**2017年江西省七校联考理科数学一模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：**

1．（5分）（2017•江西一模）计算：菁优网-jyeoo=（　　）

A．2 B．﹣2 C．2i D．﹣2i

【考点】复数代数形式的混合运算．

【专题】计算题．

【分析】先求出（1﹣i）2的值，代入所求式子，利用两个复数代数形式的乘除法，虚数单位i的幂运算性质进行化简．

【解答】解：菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=2，

故选 A．

【点评】本题考查两个复数代数形式的乘除法，虚数单位i的幂运算性质，

两个复数相除，分子和分母同时乘以分母的共轭复数．

2．（5分）（2017•江西一模）若loga（3a﹣1）＞0，则a的取值范围是（　　）

A．a＜菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo＜a＜菁优网-jyeoo C．a＞1 D．菁优网-jyeoo＜a＜菁优网-jyeoo或a＞1

【考点】指、对数不等式的解法．

【专题】综合题；转化思想；演绎法；不等式．

【分析】先把0变成底数的对数，再讨论底数与1的关系，确定函数的单调性，根据函数的单调性整理出关于a的不等式，得到结果，把两种情况求并集得到结果．

【解答】解：∵loga（3a﹣1）＞0，

∴loga（3a﹣1）＞loga1，

当a＞1时，函数是一个增函数，不等式的解是a＞0，∴a＞1；

当0＜a＜1时，函数是一个减函数，不等式的解是菁优网-jyeoo＜a＜菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo＜a＜菁优网-jyeoo

综上可知a的取值是a＞1或菁优网-jyeoo＜a＜菁优网-jyeoo．

故选D．

【点评】本题主要考查对数函数单调性的应用、不等式的解法等基础知识，本题解题的关键是对于底数与1的关系，这里应用分类讨论思想来解题．

3．（5分）（2017•江西一模）设α、β、γ是三个互不重合的平面，l是直线，给出下列命题

①若α⊥β，β⊥γ，则α∥γ；②若l上两点到α的距离相等，则l∥α；

③若l⊥α，l∥β，则α⊥β；④若α∥β，l∥α，l⊄β，则l∥β．

其中正确的命题是（　　）

A．①② B．②③ C．②④ D．③④

【考点】空间中直线与平面之间的位置关系．

【专题】综合题；转化思想；演绎法；空间位置关系与距离．

【分析】对各个选项分别加以判断：对①和②举出反例可得它们不正确；结合空间直线与平面、平面与平面平行和垂直的判定和性质，对③和④加以论证可得它们是真命题．

【解答】解：对于①，若α⊥β，β⊥γ，则α∥γ或α，γ相交，故①不正确；

对于②，若l上两个点A、B满足线段AB的中点在平面内，则A、B到α的距离相等，但l与α相交，故②不正确；

对于③，若l⊥α，l∥β，则根据面面垂直的判定定理可知α⊥β，故③正确；

对于④，若α∥β且l∥α，可得l∥β或l在β内，而条件中有l⊄β，所以必定l∥β，故④正确．

故选D．

【点评】本题以命题真假的判断为载体，着重考查了直线与平面、平面与平面平行的判定和性质，以及直线与平面、平面与平面垂直的判定和性质等知识，属于基础题．

4．（5分）（2017•江西一模）已知一个半径为菁优网-jyeoo的球中有一个各条棱长都相等的内接正三棱柱，则这正三棱柱的体积是（　　）

A．18 B．16 C．12 D．8

【考点】棱柱、棱锥、棱台的体积．

【专题】计算题；数形结合；数形结合法；空间位置关系与距离．

【分析】设这正三棱柱棱长为2a，由勾股定理得7=a2+菁优网-jyeooa2=菁优网-jyeooa2．从而求出棱长为2a=2菁优网-jyeoo．由此能求出这正三棱柱的体积．

【解答】解：∵一个半径为菁优网-jyeoo的球中有一个各条棱长都相等的内接正三棱柱，

设这正三棱柱棱长为2a，如图，

则AB=菁优网-jyeooa，AO′=菁优网-jyeooa．OO′=a，

∴7=a2+菁优网-jyeooa2=菁优网-jyeooa2．

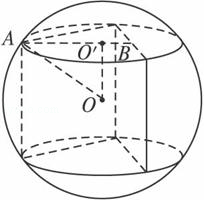
整理，得a2=3，∴a=菁优网-jyeoo．

∴棱长为2a=2菁优网-jyeoo．

∴这正三棱柱的体积：

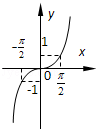
V=菁优网-jyeoo=18．

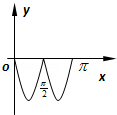
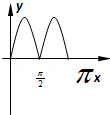
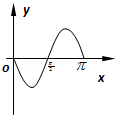
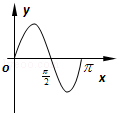
故选：A．



【点评】本题考查柱、锥、台体的体积的求法，考查推理论证能力、运算求解能力，考查空间想象能力，考查转化化归思想、数形结合思想，是中档题．

5．（5分）（2017•江西一模）已知函数y=f（x）图象如图甲，则y=f（菁优网-jyeoo﹣x）sinx在区间[0，π]上大致图象是（　　）



A． B． C． D．

【考点】函数的图象．

【专题】函数的性质及应用．

【分析】分：当0＜x＜菁优网-jyeoo时，sinx＞0，f（菁优网-jyeoo﹣x）＞0，故y＞0，当菁优网-jyeoo＜x＜π时，sinx＞0，f（菁优网-jyeoo﹣x）＜0，故y＜0，即可判断函数的图象．

【解答】解：∵y=f（x）图象如图，则y=f（菁优网-jyeoo﹣x）的图象把f（x）的沿y轴对折，再向右平移菁优网-jyeoo的单位，

当0＜x＜菁优网-jyeoo时，sinx＞0，f（菁优网-jyeoo﹣x）＞0，故y＞0，

当菁优网-jyeoo＜x＜π时，sinx＞0，f（菁优网-jyeoo﹣x）＜0，故y＜0，

故选：D．

【点评】本题考查了函数图象的识别，根据函数的值域是常用的方法，属于基础题．

6．（5分）（2017•江西一模）已知两个集合菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，若A∩B≠∅，则实数λ的取值范围是（　　）

A．[2，5] B．（﹣∞，5] C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】平面向量共线（平行）的坐标表示；集合关系中的参数取值问题．

【专题】计算题．

【分析】A∩B≠∅，即是说方程组菁优网-jyeoo有解，两式消去α得出4﹣cos2β=λ+sinβ后，移向得出λ=sin2β﹣sinβ﹣3，根据sinβ的有界性求出λ的取值范围．

【解答】解：A∩B≠∅，即是说方程组菁优网-jyeoo有解．

由①得4﹣cos2β=λ+sinβ，得出λ=3+sin2β﹣sinβ=（sinβ﹣菁优网-jyeoo）2+菁优网-jyeoo；

∵sinβ∈[﹣1，1]，

∴当sinβ=菁优网-jyeoo时，λ的最小值为菁优网-jyeoo，

当sinβ=﹣1时，λ的最大值为5．

故选：D．

【点评】本题考查方程思想、函数思想、分离参数的思想方法．考查分析、解决、逻辑思维、计算能力．

7．（5分）（2016•南昌县自主招生）a＞0，a≠1，函数f（x）=菁优网-jyeoo在[3，4]上是增函数，则a的取值范围是（　　）

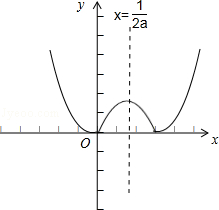
A．菁优网-jyeoo或a＞1 B．a＞1 C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo或a＞1

【考点】对数函数图象与性质的综合应用．

【专题】计算题；综合题．

【分析】对a分a＞1与0＜a＜1，利用复合函数的单调性结合函数g（x）=|ax2﹣x|的图象列出符合条件的不等式组，解之即可．

【解答】解：∵a＞0，a≠1，令g（x）=|ax2﹣x|作出其图象如下：



∵函数f（x）=菁优网-jyeoo在[3，4]上是增函数，

若a＞1，则菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo，解得a＞1；

若0＜a＜1，则菁优网-jyeoo，解得菁优网-jyeoo≤a＜菁优网-jyeoo；

故选A．

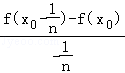
【点评】本题考查对数函数图象与性质的综合应用，利用复合函数的单调性结合函数g（x）=|ax2﹣x|的图象列出符合条件的不等式组是关键，属于难题．

8．（5分）（2017•江西一模）设函数y=f（x）在x0处可导，f′（x0）=a，若点（x0，0）即为y=f（x）的图象与x轴的交点，则菁优网-jyeoo[nf（x0﹣菁优网-jyeoo）]等于（　　）

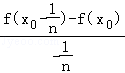
A．+∞ B．a C．﹣a D．以上都不对

【考点】极限及其运算．

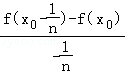
【专题】函数思想；转化法；导数的概念及应用．

【分析】根据f（xo）=0可将 菁优网-jyeoo[nf（xo﹣菁优网-jyeoo）]等价变形为﹣菁优网-jyeoo，再结合f（x）在xo处可导即可求解．

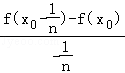
【解答】解∵f（xo）=0，

∴菁优网-jyeoonf（xo﹣菁优网-jyeoo）=﹣菁优网-jyeoo，

∵f（x）在xo处可导，

∴菁优网-jyeoonf（xo﹣菁优网-jyeoo）=﹣菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=﹣f′（x0）=﹣a，

故选：C．

【点评】本题主要考查极限及其运算．解题的关键是要将题中所述极限转化为﹣菁优网-jyeoo，再根据n→∞时﹣菁优网-jyeoo→0再转化为﹣菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，然后再结合f（x）在xo处可导才可求解．此题充分活用了极限和可导的定义，技巧性较强，属中等难度的试题．

9．（5分）（2017•江西一模）已知椭圆E的离心率为e，两焦点分别为F1，F2，抛物线C以F1为顶点，F2为焦点，点P为这两条曲线的一个交点，若e|菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo|，则e的值为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．不能确定

【考点】抛物线的简单性质；椭圆的简单性质．

【专题】数形结合；数形结合法；矩阵和变换．

【分析】利用椭圆的第二定义及e|菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo|，求得丨PT丨=丨PF2丨，则（﹣c）﹣（﹣菁优网-jyeoo）=c﹣（﹣c），即可求得a与c的关系，即可求得e的值．

【解答】解：作PT垂直椭圆准线l于T，则由椭圆第二定义：丨PF1丨：丨PT丨=e

又菁优网-jyeoo=e，

故丨PT丨=丨PF2丨，

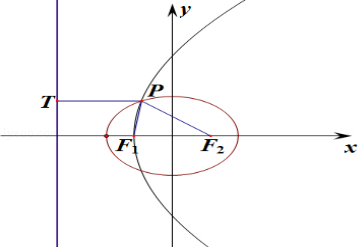
由抛物线定义知l为抛物线准线

故F1到l的距离等于F1到F2的距离，

即（﹣c）﹣（﹣菁优网-jyeoo）=c﹣（﹣c），整理得：a=菁优网-jyeooc，

e=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选C．



【点评】本题考查椭圆的简单几何性质，考查椭圆的第二定义，考查数形结合思想，属于中档题．

10．（5分）（2017•江西一模）已知抛物线y2=2px，O是坐标原点，F是焦点，P是抛物线上的点，使得△POF是直角三角形，则这样的点P共有（　　）

A．0个 B．2个 C．4个 D．6个

【考点】抛物线的简单性质．

【专题】圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】如图所示，过焦点F作PF⊥x轴，交抛物线于点P，P′．则△OFP、△OFP′都是直角三角形．而菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=2＞1，可得∠POF＞45°．即∠POP′＞90°．于是△POP′不是直角三角形．即可得出符合条件的点P的个数．

【解答】解：如图所示，

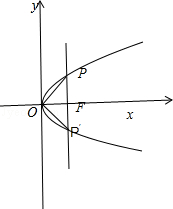
过焦点F作PF⊥x轴，交抛物线于点P，P′．则△OFP、△OFP′都是直角三角形．

而菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=2＞1，∴∠POF＞45°．∴∠POP′＞90°．

∴△POP′不是直角三角形．

综上可知：使得△POF是直角三角形的抛物线上的点P有且只有2个．

故选B．



【点评】本题考查了抛物线的性质、直角三角形，属于基础题．

11．（5分）（2017•江西一模）掷一个骰子的试验，事件A表示“小于5的偶数点出现”，事件B表示“小于4的点数出现”，则一次试验中，事件A+菁优网-jyeoo发生的概率为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】列举法计算基本事件数及事件发生的概率．

【专题】计算题；集合思想；定义法；概率与统计．

【分析】基本事件总数n=6，利用列举法求出一次试验中，事件A+菁优网-jyeoo发生包含的基本事件个数，由此能求出一次试验中，事件A+菁优网-jyeoo发生的概率．

【解答】解：掷一个骰子的试验，

基本事件总数n=6，

事件A表示“小于5的偶数点出现”，事件B表示“小于4的点数出现”，

则一次试验中，事件A+菁优网-jyeoo发生包含的基本事件有：1，2，3，4，共有4个元素，

∴一次试验中，事件A+菁优网-jyeoo发生的概率为：p=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：C．

【点评】本题考查概率的求法及应用，考查考查推理论证能力、运算求解能力，考查转化化归思想，是基础题．

12．（5分）（2017•江西一模）三个学校分别有1名、2名、3名学生获奖，这6名学生排成一排合影，要求同校的任意两名学生不能相邻，那么不同的排法共有（　　）

A．36种 B．72种 C．108种 D．120种

【考点】计数原理的应用．

【专题】排列组合．

【分析】分两类，第一类，A、B两个学校的三个学生分别被C学校的三个学生分别隔开，第二类，是A、B两个学校中其中一名学生相邻，根据分类计数原理可得．

【解答】解：设三个学校分别为A，B，C，对应的学生为1，2，3名，

分两类：第一类是A、B两个学校的三个学生分别被C学校的三个学生分别隔开有2菁优网-jyeoo=72种；

第二类是A、B两个学校中其中一名学生相邻有菁优网-jyeoo=48．

根据分类计数计数原理得共有72+48=120种．

故选：D．

【点评】本题考查排列、组合的运用，涉及分类计数原理的应用，本题实际是不相邻问题，可用插空法分析求解．

**二、填空题（本大题共4小题，每小题4分，共16分．请将答案填在题中横线上）**

13．（4分）（2017•江西一模）在二项式（1+x）n的展开式中，存在着系数之比为5：7的相邻两项，则指数n（n∈N\*）的最小值为　11　．

【考点】二项式系数的性质．

【专题】计算题；转化思想；定义法；二项式定理．

【分析】利用二项式定理的展开式写出满足题意的表达式，然后求出n的最小值．

【解答】解：二项式（1+x）n的展开式中，存在系数之比为5：7的相邻两项，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴k=菁优网-jyeoo，

当k=5时，nmin=11，

故答案为：11

【点评】本题考查二项式定理的应用，属于基础题．

14．（4分）（2017•江西一模）若函数菁优网-jyeoo，（a＞0且a≠1）的值域为R，则实数a的取值范围是　（0，1）∪（1，4]　．

【考点】对数函数的值域与最值．

【专题】计算题．

【分析】函数菁优网-jyeoo，（a＞0且a≠1）的值域为R，则其真数在实数集上恒为正，将这一关系转化为不等式求解参数的范围即可．

【解答】解：函数菁优网-jyeoo，（a＞0且a≠1）的值域为R，其真数在实数集上恒为正，

即菁优网-jyeoo恒成立，即存在x∈R使得菁优网-jyeoo≤4，又a＞0且a≠1

故可求菁优网-jyeoo的最小值，令其小于等于4

∵菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo

∴菁优网-jyeoo4，解得a≤4，

故实数a的取值范围是（0，1）∪（1，4]

故应填（0，1）∪（1，4]

【点评】考查存在性问题的转化，请读者与恒成立问题作比较，找出二者逻辑关系上的不同．

15．（4分）（2017•江西一模）已知抛物线y2=4x的准线是圆x2+y2﹣2Px﹣16+P2=0的一条切线，则圆的另一条垂直于x轴的切线方程是　x=﹣9或x=7　．

【考点】抛物线的简单性质．

【专题】转化思想；转化法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】求得抛物线的准线方程，将（﹣1，0）代入圆的方程，求得P的值，即可求得圆的另一条垂直于x轴的切线方程．

【解答】解：抛物线y2=4x的准线方程为x=﹣1，而圆方程为（x﹣P） 2+y2=16，又（﹣1，0）在圆上，∴（P+1）2=16，即P=﹣5或P=3，

∴另一条切线方程为x=﹣9或x=7，

故答案为：x=﹣9或x=7．

【点评】本题考查抛物线的简单几何性质，直线与圆的关系，属于基础题．

16．（4分）（2017•江西一模）下列命题中

①A+B=菁优网-jyeoo是sinA=cosB成立的充分不必要条件．

②菁优网-jyeoo的展开式中的常数项是第4项．

③在数列{an}中，a1=2，Sn是其前n项和且满足Sn+1=菁优网-jyeoo+2，则数列{an}为等比数列．

④设过函数f（x）=x2﹣x（﹣1≤x≤1）图象上任意一点的切线的斜率为K，则K的取值范围是（﹣3，1）

把你认为正确的命题的序号填在横线上　①③　．

【考点】命题的真假判断与应用．

【专题】综合题；转化思想；演绎法；简易逻辑．

【分析】对4个命题分别进行判断，即可得出结论．

【解答】解：①A+B=菁优网-jyeoo，可得A=菁优网-jyeoo﹣B，∴sinA=cosB，反之sinA=cosB，A+B=菁优网-jyeoo+2kπ（k∈Z），

∴A+B=菁优网-jyeoo是sinA=cosB成立的充分不必要条件，正确．

②菁优网-jyeoo的展开式，通项为菁优网-jyeoo，令菁优网-jyeoor﹣3=0，可得r=2，常数项是第3项，不正确．

③在数列{an}中，a1=2，Sn是其前n项和且满足Sn+1=菁优网-jyeoo+2，可得Sn=菁优网-jyeooSn﹣1+2，两式相减可得an+1=菁优网-jyeooan，故数列{an}为等比数列，正确；

④f（x）=x2﹣x（﹣1≤x≤1），则f′（x）=2x﹣1∈[﹣3，1]，K的取值范围是[﹣3，1]，不正确．

故答案为①③．

【点评】本题考查命题的真假判断与应用，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．

**三、解答题（本大题共6小题，满分74分．第17-21题每题12分，第22题14分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．）**

17．（12分）（2017•江西一模）已知向量菁优网-jyeoo=（sinB，1﹣cosB），且与向量菁优网-jyeoo=（2，0）所成角为菁优网-jyeoo，其中A，B，C是△ABC的内角．

（Ⅰ）求角B的大小；

（Ⅱ）求sinA+sinC的取值范围．

【考点】两角和与差的正弦函数；数量积表示两个向量的夹角．

【专题】计算题．

【分析】（I）由菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo的夹角为菁优网-jyeoo，根据锐角三角函数定义列出关系式，利用半角公式及特殊角的三角函数值化简，求出tan菁优网-jyeoo的值，由B的范围，求出菁优网-jyeoo的范围，利用特殊角的三角函数值求出菁优网-jyeoo的度数，进而确定出B的度数，得到A+C的度数；

（II）由A+C的度数，表示出C，代入sinA+sinC中，利用两角和与差的正弦函数公式及特殊角的三角函数值化简，合并整理再利用两角和与差的正弦函数公式化为一个角的正弦函数，由A的范围求出这个角的范围，利用正弦函数的图象与性质求出正弦函数的值域，确定出sinA+sinC的范围即可．

【解答】解：（I）∵菁优网-jyeoo=（sinB，1﹣cosB），且与向量菁优网-jyeoo=（2，0）所成角为菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo=tan菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴tan菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

又0＜B＜π，

∴0＜菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，即B=菁优网-jyeoo，A+C=菁优网-jyeoo；…（6分）

（II）由（1）可得sinA+sinC=sinA+sin（菁优网-jyeoo﹣A）

=sinA+菁优网-jyeoocosA﹣菁优网-jyeoosinA

=菁优网-jyeoosinA+菁优网-jyeoocosA=sin（A+菁优网-jyeoo），

∵0＜A＜菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo＜A+菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo，

∴sin（A+菁优网-jyeoo）∈（菁优网-jyeoo，1]，

则sinA+sinC∈（菁优网-jyeoo，1]，当且仅当A=C=菁优网-jyeoo时，sinA+sinC=1．…（13分）

【点评】此题考查了两角和与差的正弦函数公式，半角公式，数量积表示两向量的夹角，正弦函数的定义域与值域，以及特殊角的三角函数值，熟练掌握公式是解本题的关键．

18．（12分）（2017•江西一模）.有甲、乙、丙、丁四支球队进行单循环比赛，最后据各队积分决出名次．规定每场比赛必须决出胜负，其中胜方积2分，负方积1分，已知球队甲与球队乙对阵，甲队取胜的概率为菁优网-jyeoo，与球队丙、丁对阵，甲队取胜的概率均为菁优网-jyeoo，且各场次胜负情况彼此没有影响．

（1）甲队至少胜一场的概率；

（2）求球队甲赛后积分ξ的概率分布和数学期望．

【考点】离散型随机变量的期望与方差；离散型随机变量及其分布列．

【专题】计算题；转化思想；综合法；概率与统计．

【分析】（1）甲队至少胜一场的对立事件是甲三场比赛全负，由此利用对立事件概率计算公式能求出甲队至少胜一场的概率．

（2）由题意知球队甲赛后积分ξ的可能取值为3，4，5，6，分别求出相应的概率，由此能求出ξ的分布列和数学期望．

【解答】解：（1）∵球队甲与球队乙对阵，甲队取胜的概率为菁优网-jyeoo，

与球队丙、丁对阵，甲队取胜的概率均为菁优网-jyeoo，

且各场次胜负情况彼此没有影响．

甲队至少胜一场的对立事件是甲三场比赛全负，

∴甲队至少胜一场的概率p=1﹣（1﹣菁优网-jyeoo）（1﹣菁优网-jyeoo）（1﹣菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo．

（2）由题意知球队甲赛后积分ξ的可能取值为3，4，5，6，

P（ξ=3）=（1﹣菁优网-jyeoo）（1﹣菁优网-jyeoo）（1﹣菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，

P（ξ=4）=菁优网-jyeoo（1﹣菁优网-jyeoo）（1﹣菁优网-jyeoo）+（1﹣菁优网-jyeoo）×菁优网-jyeoo×（1﹣菁优网-jyeoo）+（1﹣菁优网-jyeoo）×（1﹣菁优网-jyeoo）×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

P（ξ=5）=菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo×（1﹣菁优网-jyeoo）+（1﹣菁优网-jyeoo）×菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo×（1﹣菁优网-jyeoo）×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

P（ξ=6）=菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，

∴ξ的分布列为：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ξ | 3 | 4 | 5 | 6 |
| P | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |

菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查离散型随机变量的分布列和数学期望的求法，考查概率的求法及应用，考查考查推理论证能力、运算求解能力，考查转化化归思想，是中档题．

19．（12分）（2017•江西一模）设a∈R，函数f（x）=菁优网-jyeoo（ax2+a+1），其中e是自然对数的底数．

（1）判断f（x）在R上的单调性；

（2）当﹣1＜a＜0时，求f（x）在[1，2]上的最小值．

【考点】利用导数求闭区间上函数的最值；利用导数研究函数的单调性．

【专题】综合题．

【分析】（1）对函数f（x）进行求导然后整理成f′（x）=菁优网-jyeooe﹣x（﹣ax2+2ax﹣a﹣1）的形式，因为菁优网-jyeooe﹣x＞0，根据导函数大于0原函数单调递增，导函数小于0原函数单调递减通过讨论函数g（x）=﹣ax2+2ax﹣a﹣1值的情况来确定原函数的单调性．

（2）先根据a的范围确定导函数等于0的两根的范围，进而可判断函数在区间[1，2]上的单调性，最后可得到最小值．

【解答】解：（1）由已知f′（x）=﹣菁优网-jyeooe﹣x（ax2+a+1）+菁优网-jyeooe﹣x•2ax

=菁优网-jyeooe﹣x（﹣ax2+2ax﹣a﹣1）．

因为菁优网-jyeooe﹣x＞0，以下讨论函数g（x）=﹣ax2+2ax﹣a﹣1值的情况：

当a=0时，g（x）=﹣1＜0，即f′（x）＜0，所以f（x）在R上是减函数．

当a＞0时，g（x）=0的判别式△=4a2﹣4（a2+a）=﹣4a＜0，所以g（x）＜0，

即f′（x）＜0，所以f（x）在R上是减函数．

当a＜0时，g（x）=0有两个根x1，2=菁优网-jyeoo，并且菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo，

所以在区间（﹣∞，菁优网-jyeoo）上，g（x）＞0，即f'（x）＞0，f（x）在此区间上是增函数；

在区间（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）上，g（x）＜0，即f′（x）＜0，f（x）在此区间上是减函数．

在区间（菁优网-jyeoo，+∞）上，g（x）＞0，即f′（x）＞0，f（x）在此区间上是增函数．

综上，当a≥0时，f（x）在R上是减函数；

当a＜0时，f（x）在（﹣∞，菁优网-jyeoo）上单调递增，在（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）上单调递减，

在（菁优网-jyeoo，+∞）上单调递增．

（2）当﹣1＜a＜0时，菁优网-jyeoo=1+菁优网-jyeoo＜1，菁优网-jyeoo=1+菁优网-jyeoo＞2，

所以在区间[1，2]上，函数f（x）单调递减．

所以函数f（x）在区间[1，2]上的最小值为f（2）=菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查函数的单调性与其导函数的正负之间的关系、函数的最值问题．函数的最值和函数的单调性有紧密联系．判断较复杂函数的单调性，利用导函数的符号是基本方法．

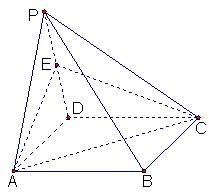
20．（12分）（2017•江西一模）如图，四棱锥P﹣ABCD的底面是矩形，侧面PAD是正三角形，且侧面PAD⊥底面ABCD，E 为侧棱PD的中点．

（1）求证：PB∥平面EAC；

（2）求证：AE⊥平面PCD；

（3）若AD=AB，试求二面角A﹣PC﹣D的正切值；

（4）当菁优网-jyeoo为何值时，PB⊥AC？



【考点】直线与平面平行的判定；直线与平面垂直的判定；与二面角有关的立体几何综合题．

【专题】综合题．

【分析】（1）连DB，设DB∩AC=O，面EAC内的直线OE与面外直线BP平行，即可证明PB∥平面EAC

（2）要证AE⊥平面PCD，可以证明面PDC⊥面PAD，再利用面面垂直的性质定理，证明AE⊥平面PCD．

（3）在PC上取点M使得菁优网-jyeoo．证出∠AME为二面角A﹣PC﹣D的平面角，在Rt△AEM中解即可．

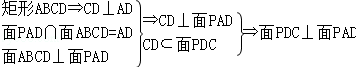
（4）设N为AD中点，连接PN，要使PB⊥AC，需且只需NB⊥AC，在矩形ABCD中，设AD=1，AB=x列方程并解即可．

【解答】解：（1）证明：连DB，设DB∩AC=O，则在矩形ABCD中，O为BD中点．

连EO．因为E为DP中点，所以，OE∥BP．

又因为OE⊂平面EAC，PB⊄平面EAC，

所以，PB∥平面EAC．

（2）

正三角形PAD中，E为PD的中点，所以，AE⊥PD，

又面PDC∩面PAD=PD，所以，AE⊥平面PCD．

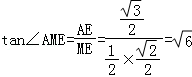
（3）在PC上取点M使得菁优网-jyeoo．

由于正三角形PAD及矩形ABCD，且AD=AB，所以PD=AD=AB=DC

所以，在等腰直角三角形DPC中，EM⊥PC，

连接AM，因为AE⊥平面PCD，所以，AM⊥PC．

所以，∠AME为二面角A﹣PC﹣D的平面角．

在Rt△AEM中，．

即二面角A﹣PC﹣D的正切值为菁优网-jyeoo．

（4）设N为AD中点，连接PN，则PN⊥AD．

又面PAD⊥底面ABCD，所以，PN⊥底面ABCD．

所以，NB为PB在面ABCD上的射影．

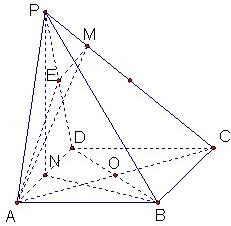
要使PB⊥AC，需且只需NB⊥AC

在矩形ABCD中，设AD=1，AB=x

则菁优网-jyeoo，

解之得：菁优网-jyeoo．

所以，当菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo时，PB⊥AC．



【点评】本题考查线面位置关系、线线位置关系、线面角的度量，考查分析解决问题、空间想象、转化、计算的能力与方程思想．

21．（12分）（2017•江西一模）设f（x）=菁优网-jyeoo（a＞0）为奇函数，且|f（x）|min=菁优网-jyeoo，数列{an}与{bn}满足如下关系：a1=2，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

（1）求f（x）的解析表达式；

（2）证明：当n∈N+时，有bn≤菁优网-jyeoo．

【考点】函数奇偶性的性质；数列递推式．

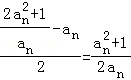
【专题】计算题；证明题；综合题；压轴题．

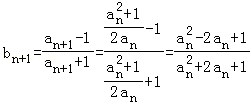
【分析】（1）利用f（x）为奇函数，且|f（x）|min=菁优网-jyeoo，求出a，b，c即可的f（x）的解析表达式

（2）先有f（x）的解析表达式，求得an与an+1的关系，在求出bn的通项公式，来证明

【解答】解：由f（x）是奇函数，得b=c=0，

由|f（x）min|=菁优网-jyeoo，得a=2，故f（x）=菁优网-jyeoo

（2）菁优网-jyeoo=，

=菁优网-jyeoo=bn2

∴bn=bn﹣12=bn﹣24═菁优网-jyeoo，而b1=菁优网-jyeoo

∴bn=菁优网-jyeoo

当n=1时，b1=菁优网-jyeoo，命题成立，

当n≥2时∵2n﹣1=（1+1）n﹣1=1+Cn﹣11+Cn﹣12++Cn﹣1n﹣1≥1+Cn﹣11=n

∴菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo，即bn≤菁优网-jyeoo．

【点评】研究函数的奇偶性必须先明确函数的定义域是否关于原点对称，在关于原点对称的基础上，再看f（x）与f（﹣x）的关系，相等为偶函数，相反为奇函数

22．（14分）（2017•江西一模）已知方向向量为菁优网-jyeoo的直线l过点A（菁优网-jyeoo）和椭圆菁优网-jyeoo的焦点，且椭圆C的中心O和椭圆的右准线上的点B满足：菁优网-jyeoo，|菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo|．

（1）求椭圆C的方程；

（2）设M、N是椭圆C上两个不同点，且M、N的纵坐标之和为1，记u为M、N的横坐标之积．问是否存在最小的常数m，使u≤m恒成立？若存在，求出m的值；若不存在，说明理由．

【考点】直线与椭圆的位置关系．

【专题】方程思想；转化思想；分析法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）方法一、由题意可得O点和B点关于直线l对称．求出直线l的方程和过原点垂直l的直线方程，解方程可得椭圆的右准线方程，由题意可得c=2，a2=6，b2=2，进而得到椭圆方程；

方法二、设原点关于直线l对称点为（p，q），由点关于直线对称的特点，解方程可得p=3，即有椭圆右准线方程，进而得到c=2，a2=6，b2=2，可得椭圆方程；

（2）若直线MN平行于y轴，不合题意．若直线MN不平行于y轴，设过M、N两点的直线方程为y=kx+b，联立椭圆方程，消去y，运用韦达定理，以及点满足直线方程，化简整理，可得0＜b＜4，求得u的函数，运用导数判断单调性，即可得到结论．

【解答】解：（1）解法一：由点B满足：菁优网-jyeoo，|菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo|．

可得O点和B点关于直线l对称．

直线l：y=菁优网-jyeoox﹣2菁优网-jyeoo①

过原点垂直l的直线方程为菁优网-jyeoo②

解①②得菁优网-jyeoo，

∵椭圆中心（0，0）关于直线l的对称点在椭圆C的右准线上，

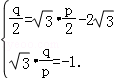
∴菁优网-jyeoo．

∵直线l过椭圆焦点，∴该焦点坐标为（2，0）．

∴c=2，a2=6，b2=2．

故椭圆C的方程为菁优网-jyeoo．

解法二：直线l：y=菁优网-jyeoox﹣2菁优网-jyeoo，

设原点关于直线l对称点为（p，q），则解得p=3．

∵椭圆中心（0，0）关于直线l的对称点在椭圆C的右准线上，∴菁优网-jyeoo．

∵直线l过椭圆焦点，∴该焦点坐标为（2，0）．

∴c=2，a2=6，b2=2．故椭圆C的方程为菁优网-jyeoo．

（2）若直线MN平行于y轴，则y1+y2=0，不合题意．

若直线MN不平行于y轴，设过M、N两点的直线方程为y=kx+b，

由菁优网-jyeoo得（2+6k2）x2+12kbx+6b2﹣12=0，

△=144k2b2﹣4（2+6k2）（6b2﹣12）＞0，即（2+6k2）﹣b2＞0①

设M （x1，y1），N （x2，y2），则菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo，

由已知菁优网-jyeoo，代入①得：4b﹣b2＞0，

即0＜b＜4，菁优网-jyeoo，

∵菁优网-jyeoo，∴u在（0，4）上是增函数，

∴菁优网-jyeoo，故不存在最小的常数m，使u≤m成立．

【点评】本题考查椭圆方程的求法，注意运用对称思想，以及椭圆的性质，考查存在性问题的解法，注意运用分类讨论思想方法和联立直线方程和椭圆方程，运用韦达定理，考查化简整理的运算能力，属于中档题．