，0）上为增函数，则t（x）＜t（0）=0，

∴ex＜1+x+菁优网-jyeoo，故y=ex是y=1+x和y=1+x+菁优网-jyeoo在（﹣1，0）上的一个“严格分界函数”；

（2）由（1）知h（x）=2ex+菁优网-jyeoo﹣2菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo≈0.828．

又h（x）=2ex+菁优网-jyeoo﹣2＜2（1+x+菁优网-jyeoo）+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

令m（x）=菁优网-jyeoo，m′（x）=2（x+1）菁优网-jyeoo，

由m′（x）=0，解得菁优网-jyeoo，可得m（x）在菁优网-jyeoo单调递减，在菁优网-jyeoo单调递增，

则菁优网-jyeoo．

又菁优网-jyeoo，在x∈（﹣1，0）上存在x0使得h′（x0）=0，

故h（x）在x∈（﹣1，0）上先减后增，

则有菁优网-jyeoo，

则0.828＜h（x）min＜0.890，

∴菁优网-jyeoo，则M=8．

【点评】本题考查利用导数加以函数的单调性，考查了利用导数求函数在闭区间上的最值，考查逻辑思维能力与推理运算能力，难度较大．

**四．请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分，作答时请写清题号.选修4-4：坐标系与参数方程**

22．（10分）（2017•江西一模）在直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为菁优网-jyeoo（θ为参数）．以坐标原点为极点，以x轴的正半轴为极轴，建立极坐标系．

（1）写出曲线C的极坐标方程；

（2）设点M的极坐标为（菁优网-jyeoo），过点M的直线l与曲线C相交于A，B两点，若|MA|=2|MB|，求AB的弦长．

【考点】简单曲线的极坐标方程．

【专题】计算题；转化思想；转化法；圆锥曲线中的最值与范围问题．

【分析】（1）由曲线C的参数方程先求出曲线C的直角坐标方程，由此能求出曲线C的极坐标方程．

（2）先求出直线l的参数方程，与曲线C的直角坐标方程联立，得t2+2（cosθ﹣sinθ）t﹣2=0，由此能求出AB的弦长．

【解答】解：（1）∵曲线C的参数方程为菁优网-jyeoo（θ为参数）．

∴曲线C的直角坐标方程为x2+y2﹣4y=0，

∴曲线C的极坐标方程为ρ2﹣4ρsinθ=0，

即曲线C的极坐标方程为ρ=4sinθ．…5分

（2）设直线l的参数方程是菁优网-jyeoo（θ为参数）①

曲线C的直角坐标方程是x2+y2﹣4y=0，②

①②联立，得t2+2（cosθ﹣sinθ）t﹣2=0，

∴t1t2=﹣2，且|MA|=2|NB|，∴t1=﹣2t2，

则t1=2，t2=﹣1或t1=﹣2，t2=1，

∴|AB的弦长AB|=|t1﹣t2|=3．…10分

【点评】本题考查曲线的极坐标方程的求法，考查线段长的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意极坐标方程与直角坐标方程的互化公式的合理运用．

23．（10分）（2017•江西一模）设f（x）=|x﹣1|+|x+1|，（x∈R）

（1）求证：f（x）≥2；

（2）若不等式f（x）≥菁优网-jyeoo对任意非零实数b恒成立，求x的取值范围．

【考点】绝对值三角不等式；绝对值不等式的解法．

【专题】选作题；转化思想；综合法；推理和证明．

【分析】（1）利用三角不等式证明：f（x）≥2；

（2）g（b）=菁优网-jyeoo≤菁优网-jyeoo=3，可得f（x）≥3，即|x﹣1|+|x+1|≥3，分类讨论，求x的取值范围．

【解答】（1）证明：f（x）=|x﹣1|+|x+1|=|1﹣x|+|x+1|≥|1﹣x+x+1|=2；

（2）解：g（b）=菁优网-jyeoo≤菁优网-jyeoo=3，

∴f（x）≥3，即|x﹣1|+|x+1|≥3，

x≤﹣1时，﹣2x≥3，∴x≤﹣1.5，∴x≤﹣1.5；

﹣1＜x≤1时，2≥3不成立；

x＞1时，2x≥3，∴x≥1.5，∴x≥1.5．

综上所述x≤﹣1.5或x≥1.5．

【点评】本题考查三角不等式，考查分类讨论的数学思想，考查学生的计算能力，属于中档题．