**2017年江西省九江市理科数学一模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．（5分）（2017•九江一模）已知复数为纯虚数菁优网-jyeoo（i虚数单位），则实数a=（　　）

A．1 B．﹣1 C．2 D．﹣2

【考点】复数代数形式的乘除运算．

【专题】方程思想；转化思想；数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的运算法则、纯虚数的定义即可得出．

【解答】解：∵菁优网-jyeoo为纯虚数，

∴菁优网-jyeoo=0，菁优网-jyeoo≠0，

∴a=﹣1，

故选：B．

【点评】本题考查了复数的运算法则、纯虚数的定义，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

2．（5分）（2017•九江一模）已知集合M={x|x2≤1}，N={x|log2x＜1}，则M∩N=（　　）

A．[﹣1，2） B．[﹣1，1] C．（0，1] D．（﹣∞，2）

【考点】交集及其运算．

【专题】集合思想；定义法；集合．

【分析】解不等式求出集合M，求函数定义域得出集合N，再根据交集的定义写出M∩N．

【解答】解：集合M={x|x2≤1}={x|﹣1≤x≤1}，

N={x|log2x＜1}={x|0＜x＜2}，

则M∩N={x|0＜x≤1}．

故选：C．

【点评】本题考查了集合的化简与运算问题，是基础题目．

3．（5分）（2017•九江一模）设等比数列{an}的前n项和为Sn，且满足a6=8a3，则菁优网-jyeoo=（　　）

A．4 B．5 C．8 D．9

【考点】等比数列的前n项和．

【专题】计算题；转化思想；定义法；等差数列与等比数列．

【分析】由a6=8a3，利用等比数列项公式q=2，由此能求出菁优网-jyeoo．

【解答】解：∵等比数列{an}的前n项和为Sn，且满足a6=8a3，

∴菁优网-jyeoo=q3=8，解得q=2，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=1+q3=9．

故选：D．

【点评】本题考查等差数列的前6项和与前3项和的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意等差数列的性质的合理运用．

4．（5分）（2017•九江一模）掷一枚均匀的硬币4次，出现正面向上的次数不少于反面向上的次数的概率为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】古典概型及其概率计算公式．

【专题】计算题；函数思想；定义法；概率与统计．

【分析】先求出基本事件总数n=24=16，再求出出现正面向上的次数不少于反面向上的次数包含的基本事件个数，由此能求出出现正面向上的次数不少于反面向上的概率．

【解答】解：掷一枚均匀的硬币4次，基本事件总数n=24=16，

出现正面向上的次数不少于反面向上的次数包含的基本事件个数为：

m=菁优网-jyeoo=11，

∴出现正面向上的次数不少于反面向上的概率P=菁优网-jyeoo．

故选：D．

【点评】本题考查概率的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意等可能事件概率计算公式的合理运用．

5．（5分）（2017•九江一模）若双曲线mx2+2y2=2的虚轴长为4，则该双曲线的焦距为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】双曲线的简单性质．

【专题】计算题；方程思想；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】根据题意，将双曲线的方程变形可得菁优网-jyeoo，由双曲线的几何性质，分析可得菁优网-jyeoo，代入双曲线的方程可得双曲线的标准方程，计算可得c的值，由焦距的定义即可得答案．

【解答】解：根据题意，双曲线的方程为：mx2+2y2=2，变形可得菁优网-jyeoo，

又由其虚轴长为4，则有菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo，

则双曲线的标准方程为：y2﹣菁优网-jyeoo=1，

其中c=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，则双曲线的焦距2c=菁优网-jyeoo，

故选A．

【点评】本题考查双曲线的几何性质，关键是利用双曲线的标准方程，求出m的值．

6．（5分）（2017•九江一模）已知函数f（x）=菁优网-jyeoo，给出下列两个命题：命题p：∃m∈（﹣∞，0），方程f（x）=0有实数解；命题q：当m=菁优网-jyeoo时，f（f（﹣1））=0，则下列命题为真命题的是（　　）

A．p∧q B．（￢p）∧q C．p∧（￢q） D．（￢p）∧（￢q）

【考点】命题的真假判断与应用．

【专题】探究型；定义法；简易逻辑．

【分析】根据已知中的分段函数，分别判断命题p，q的真假，进而根据复合命题真假判断的真值表，可得答案．

【解答】解：∵函数f（x）=菁优网-jyeoo，

当x＜0时，f（x）=2x∈（0，1），不存在满足f（x）=0的x值；

当x≥0时，f（x）=0时，m=x2∈[0，+∞），

故命题p为假命题．

当m=菁优网-jyeoo时，f（f（﹣1））=f（菁优网-jyeoo）=0

∴命题q为真命题，

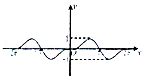
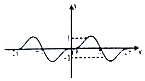
故命题p∧q，p∧（￢q），（￢p）∧（￢q）均为假命题，

（￢p）∧q为真命题，

故选B．

【点评】本题以命题的真假判断与应用为载体，考查了复合命题，分段函数的图象和性质，难度中档．

7．（5分）（2017•九江一模）函数f（x）=（1﹣cosx）•sinx，x∈[﹣2π，2π]的图象大致是（　　）

A． B． C． D．

【考点】函数的图象．

【专题】综合题；数形结合；数形结合法；函数的性质及应用．

【分析】利用排除法，即可求解．

【解答】解：函数f（x）为奇函数，故排除B．

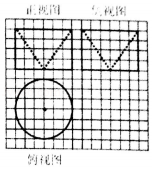
又x∈（0，π）时，f（x）＞0，故排除D．

又f（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo＞1，故排除A．

故选C．

【点评】本题考查函数的图象，考查排除法的运用，属于中档题．

8．（5分）（2017•九江一模）如图所示，网格纸上小正方形的边长为1，粗线画出的是某一无上盖几何体的三视图，则该几何体的表面积等于（　　）



A．39π B．48π C．57π D．63π

【考点】棱柱、棱锥、棱台的体积．

【专题】计算题；数形结合；空间位置关系与距离；立体几何．

【分析】由已知中的三视图可得：该几何体为圆柱中挖去一个圆锥，画出直观图，数形结合可得答案．

【解答】解：该几何体直观图为圆柱中挖去一个圆锥，如图所示，



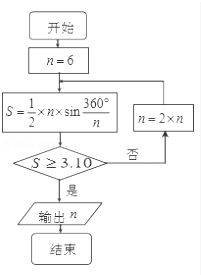
∴该几何体的表面积为S=菁优网-jyeoo=48π，

故选B．

【点评】本题考查的知识点是圆柱的体积和表面积，圆锥的体积和表面积，简单几何体的三视图，难度中档．

9．（5分）（2017•汉中二模） 公元263年左右，我国数学家刘徽发现当圆内接正多边形的边数无限增加时，多边形面积可无限逼近圆的面积，并创立了“割圆术”．利用“割圆术”刘徽得到了圆周率精确到小数点后两位的近似值3.14，这就是著名的“徽率”．如图是利用刘徽的“割圆术”思想设计的一个程序框图，则输出n的值为（　　）

（参考数据：菁优网-jyeoo≈1.732，sin15°≈0.2588，sin7.5°≈0.1305）



A．12 B．24 C．36 D．48

【考点】程序框图．

【专题】计算题；图表型；试验法；算法和程序框图．

【分析】列出循环过程中S与n的数值，满足判断框的条件即可结束循环．

【解答】解：模拟执行程序，可得：

n=6，S=3sin60°=菁优网-jyeoo，

不满足条件S≥3.10，n=12，S=6×sin30°=3，

不满足条件S≥3.10，n=24，S=12×sin15°=12×0.2588=3.1056，

满足条件S≥3.10，退出循环，输出n的值为24．

故选：B．

【点评】本题考查循环框图的应用，考查了计算能力，注意判断框的条件的应用，属于基础题．

10．（5分）（2017•九江一模）设x，y满足约束条件菁优网-jyeoo，若z=ax+2y仅在点（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）处取得最大值，则a的值可以为（　　）

A．﹣8 B．﹣4 C．4 D．8

【考点】简单线性规划．

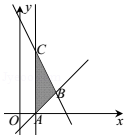
【专题】计算题；数形结合；转化思想；不等式．

【分析】画出约束条件的可行域，求出顶点坐标，利用z=ax+2y仅在点（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）处取得最大值，利用斜率关系求解即可．

【解答】解：如图所示，约束条件菁优网-jyeoo所表示的区域为图中阴影部分：其中A（1，0），B（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），C（1，4），

依题意z=ax+2y仅在点（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）处取得最大值，可得菁优网-jyeoo，即，a＞4．

故选：D．



【点评】本题考查线性规划的应用，利用z的几何意义，通过数形结合是解决本题的关键．

11．（5分）（2017•九江一模）在平面直角坐标系xOy中，已知椭圆菁优网-jyeoo的上下顶点分别为A，B，右顶点为C，右焦点为F，延长BF与AC交于点P，若O，F，P，A四点共圆，则该椭圆的离心率为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】椭圆的简单性质．

【专题】转化思想；转化法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

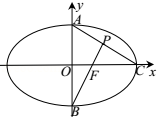
【分析】由O，F，P，A四点共圆得菁优网-jyeoo，即AC⊥BP，∴菁优网-jyeoo，b2=ac，e2+e﹣1=0

【解答】解：如图所示，∵O，F，P，A四点共圆，菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo，

即AC⊥BP，∴菁优网-jyeoo，

∴b2=ac，a2﹣c2=ac，∴e2+e﹣1=0，菁优网-jyeoo，

故选C．



【点评】本题考查了椭圆的离心率，运用平面几何知识及椭圆定义是解题关键，属于基础题．

12．（5分）（2017•九江一模）已知函数f（x）=菁优网-jyeoo，若关于x的不等式f2（x）+af（x）＞0恰有两个整数解，则实数a的取值范围是（　　）

A．（﹣菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo） B．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）

C．（﹣菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo] D．（﹣1，﹣菁优网-jyeoo]

【考点】利用导数研究函数的单调性．

【专题】综合题；函数思想；转化法；导数的综合应用．

【分析】求出原函数的导函数，得到函数f（x）的单调区间，再由f2（x）+af（x）＞0求得f（x）的范围，结合函数f（x）的单调性可得使不等式f2（x）+af（x）＞0恰有两个整数解的实数a的取值范围．

【解答】解：∵f′（x）=菁优网-jyeoo，

∴f（x）在（0，1）上单调递增，在（1，+∞）上单调递减，

当a＞0时，f2（x）+af（x）＞0⇔f（x）＜﹣a或f（x）＞0，此时不等式f2（x）+af（x）＞0有无数个整数解，不符合题意；

当a=0时，f2（x）+af（x）＞0⇔f（x）≠0，此时不等式f2（x）+af（x）＞0有无数个整数解，不符合题意；

当a＜0时，f2（x）+af（x）＞0⇔f（x）＜0或f（x）＞﹣a，要使不等式f2（x）+af（x）＞0恰有两个整数解，必须满足

f（3）≤﹣a＜f（2），得菁优网-jyeoo＜a≤菁优网-jyeoo，

故选：C．

【点评】本题考查利用导数研究函数的单调性，考查一元二次不等式的解法，体现了分类讨论的数学思想方法，属中档题．

**二、填空题（每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上）**

13．（5分）（2017•九江一模）已知菁优网-jyeoo为单位向量，若|菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo|，则菁优网-jyeoo在菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo方向上的投影为　菁优网-jyeoo　．

【考点】平面向量数量积的运算．

【专题】对应思想；定义法；平面向量及应用．

【分析】由|菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo|得出菁优网-jyeoo⊥菁优网-jyeoo，再由菁优网-jyeoo、菁优网-jyeoo是单位向量得出菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo的夹角为45°，由投影的定义写出运算结果即可．

【解答】解：∵菁优网-jyeoo为单位向量，且|菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo|，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

化简得菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=0，

∴菁优网-jyeoo⊥菁优网-jyeoo；

∴菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo的夹角为45°，

∴菁优网-jyeoo在菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo方向上的投影为

|菁优网-jyeoo|cos45°=1×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了平面向量的数量积与投影的定义和应用问题，是基础题目．

14．（5分）（2017•九江一模）二项式（x3﹣菁优网-jyeoo）6的展开式中含x﹣2项的系数是　﹣192　．

【考点】二项式系数的性质．

【专题】对应思想；定义法；二项式定理．

【分析】利用二项式展开式的通项公式，令x的指数等于﹣2，求出r的值，即可求出展开式中含x﹣2项的系数．

【解答】解：二项式（x3﹣菁优网-jyeoo）6展开式的通项公式为：

Tr+1=菁优网-jyeoo•（x3）6﹣r•菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo•（﹣2）r•x18﹣4r，

令18﹣4r=﹣2，得r=5，

∴展开式中含x﹣2项的系数是：

菁优网-jyeoo•（﹣2）5=﹣192．

故答案为：﹣192．

【点评】本题考查了二项式展开式通项公式的应用问题，是基础题目．

15．（5分）（2017•九江一模）已知A，B，C是球O的球面上三点，若三棱锥O﹣ABC体积的最大值为1，则球O的体积为　8π　．

【考点】球的体积和表面积．

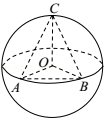
【专题】综合题；方程思想；演绎法；空间位置关系与距离．

【分析】当点C位于垂直于面AOB的直径端点且∠AOB=90°时，三棱锥O﹣ABC的体积最大，利用三棱锥O﹣ABC体积的最大值为1，求出半径，即可求出球O的体积．

【解答】解：如图所示，当点C位于垂直于面AOB的直径端点且∠AOB=90°时，三棱锥O﹣ABC的体积最大，设球O的半径为R，此时VO﹣ABC=VC﹣AOB=菁优网-jyeoo=1，

∴R3=6，则球O的体积为菁优网-jyeoo=8π．

故答案为8π．



【点评】本题考查球的半径，考查体积的计算，确定点C位于垂直于面AOB的直径端点时，三棱锥O﹣ABC的体积最大是关键．

16．（5分）（2017•九江一模）已知数列{an}为等差数列，a1=1，an＞0，其前n项和为Sn，且数列菁优网-jyeoo也为等差数列，设bn=菁优网-jyeoo，则数列{bn}的前n项和Tn=　1﹣菁优网-jyeoo　．

【考点】数列的求和．

【专题】方程思想；作差法；等差数列与等比数列．

【分析】设等差数列{an}的公差为d（d≥0），数列菁优网-jyeoo为等差数列，取前3项成等差数列，解方程可得d=2，运用等差数列的通项公式和求和公式，可得an，求得bn=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，运用数列的求和方法：裂项相消求和，化简整理即可得到所求和．

【解答】解：设等差数列{an}的公差为d（d≥0），

∵菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo成等差数列，

∴菁优网-jyeoo，解得d=2，

∴an=1+（n﹣1）×2=2n﹣1，

Sn=菁优网-jyeoo=n2，菁优网-jyeoo=n，故数列菁优网-jyeoo为等差数列，

bn=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，

则前n项和Tn=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo

=1﹣菁优网-jyeoo．

故答案为：1﹣菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查等差数列的通项公式和求和公式的运用，考查数列的求和方法：裂项相消求和，以及化简整理的运算能力，属于中档题，

**三、解答题（本大题共5小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）**

17．（12分）（2017•九江一模）在△ABC中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，已知3b=4c，B=2C．

（Ⅰ）求sinB的值；

（Ⅱ）若b=4，求△ABC的面积．

【考点】余弦定理；正弦定理．

【专题】计算题；转化思想；综合法；解三角形．

【分析】（Ⅰ）由已知及二倍角的正弦函数公式，正弦定理得6sinCcosC=4sinC，由于sinC≠0，可求cosC，进而可求sinC，sinB的值．

（Ⅱ）解法一：由已知可求c，利用二倍角的余弦函数公式可求cosB，利用三角形内角和定理，两角和的正弦函数公式可求sinA，进而利用三角形面积公式即可得解；

解法二：由已知可求c，由余弦定理解得a，分类讨论，利用三角形面积公式即可计算得解．

【解答】解：（Ⅰ）由3b=4c及正弦定理得3sinB=4sinC，

∵B=2C，

∴3sin2C=4sinC，即6sinCcosC=4sinC，

∵C∈（0，π），

∴sinC≠0，

∴cosC=菁优网-jyeoo，sinC=菁优网-jyeoo，

∴sinB=菁优网-jyeoosinC=菁优网-jyeoo．

（Ⅱ）解法一：由3b=4c，b=4，得c=3且cosB=cos2C=2cos2C﹣1=﹣菁优网-jyeoo，

∴sinA=sin（B+C）=sinBcosC+cosBsinC=菁优网-jyeoo+（﹣菁优网-jyeoo）×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴S△ABC=菁优网-jyeoobcsinA=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

解法二：由3b=4c，b=4，得c=3，

由余弦定理c2=a2+b2﹣2abcosC，得32=a2+42﹣2a×菁优网-jyeoo，

解得a=3或a=菁优网-jyeoo，

当a=3时，则△ABC为等腰三角形A=C，又A+B+C=180°，得C=45°，与cosC=菁优网-jyeoo矛盾，舍去，

∴a=菁优网-jyeoo，

∴S△ABC=菁优网-jyeooabsinC=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查了二倍角的正弦函数公式，正弦定理，二倍角的余弦函数公式，三角形内角和定理，两角和的正弦函数公式，三角形面积公式在解三角形中的应用，考查了转化思想和分类讨论思想，属于基础题．

18．（12分）（2017•九江一模）在高三一次数学测验后，某班对选做题的选题情况进行了统计，如表．

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 坐标系与参数方程 | | 不等式选讲 | |
| 人数及均分 | 人数 | 均分 | 人数 | 均分 |
| 男同学 | 14 | 8 | 6 | 7 |
| 女同学 | 8 | 6.5 | 12 | 5.5 |

（Ⅰ）求全班选做题的均分；

（Ⅱ）据此判断是否有90%的把握认为选做《坐标系与参数方程》或《不等式选讲》与性别有关？

（Ⅲ）已知学习委员甲（女）和数学科代表乙（男）都选做《不等式选讲》．若在《不等式选讲》中按性别分层抽样抽取3人，记甲乙两人被选中的人数为，求的数学期望．

参考公式：菁优网-jyeoo，n=a+b+c+d．

下面临界值表仅供参考：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| P（K2≥k0） | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
| k0 | 2.072 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

【考点】独立性检验的应用；离散型随机变量的期望与方差．

【专题】对应思想；数学模型法；概率与统计．

【分析】（Ⅰ）根据表中数据，计算全班选做题的平均分即可；

（Ⅱ）由表中数据计算观测值，对照临界值表得出结论；

（Ⅲ）计算学习委员甲被抽取的概率和数学科代表乙被抽取的概率，

从而得出甲乙两人均被选中的概率．

【解答】解：（Ⅰ）根据表中数据，计算全班选做题的平均分为

菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo×（14×8+8×6.5+6×7+12×5.5）=6.8．

（Ⅱ）由表中数据计算观测值：

菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo≈3.636＞2.706，

所以，据此统计有90%的把握认为

选做《坐标系与参数方程》或《不等式选讲》与性别有关．

（Ⅲ）学习委员甲被抽取的概率为菁优网-jyeoo，

设《不等式选讲》中6名男同学编号为乙，1，2，3，4，5；

从中随机抽取2人，共有15种抽法：

乙与1，乙与2，乙与3，乙与4，乙与5，

1与2，1与3，1与4，1与5，2与3，

2与4，2与5，3与4，3与5，4与5，

数学科代表乙被抽取的有5种：

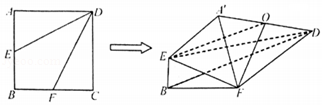
乙与1，乙与2，乙与3，乙与4，乙与5，

数学科代表乙被抽取的概率为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴甲乙两人均被选中的概率为菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了对立性检验和列举法计算古典概型的概率问题，是基础题目．

19．（12分）（2017•九江一模）如图所示，在边长为2的正方形ABCD中，点E，F分别是AB，BC的中点，将△AED，△DCF分别沿DE，DF折起，使A，C两点重合于点A′，O为A′D的中点，连接EF，EO，FO．



（Ⅰ）求证：A′D⊥EF；

（Ⅱ）求直线BD与平面OEF所成角的正弦值．

【考点】直线与平面所成的角；空间中直线与直线之间的位置关系．

【专题】综合题；转化思想；演绎法；空间位置关系与距离；空间角．

【分析】（Ⅰ）通过证明A'D⊥A'E，A'D⊥A'F，推出A'D⊥平面A'EF，然后证明A'D⊥EF．

（Ⅱ）说明A'E⊥A'F，A'D⊥平面A'EF，以A'E，A'F，A'D为x，y，z轴建立如图所示的空间直角坐标系A'﹣xyz，求出相关点的坐标，求出平面OEF的一个法向量，然后利用空间向量的数量积求解直线BD与平面OEF所成角的正弦值即可．

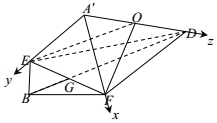
【解答】解：（Ⅰ）在正方形ABCD中，有AD⊥AE，CD⊥CF

则A′D⊥A′E，A′D⊥A′F…（4分）

又A′E∩A′F=A′

∴A′D⊥平面A′EF…（6分）

而EF⊂平面A′EF，∴A′D⊥EF．



（Ⅱ）∵正方形ABCD的边长为2，点E是AB的中点，点F是BC的中点，

∴BE=BF=A′E=A′F=1

∴EF=菁优网-jyeoo，∴A′E2+A′F2=EF2，∴A′E⊥A′F

由（Ⅰ）得A′D⊥平面A′EF，

∴分别以A′E，A′F，A′D为x，y，z轴建立如图所示的空间直角坐标系A′﹣xyz，…（9分）

则A′（0，0，0），F（1，0，0），E（0，1，0），D（0，0，2），

设EF与BD相交于G，则G为EF的中点，

∴O（0，0，1），G（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，0），菁优网-jyeoo=（0，1，﹣1），菁优网-jyeoo=（1，0，﹣1），菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，﹣2），

设平面OEF的一个法向量为菁优网-jyeoo=（x，y，z），则由菁优网-jyeoo，可取菁优网-jyeoo=（1，1，1），

令直线DG与平面OEF所成角为α，∴sinα=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

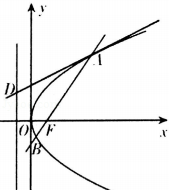
∴直线BD与平面OEF所成角的正弦值菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查空间向量数量积的应用，直线与平面所成角的求法，直线与平面垂直的判定定理的应用，考查空间想象能力以及逻辑推理能力．

20．（12分）（2017•九江一模）如图所示，抛物线C：y2=2px（p＞0）的焦点为F，过点F且斜率存在的直线l交抛物线C于A，B两点，已知当直线l的斜率为1时，|AB|=8．

（Ⅰ）求抛物线C的方程；

（Ⅱ）过点A作抛物线C的切线交直线x=菁优网-jyeoo于点D，试问：是否存在定点M在以AD为直径的圆上？若存在，求点M的坐标；若不存在，请说明理由．



【考点】直线与抛物线的位置关系．

【专题】综合题；方程思想；判别式法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（Ⅰ）由题意设出直线l的方程，与抛物线方程联立，再由抛物线的焦点弦长公式列式求得p，则抛物线方程可求；

（Ⅱ）设出A的坐标，得到过A点的切线方程，与抛物线方程联立，利用判别式等于0把切线的斜率用A的纵坐标表示，进一步求得D点坐标，得到以AD为直径的圆的方程，从而得到存在定点M（1，0）在以AD为直径的圆上．

【解答】解：（Ⅰ）由题意可得，直线l的方程为y=x﹣菁优网-jyeoo，

联立方程菁优网-jyeoo，消去y整理得菁优网-jyeoo，

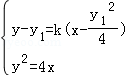
设A（x1，y1），B（x2，y2），则x1+x2=3p，

故|AB|=x1+x2+p=4p=8，∴p=2，

∴抛物线C方程为y2=4x；

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，直线x=﹣菁优网-jyeoo即x=﹣1，A（菁优网-jyeoo）（y1≠0），

设切线方程为菁优网-jyeoo，

联立方程，消去x得：菁优网-jyeoo，

∵△=菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo，即k=菁优网-jyeoo，

∴切线方程为菁优网-jyeoo，则4x﹣菁优网-jyeoo，

令x=﹣1，得菁优网-jyeoo，即D（﹣1，菁优网-jyeoo），

∴以AD为直径的圆为菁优网-jyeoo，

由抛物线的对称性，若以AD为直径的圆经过定点，则此定点一定在x轴上，

∴令y=0，得菁优网-jyeoo，得x=1，

故存在定点M（1，0）在以AD为直径的圆上．

【点评】本题考查抛物线的简单性质，考查直线与圆、直线与抛物线位置关系的应用，考查计算能力，属中档题．

21．（12分）（2017•九江一模）设函数f（x）=e2x，g（x）=kx+1（k∈R）．

（Ⅰ）若直线y=g（x）和函数y=f（x）的图象相切，求k的值；

（Ⅱ）当k＞0时，若存在正实数m，使对任意x∈（0，m），都有|f（x）﹣g（x）|＞2x恒成立，求k的取值范围．

【考点】利用导数求闭区间上函数的最值；利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】函数思想；转化法；导数的综合应用．

【分析】（Ⅰ）设切线的坐标为（t，e2t），得到（1﹣2t）e2t=1，令h（x）=（1﹣x）ex，根据函数的单调性求出k的值即可；

（Ⅱ）通过讨论k的范围，结合对任意x∈（0，m），都有|f（x）﹣g（x）|＞2x恒成立以及函数的单调性求出对应的函数的单调区间，求出k的具体范围即可．

【解答】解：（Ⅰ）设切线的坐标为（t，e2t），由f（x）=e2x得f′（x）=2e2x，

∴切线方程为y﹣e2t=2e2t（x﹣t），即y=2e2tx+（1﹣2t）e2t，

由已知y=2e2tx+（1﹣2t）e2t和y=kx+1为同一条直线，

∴2e2t=k，（1﹣2t）e2t=1，

令h（x）=（1﹣x）ex，则h′（x）=﹣xex，

当x∈（﹣∞，0）时，h′（x）＞0，h（x）单调递增，

当x∈（0，+∞）时，h′（x）＜0，h（x）单调递减，

∴h（x）≤h（0）=1，

当且仅当x=0时等号成立，

∴t=0，k=2，

（Ⅱ）①当k＞2时，由（Ⅰ）知：

存在x＞0，使得对于任意x∈（0，x0），都有f（x）＜g（x），

则不等式|f（x）﹣g（x）|＞2x等价于g（x）﹣f（x）＞2x，

即（k﹣2）x+1﹣e2x＞0，

设t（x）=（k﹣2）x+1﹣e2x，t′（x）=k﹣2﹣2e2x，

由t′（x）＞0，得：x＜菁优网-jyeooln菁优网-jyeoo，由t′（x）＜0，得：x＞菁优网-jyeooln菁优网-jyeoo，

若2＜k≤4，菁优网-jyeooln菁优网-jyeoo≤0，∵（0，x0）⊆（菁优网-jyeooln菁优网-jyeoo，+∞），

∴t（x）在（0，x0）上单调递减，注意到t（0）=0，

∴对任意x∈（0，x0），t（x）＜0，与题设不符，

若k＞4，菁优网-jyeooln菁优网-jyeoo＞0，（0，菁优网-jyeooln菁优网-jyeoo）⊆（﹣∞，菁优网-jyeooln菁优网-jyeoo），

∴t（x）在（0，菁优网-jyeooln菁优网-jyeoo）上单调递增，

∵t（0）=0，∴对任意x∈（0，菁优网-jyeooln菁优网-jyeoo），t（x）＞0，符合题意，

此时取0＜m≤min{x0，菁优网-jyeooln菁优网-jyeoo}，可得对任意x∈（0，m），都有|f（x）﹣g（x）|＞2x，

②当0＜k≤2时，由（Ⅰ）知e2x﹣（2x+1）≥0，（x＞0），

f（x）﹣g（x）=e2x﹣（2x+1）+（2﹣k）x≥（2﹣k）x≥0对任意x＞0都成立，

∴|f（x）﹣g（x）|＞2x等价于e2x﹣（k+2）x﹣1＞0，

设φ（x）=e2x﹣（k+2）x﹣1，则φ′（x）=2e2x﹣（k+2），

由φ′（x）＞0，得x＞菁优网-jyeooln菁优网-jyeoo＞0，φ′（x）＜0得x＜菁优网-jyeooln菁优网-jyeoo，

∴φ（x）在（0，菁优网-jyeooln菁优网-jyeoo）上单调递减，注意到φ（0）=0，

∴对任意x∈（0，菁优网-jyeooln菁优网-jyeoo），φ（x）＜0，不符合题设，

综上所述，k的取值范围为（4，+∞）．

【点评】本题考查了切线方程问题，考查函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及分类讨论思想、转化思想、是一道综合题．

**请考生在22、23两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22．（10分）（2017•九江一模）在直角坐标系xOy中，已知直线l：菁优网-jyeoo（t为参数）与椭圆C：菁优网-jyeoo（θ为参数）相交于不同的两点A，B．

（Ⅰ）若菁优网-jyeoo，求线段AB中点M的坐标；

（Ⅱ）若菁优网-jyeoo，其中为椭圆的右焦点P，求直线l的斜率．

【考点】直线与椭圆的位置关系．

【专题】计算题；转化思想；综合法；圆锥曲线中的最值与范围问题．

【分析】（Ⅰ）将椭圆C化为普通方程得菁优网-jyeoo，当菁优网-jyeoo时，设点M对应的参数为t0，直线l代入方程菁优网-jyeoo+y2=1，得菁优网-jyeoo，由此能求出点M的坐标．

（Ⅱ）菁优网-jyeoo，将l：菁优网-jyeoo代入方程菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo，由此利用弦长公式能求出直线l的斜率．

【解答】解：（Ⅰ）将椭圆C：菁优网-jyeoo化为普通方程得菁优网-jyeoo，

当菁优网-jyeoo时，设点M对应的参数为t0，

直线l的参数方程为（t为参数），

代入方程菁优网-jyeoo+y2=1中，并整理得菁优网-jyeoo，

设直线l上的点A，B对应的参数分别为t1，t2，菁优网-jyeoo，

则菁优网-jyeoo，

∴点M的坐标为菁优网-jyeoo．

（Ⅱ）菁优网-jyeoo，将l：菁优网-jyeoo代入方程菁优网-jyeoo中，

得菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

∴|AB|=|t1|+|t2|=|t1﹣t2|=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo，

由菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo，

菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

∴直线l的斜率为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查线段中点坐标的求法，考查直线的斜率的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意椭圆、参数方程、直线性质的合理运用．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•九江一模）已知函数f（x）=2|x﹣1|﹣a，g（x）=﹣|x+m|（a，m∈R），若关于x的不等式g（x）＞﹣1的整数解有且仅有一个值为﹣3．

（Ⅰ）求实数m的值；

（Ⅱ）若函数y=f（x）的图象恒在函数y=g（x）的图象上方，求实数a的取值范围．

【考点】绝对值三角不等式．

【专题】转化思想；综合法；不等式的解法及应用．

【分析】（Ⅰ）由条件解绝对值不等式可得﹣1﹣m＜x＜1﹣m，再根据不等式的整数解有且仅有一个值为﹣3，可得﹣4≤﹣1﹣m＜﹣3＜1﹣m≤﹣2，由此求得m的值．

（Ⅱ）由题意可得2|x﹣1|+|x+3|＞a对任意x∈R恒成立，利用分段函数的性质求得2|x﹣1|+|x+3|的最小值，可得a的范围．

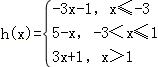
【解答】解：（Ⅰ）由g（x）＞﹣1，即﹣|x+m|＞﹣1，|x+m|＜1，∴﹣1﹣m＜x＜1﹣m，

∵不等式的整数解有且仅有一个值为﹣3，则﹣4≤﹣1﹣m＜﹣3＜1﹣m≤﹣2，

解得m=3．

（Ⅱ）因为y=f（x）的图象恒在函数y=g（x）的图象上方，故f（x）﹣g（x）＞0，

∴2|x﹣1|+|x+3|＞a对任意x∈R恒成立，

设h（x）=2|x﹣1|+|x+3|，则，

∴h（x）在（﹣∞，1）单调递减，在（1，+∞）单调递增，

∴当x=1时，h（x）取得最小值4，

∴4＞a，

∴实数a的取值范围是（﹣∞，4）．

【点评】本题主要考查绝对值不等式的解法，函数的恒成立问题，分段函数的应用，属于中档题．