**2017年江西省赣州市理科数学一模试卷（Word版含解析）**

**一、选择题（本题共12个小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）**

1．（5分）（2017•赣州一模）sin15°+cos165°的值为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】两角和与差的正弦函数；两角和与差的余弦函数．

【专题】计算题．

【分析】利用诱导公式，把要求的式子化为 sin15°﹣cos15°=sin（45°﹣30°）﹣cos（45°﹣30°），再利用两角差的正弦、余弦公式，进一步展开运算求得结果．

【解答】解：sin15°+cos165°=sin15°﹣cos15°=sin（45°﹣30°）﹣cos（45°﹣30°）

=sin45°cos30°﹣cos45°sin30°﹣cos45°cos30°﹣sin45°sin30°

=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选B．

【点评】本题主要考查两角和差的正弦、余弦公式的应用，以及诱导公式的应用，属于中档题．

2．（5分）（2017•赣州一模）设命题p：函数y=f（x）不是偶函数，命题q：函数y=f（x）是单调函数，则p是q的（　　）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

【考点】必要条件、充分条件与充要条件的判断．

【专题】转化思想；函数的性质及应用；简易逻辑．

【分析】由q⇒p，反之不成立．例如取f（x）=（x﹣1）2不是偶函数，但是此函数在R上不单调．

【解答】解：命题p：函数y=f（x）不是偶函数，命题q：函数y=f（x）是单调函数，

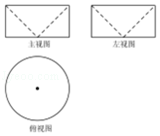
则q⇒p，反之不成立．例如f（x）=（x﹣1）2不是偶函数，但是此函数在R上不单调．

则p是q的必要不充分条件．

故选：B．

【点评】本题考查了函数的奇偶性单调性、简易逻辑的判定方法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

3．（5分）（2017•赣州一模）如图是一个几何体挖去另一个几何体所得的三视图，若主视图中长方形的长为2，宽为1，则该几何体的体积为（　　）



A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】由三视图求面积、体积．

【专题】综合题；转化思想；演绎法；空间位置关系与距离．

【分析】由题意，几何体是圆柱挖去圆锥所得，利用圆柱、圆锥的体积公式可得体积．

【解答】解：由题意，几何体是圆柱挖去圆锥所得，体积为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选C．

【点评】本题考查由三视图求体积，考查学生分析解决问题的能力，确定直观图的形状是关键．

4．（5分）（2017•赣州一模）抛物线C：y2=2px（p＞0）的焦点为F，A是C上一点，若A到F的距离是A到y轴距离的两倍，且三角形OAF的面积为1（O为坐标原点），则p的值为（　　）

A．1 B．2 C．3 D．4

【考点】抛物线的简单性质．

【专题】综合题；方程思想；演绎法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】根据A是C上一点，若A到F的距离是A到y轴距离的两倍，且三角形OAF的面积为1，建立方程，即可求出p的值．

【解答】解：设A（a，b），则b2=2pa，菁优网-jyeoo=1，a+菁优网-jyeoo=2a，

解得p=2，

故选B．

【点评】本题考查抛物线的方程与性质，考查学生的计算能力，属于基础题．

5．（5分）（2017•赣州一模）若（菁优网-jyeoox﹣2y）2n+1的展开式中前n+1项的二项式系数之和为64，则该展开式中x4y3的系数是（　　）

A．﹣菁优网-jyeoo B．70 C．菁优网-jyeoo D．﹣70

【考点】二项式系数的性质．

【专题】转化思想；定义法；二项式定理．

【分析】根据（菁优网-jyeoox﹣2y）2n+1展开式中前n+1项的二项式系数之和等于后n+1项的和，

求出n的值，再利用展开式的通项公式求出x4y3的系数．

【解答】解：（菁优网-jyeoox﹣2y）2n+1展开式中共有2n+2项，

其前n+1项的二项式系数之和等于后n+1项和，

∴22n+1=64×2，解得n=3；

∴（菁优网-jyeoox﹣2y）7展开式中通项公式为

Tr+1=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo•（﹣2y）r，

令r=3，得展开式中x4y3的系数是

菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo•（﹣2）3=﹣菁优网-jyeoo．

故选：A．

【点评】本题考查了二项式展开式的通项公式与二项式系数的应用问题，是基础题．

6．（5分）（2017•赣州一模）二战中盟军为了知道德国“虎式”重型坦克的数量，采用了两种方法，一种是传统的情报窃取，一种是用统计学的方法进行估计，统计学的方法最后被证实比传统的情报收集更精确，德国人在生产坦克时把坦克从1开始进行了连续编号，在战争期间盟军把缴获的“虎式”坦克的编号进行记录，并计算出这些编号的平均值为675.5，假设缴获的坦克代表了所有坦克的一个随机样本，则利用你所学过的统计知识估计德国共制造“虎式”坦克大约有（　　）

A．1050辆 B．1350辆 C．1650辆 D．1950辆

【考点】系统抽样方法．

【专题】计算题；方程思想；演绎法；高考数学专题．

【分析】由题意菁优网-jyeoo=675.5，即可得出结论．

【解答】解：由题意菁优网-jyeoo=675.5，

∴n=1350，

故选B．

【点评】本题考查统计知识的运用，考查平均数的计算，比较基础．

7．（5分）（2017•赣州一模）复数z1、z2满足|z1|=|z2|=1，z1﹣z2=菁优网-jyeoo，则z1•z2=（　　）

A．1 B．﹣1 C．i D．﹣i

【考点】复数代数形式的乘除运算．

【专题】方程思想；三角函数的求值；数系的扩充和复数．

【分析】z1﹣z2=菁优网-jyeoo=﹣2i，由|z1|=|z2|=1，设z1=cosα+isinα，z2=cosβ+isinβ，可得cosα=cosβ，sinα﹣sinβ=﹣2，即可得出．

【解答】解：z1﹣z2=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=﹣2i，

由|z1|=|z2|=1，设z1=cosα+isinα，z2=cosβ+isinβ，

∴cosα=cosβ，sinα﹣sinβ=﹣2，

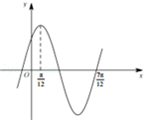
∴cosα=cosβ=0，sinα=﹣1，sinβ=1，

∴z1=﹣i，z2=i，

则z1•z2=﹣i•i=1．

故选：A．

【点评】本题考查了复数的运算法则、三角函数求值，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

8．（5分）（2017•赣州一模）函数f（x）=Asin（ωx+φ）（A＞0，ω＞0，|φ|＜菁优网-jyeoo）的部分图象如图，f（菁优网-jyeoo）=﹣1，则f（0）的值为（　　）

A．1 B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【考点】由y=Asin（ωx+φ）的部分图象确定其解析式．

【专题】转化思想；综合法；三角函数的图像与性质．

【分析】由周期求出ω，由五点法作图求出φ的值，由函数的特殊值求出A，可得函数的解析式，从而求得f（0）的值．

【解答】解：根据函数f（x）=Asin（ωx+φ）（A＞0，ω＞0，|φ|＜菁优网-jyeoo）的部分图象，

可得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，∴ω=3．

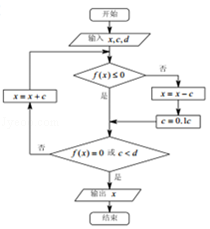
再根据五点法作图可得3•菁优网-jyeoo+φ=菁优网-jyeoo，∴φ=菁优网-jyeoo，故f（x）=Asin（3x+菁优网-jyeoo）．

∵f（菁优网-jyeoo）=Asin（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）=﹣Acos菁优网-jyeoo=﹣A•菁优网-jyeoo=﹣1，∴A=菁优网-jyeoo，则f（0）=菁优网-jyeoosin菁优网-jyeoo=1，

故选：A．

【点评】本题主要考查由函数y=Asin（ωx+φ）的部分图象求解析式，由周期求出ω，由五点法作图求出φ的值，由函数的特殊值求出A，属于基础题．

9．（5分）（2017•赣州一模）秦九韶是我国南宋时代的数学家，其代表作《数书九章》是我国13世纪数学成就的代表之一，秦九韶利用其多项式算法，给出了求高次代数方程的完整算法，这一成就比西方同样的算法早五六百年，如图是该算法求函数f（x）=x3+x+1零点的程序框图，若输入x=﹣1，c=1，d=0.1，则输出的x的值为（　　）



A．﹣0.6 B．﹣0.69 C．﹣0.7 D．﹣0.71

【考点】程序框图．

【专题】综合题；转化思想；演绎法；算法和程序框图．

【分析】模拟执行程序框图，依次写出每次循环得到的x的值，即可得出结论．

【解答】解：x=﹣1，f（﹣1）=﹣1＜0，c＞d，x=﹣1+1=0，

第二次循环，x=0，f（0）=1＞0，x=0﹣1=﹣1，c=0.1=d，x=﹣0.9

第3次循环，x=﹣0.9，f（﹣0.9）＜0，x=﹣0.8，

第3次循环，x=﹣0.8，f（﹣0.8）＜0，x=﹣0.7，

第4次循环，x=﹣0.7，f（﹣0.7）＜0，x=﹣0.6，

第5次循环，x=﹣0.6，f（﹣0.6）＞0，x=﹣0.7，c=0.01＜d

停止循环，输出﹣0.7，

故选C．

【点评】本题主要考查了循环结构的程序框图，正确依次写出每次循环得到的x的值是解题的关键，属于基本知识的考查．

10．（5分）（2017•赣州一模）已知函数f（x）=|2x﹣2|+b的两个零点分别为x1，x2（x1＞x2），则下列结论正确的是（　　）

A．1＜x1＜2，x1+x2＜2 B．1＜x1＜2，x1+x2＜1

C．x1＞1，x1+x2＜2 D．x1＞1，x1+x2＜1

【考点】函数零点的判定定理．

【专题】数形结合；转化法；函数的性质及应用．

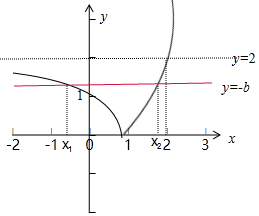
【分析】函数f（x）=|2x﹣2|+b的有两个零点，即y=|2x﹣2|与y=﹣b有两个交点，交点的横坐标就是x1，x2（x1＞x2），在同一坐标系中画出y=|2x﹣2|与y=﹣b的图象，根据图象可判定．

【解答】解：函数f（x）=|2x﹣2|+b的有两个零点，即y=|2x﹣2|与y=﹣b有两个交点，交点的横坐标就是x1，x2（x1＞x2），

在同一坐标系中画出y=|2x﹣2|与y=﹣b的图象（如下），可知1＜x1＜2，

菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，⇒菁优网-jyeoo，⇒x1+x2＜2．

故选：A．



【点评】本题考查了函数的零点与函数的交点间的转化，利用图象的交点情况，确定零点情况是常用的方法，属于中档题．

11．（5分）（2017•赣州一模）在三棱锥ABCD中，BC⊥CD，Rt△BCD斜边上的高为1，三棱锥ABCD的外接球的直径是AB，若该外接球的表面积为16π，则三棱锥ABCD体积的最大值为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．1 D．菁优网-jyeoo

【考点】棱柱、棱锥、棱台的体积．

【专题】计算题；数形结合；数形结合法；空间位置关系与距离．

【分析】当AD⊥平面BCD时，以CB、CD、CA为棱构造长方体，此时三棱锥ABCD的外接球即该长方体的外接球，其直径为AB，由已知得当a=b=菁优网-jyeoo时，AC=2菁优网-jyeoo，此时三棱锥ABCD体积为V=菁优网-jyeoo．由此排除A，B，C选项．

【解答】解：当AD⊥平面BCD时，以CB、CD、CA为棱构造长方体，

此时三棱锥ABCD的外接球即该长方体的外接球，其直径为AB，

∵该外接球的表面积为16π，∴AB=4，

设BC=a，CD=b，∵在三棱锥ABCD中，BC⊥CD，Rt△BCD斜边上的高为1，

∴BD=菁优网-jyeoo，

设Rt△BCD斜边上的高为CE，则CE=1，

由菁优网-jyeoo，得BD=菁优网-jyeoo=ab，

∵a＞0，b＞0，∴菁优网-jyeoo=ab≥菁优网-jyeoo，即ab≥2，

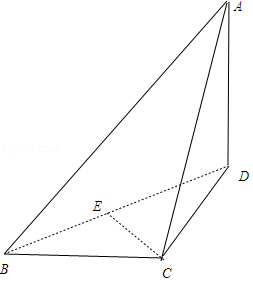
当且仅当a=b=菁优网-jyeoo时，取等号，

∴当a=b=菁优网-jyeoo时，菁优网-jyeoo=2，解得AC=2菁优网-jyeoo，

此时三棱锥ABCD体积为V=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

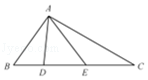
由此排除A，B，C选项，

故选：D．



【点评】本题考查三棱锥的体积的最大值的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意空间思维能力的培养．

12．（5分）（2017•赣州一模）在△ABC中，D、E是BC边上两点，BD、BA、BC构成以2为公比的等比数列，BD=6，∠AEB=2∠BAD，AE=9，则三角形ADE的面积为（　　）



A．31.2 B．32.4 C．33.6 D．34.8

【考点】正弦定理．

【专题】计算题；数形结合；综合法；解三角形．

【分析】由已知及等比数列的性质可得：BD=6，AB=12，AE=9，设∠BAD=α，则∠AEB=2α，在△ABE中，由正弦定理可得：sinB=菁优网-jyeoosin2α，在△ABD中，由正弦定理可得AD=菁优网-jyeoo=9cosα，进而利用余弦定理可cosα=菁优网-jyeoo，利用同角三角函数基本关系式，二倍角公式计算可得sinα，sin2α，cos2α，可求AD=菁优网-jyeoo，则在△ADE中，由余弦定理可得DE的值，进而利用三角形面积公式即可计算得解．

【解答】解：由题意可得：BD=6，AB=12，AE=9，设∠BAD=α，则∠AEB=2α，

∵在△ABE中，由正弦定理可得：菁优网-jyeoo，可得：sinB=菁优网-jyeoosin2α，

在△ABD中，由正弦定理可得：菁优网-jyeoo，可得：AD=菁优网-jyeoo=9cosα，

∴由余弦定理可得：62=122+（9cosα）2﹣2×12×（9cosα）×cosα，

整理可得：cosα=菁优网-jyeoo，

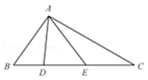
∴sinα=菁优网-jyeoo，sin2α=菁优网-jyeoo，cos2α=菁优网-jyeoo，AD=菁优网-jyeoo，

则在△ADE中，由余弦定理可得：（菁优网-jyeoo）2=DE2+92﹣2×9×DE×菁优网-jyeoo，整理可得：5DE2﹣54DE+81=0，

∴解得：DE=9，或1.8（舍去），

∴S△ADE=菁优网-jyeooAE•DE•sin2α=菁优网-jyeoo×9×9×菁优网-jyeoo=32.4．

故选：B．



【点评】本题主要考查了等比数列的性质，正弦定理，余弦定理，同角三角函数基本关系式，二倍角公式，三角形面积公式在解三角形中的综合应用，考查了数形结合思想和转化思想，属于中档题．

**二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）**

13．（5分）（2017•赣州一模）设向量菁优网-jyeoo=（1，x），菁优网-jyeoo=（x，1），若菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=﹣|菁优网-jyeoo|•|菁优网-jyeoo|，则x=　﹣1　．

【考点】平面向量数量积的运算．

【专题】计算题；转化思想；向量法；平面向量及应用．

【分析】可先求出菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，然后代入菁优网-jyeoo即可得到关于x的方程，解出x即可．

【解答】解：菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo；

∴由菁优网-jyeoo得：2x=﹣（x2+1）；

解得x=﹣1．

故答案为：﹣1．

【点评】考查向量坐标的数量积运算，根据向量坐标求向量长度的方法．

14．（5分）（2017•赣州一模）设变量x，y满足约束条件菁优网-jyeoo，则目标函数z=2x+3y+1的最大值为　10　．

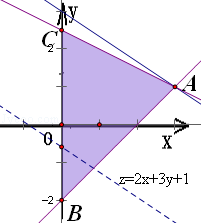
【考点】简单线性规划．

【专题】计算题；不等式的解法及应用．

【分析】作出题中不等式组表示的平面区域，得如图的△ABC及其内部，再将目标函数z=2x+3y+1对应的直线进行平移，由此可得当x=3，y=﹣1时，目标函数取得最大值为10．

【解答】解：作出不等式组菁优网-jyeoo表示的平面区域，

得到如图的△ABC及其内部，其中A（3，1），B（0，﹣2），C（0，2）



设z=F（x，y）=2x+3y+1，将直线l：z=2x+3y+1进行平移，

当l经过点A（3，1）时，目标函数z达到最大值

∴z最大值=F（3，1）=10

故答案为：10

【点评】本题给出二元一次不等式组，求目标函数z=2x+3y+1的最大值，着重考查了二元一次不等式组表示的平面区域和简单的线性规划等知识，属于基础题．

15．（5分）（2017•赣州一模）设f（x）=菁优网-jyeoo的图象在点（1，1）处的切线为l，则曲线y=f（x），直线l及x轴所围成的图形的面积为　菁优网-jyeoo　．

【考点】利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】转化思想；分析法；导数的概念及应用．

【分析】根据导数的几何意义即可求出切线方程；根据定积分的几何意义即可求出所围成的图形的面积．

【解答】解：由f（x）=菁优网-jyeoo的导数为f′（x）=菁优网-jyeoo，

则切线l的斜率k=y′|x=1=菁优网-jyeoo，

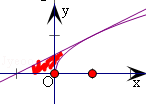
切线l的方程为y﹣1=菁优网-jyeoo（x﹣1）即y=菁优网-jyeoo（x+1），

由x=0可得y=菁优网-jyeoo；y=0可得x=﹣1．

所求的图形的面积S=菁优网-jyeoo×1×菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoox+菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）dx

=菁优网-jyeoo+（菁优网-jyeoox2+菁优网-jyeoox﹣菁优网-jyeoox菁优网-jyeoo）|菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查导数的运用：求切线的方程，考查定积分的运用：求不规则图形的面积，考查运算能力，属于中档题．

16．（5分）（2017•赣州一模）已知双曲线C的方程为菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=1（a＞0，b＞0），若C的右支上存在两点A、B，使∠AOB=120°，其中O为坐标原点，则曲线C的离心率的取值范围是　（2，+∞）　．

【考点】双曲线的简单性质．

【专题】方程思想；转化法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】求出双曲线的渐近线方程，由题意可得菁优网-jyeoo＞tan60°=菁优网-jyeoo，由a，b，c的关系和离心率公式，计算即可得到所求范围．

【解答】解：由C的右支上存在两点A、B，使∠AOB=120°，

而渐近线方程为y=±菁优网-jyeoox，

可得菁优网-jyeoo＞tan60°=菁优网-jyeoo，

即为b＞菁优网-jyeooa，即为b2＞3a2，

即c2﹣a2＞3a2，

即有c2＞4a2，

即c＞2a，

e=菁优网-jyeoo＞2，

故答案为：（2，+∞）．

【点评】本题考查双曲线的离心率的求法，注意运用双曲线的渐近线方程，考查化简整理的运算能力，属于中档题．

**三、解答题**

17．（12分）（2017•赣州一模）设等差数列{an}的公差d＞0，前n项和为Sn，已知3菁优网-jyeoo是﹣a2与a9的等比中项，S10=﹣20．

（1）求数列{an}的通项公式；

（2）设bn=菁优网-jyeoo，求数列{bn}的前n项和Tn（n≥6）．

【考点】数列的求和；数列递推式．

【专题】分类讨论；方程思想；转化思想；等差数列与等比数列．

【分析】（1）利用等比数列的通项公式与性质、等差数列的通项公式与求和公式即可得出．

（2）分类讨论，利用“裂项求和”方法即可得出．

【解答】解：（1）∵3菁优网-jyeoo是﹣a2与a9的等比中项，∴菁优网-jyeoo=﹣a2•a9，又S10=﹣20．

∴﹣（a1+d）（a1+8d）=45，10a1+菁优网-jyeood=﹣20，

联立解得a1=﹣11，d=2．

∴an=﹣11+2（n﹣1）=2n﹣13．

（2）1≤n≤5时，bn=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo．

n≥6，bn=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴n≥6时，数列{bn}的前n项和Tn=﹣菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo

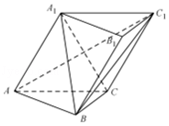
=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了等差数列的通项公式与求和公式、分类讨论、“裂项求和”方法，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

18．（12分）（2017•赣州一模）如图，在斜三棱柱ABC﹣A1B1C1中，侧面ACC1A1⊥底面ABC，底面ABC是等腰直角三角形，CA=CB，A1B⊥AC1．

（1）求证：平面A1BC⊥平面ABC1；

（2）若直线AA1与底面ABC所成的角为60°，求直线AA1与平面ABC1所成角的正弦值．



【考点】直线与平面所成的角；平面与平面垂直的判定．

【专题】综合题；转化思想；演绎法；空间位置关系与距离；空间角．

【分析】（1）推导出BC⊥侧面ACC1A1，所以AC1⊥BC，再由A1B⊥AC1，得到AC1⊥面A1BC，由此能证明面ABC1⊥面A1BC．

（2）利用等体积方法，求出A1到平面ABC1的距离，即可求直线AA1与平面ABC1所成角的正弦值．

【解答】（1）证明：因为底面ABC是等腰直角三角形，CA=CB，所以BC⊥AC

因为侧面ACC1A1⊥底面ABC，侧面ACC1A1∩底面ABC=AC，

所以BC⊥侧面ACC1A1，所以AC1⊥BC，

又A1B⊥AC1，而A1B∩BC=B，

所以AC1⊥面A1BC，

又AC1⊂面ABC1，所以面ABC1⊥面A1BC；

（2）解：由题意，∠A1AC=60°，四边形ACC1A1是菱形．

设AC=2，则AB=2菁优网-jyeoo，AC1=2菁优网-jyeoo，BC1=2菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

设A1到平面ABC1的距离为h，则菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴h=菁优网-jyeoo，

∴直线AA1与平面ABC1所成角的正弦值=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查线面垂直、面面垂直的证明，考查线面角，考查学生的计算能力，是中档题，解题时要认真审题，注意空间思维能力的培养．

19．（12分）（2017•赣州一模）《最强大脑》是江苏卫视推出国内首档大型科学类真人秀电视节目，该节目集结了国内外最顶尖的脑力高手，堪称脑力界的奥林匹克，某校为了增强学生的记忆力和辨识力也组织了一场类似《最强大脑》的PK赛，A、B两队各由4名选手组成，每局两队各派一名选手PK，除第三局胜者得2分外，其余各局胜者均得1分，每局的负者得0分，假设每局比赛两队选手获胜的概率均为0.5，且各局比赛结果相互独立．

（1）求比赛结束时A队的得分高于B队的得分的概率；

（2）求比赛结束时B队得分X的分布列和期望．

【考点】离散型随机变量的期望与方差；古典概型及其概率计算公式．

【专题】转化思想；概率与统计．

【分析】（1）设事件“比赛结束时A队的得分高于B队的得分”为A，事件“比赛结束时B队的得分高于a队的得分”，事件“比赛结束时A队的得分等于B队的得分”为事件C，根据：每局比赛两队选手获胜的概率均为0.5，可得P（A）=P（B），P（A）+P（B）+P（C）=1，P（C）=0．即可得出P（A）．

（2）X的可能取值为0，1，2，3，4，5．根据相互独立与互斥事件的概率计算公式即可得出．

【解答】解：（1）设事件“比赛结束时A队的得分高于B队的得分”为A，事件“比赛结束时B队的得分高于a队的得分”，事件“比赛结束时A队的得分等于B队的得分”为事件C，根据：每局比赛两队选手获胜的概率均为0.5，

则P（A）=P（B），P（A）+P（B）+P（C）=1，P（C）=0．

∴P（A）=菁优网-jyeoo．

（2）X的可能取值为0，1，2，3，4，5．

P（X=0）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，P（X=1）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

P（X=2）=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

P（X=3）=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

P（X=4）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，P（X=5）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| P | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo | 菁优网-jyeoo |

E（X）=0×菁优网-jyeoo+1×菁优网-jyeoo+2×菁优网-jyeoo+3×菁优网-jyeoo+4×菁优网-jyeoo+5×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了相互独立与互斥及其对立事件的概率计算公式、随机变量的分布列与数学期望计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

20．（12分）（2017•赣州一模）设离心率为菁优网-jyeoo的椭圆E：菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1（a＞b＞0）的左、右焦点为F1，F2，点P是E上一点，PF1⊥PF2，△PF1F2内切圆的半径为菁优网-jyeoo﹣1．

（1）求E的方程；

（2）矩形ABCD的两顶点C、D在直线y=x+2，A、B在椭圆E上，若矩形ABCD的周长为菁优网-jyeoo，求直线AB的方程．

【考点】直线与椭圆的位置关系．

【专题】数形结合；数形结合法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）由椭圆的离心率求得a=菁优网-jyeooc，根据勾股定理及椭圆的定义，求得a﹣c=菁优网-jyeoo﹣1．b2=a2﹣c2=1，即可求得椭圆的标准方程；

（2）设直线l的方程，代入椭圆方程，由韦达定理及弦长公式求得丨AB丨，由两平行之间的距离公式，由矩形的周长公式2（丨AB丨+d）=菁优网-jyeoo，代入即可求得m的值，求得直线AB的方程．

【解答】解：（1）∵离心率为e=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，则a=菁优网-jyeooc，①

由PF1⊥PF2，则丨PF1丨2+丨PF2丨2=丨F1F2丨2=4c2，

由椭圆的定义可知；丨PF1丨+丨PF2丨=2a，则丨F1F2丨2=（丨PF1丨+丨PF2丨）2﹣2丨PF1丨•丨PF2丨，

∴丨PF1丨•丨PF2丨=2a2﹣2c2，

，△PF1F2的面积S，S=菁优网-jyeoo丨PF1丨•丨PF2丨=菁优网-jyeoo×R×（丨PF1丨+丨PF2丨+丨F1F2丨），

则a﹣c=菁优网-jyeoo﹣1．②

由①②解得：a=菁优网-jyeoo，c=1，

b2=a2﹣c2=1，

∴椭圆E的方程为菁优网-jyeoo．

（2）由题意设直线l的方程：y=x+m，A（x1，y1）、B（x2，y2），

则，整理得：3x2+4mx+2m2﹣2=0，

由△=16m2﹣4×3（2m2﹣2）=﹣2m2+3＞0，解得﹣菁优网-jyeoo＜m＜菁优网-jyeoo，

由韦达定理可知：x1+x2=﹣菁优网-jyeoo，x1x2=菁优网-jyeoo，

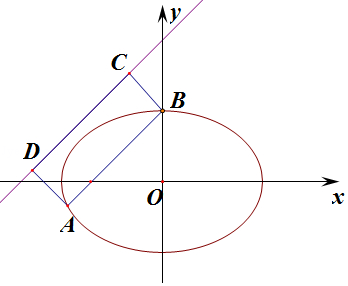
则丨AB丨=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

直线AB，CD之间的距离d=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

由矩形ABCD的周长为菁优网-jyeoo，则2（丨AB丨+d）=菁优网-jyeoo，

则2（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，解得：m=1，

则直线AB的方程为y=x+1．



【点评】本题考查椭圆方程标准方程及简单几何性质，直线与椭圆的位置关系，韦达定理及弦长公式，考查推理论证能力、运算求解能力，考查等价转化思想，难度大，对数学思维能力要求较高，属于中档题．

21．（12分）（2017•赣州一模）设函数f（x）=ex+ax2（a∈R）．

（1）若函数f（x）在R上单调，且y=f′（x）有零点，求a的值；

（2）若对∀x∈[0，+∞），有菁优网-jyeoo≥1，求a的取值范围．

【考点】利用导数求闭区间上函数的最值；利用导数研究函数的单调性．

【专题】函数思想；转化法；导数的综合应用．

【分析】（1）求出函数的导数，通过讨论a的范围结合函数的单调性以及函数的零点求出a的值即可；

（2）通过讨论a的范围，根据函数的单调性求出函数的最值，从而确定满足条件的a的范围即可．

【解答】解：（1）f′（x）=ex+2ax，

记g（x）=ex+2ax，则g′（x）=ex+2a，

①a=0时，f（x）=ex，显然不合题意；

②a＞0时，g′（x）＞0，f′（x）在R递增，

∵f′（0）=1＞0，f′（﹣菁优网-jyeoo）＜0，

故y=f′（x）有唯一零点x1，显然x∈（﹣∞，x1）时，f′（x）＜0，

x∈（x1，+∞）时，f′（x）＞0，f（x）在R不单调，不合题意；

③a＜0时，由g′（x）=0得x=ln（﹣2a），于是f′（x）在（﹣∞，ln（﹣2a））递减，

在（ln（﹣2a），+∞）递增，因此要满足条件，必须且只需f′[ln（﹣2a）]=0，

即﹣2a+2aln（﹣2a）=0，解得：a=﹣菁优网-jyeoo；

（2）a＜0时，若x＞﹣菁优网-jyeoo，则ax+1＜0，根据指数函数和幂函数的增长速度知：

存在x0，当x＞x0时，必有ex＞﹣ax2，即ex+ax2＞0，

因此x＞max{﹣菁优网-jyeoo，x0}，有菁优网-jyeoo＜0，显然不合题意，

当a≥0时，记h（x）=ex+ax2﹣ax﹣1，则菁优网-jyeoo≥1当且仅当h（x）≥0，

h′（x）=ex+2ax﹣a，显然h′（x）在[0，+∞）递增，

①a≤1时，由h′（0）=1﹣a＜1，h′（1）=e+a＞0，

得h′（x）=0在[0，+∞）上有且只有1个实数根，

不妨设该实根为x1，当0＜x＜x1时，h′（x）＜0，从而h（x）在（0，x1）递减，

故x∈（0，x1）时，h（x）＜h（0）=0，不合题意，

综上，a的范围是[0，1]．

【点评】本题考查了函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及函数的零点问题，考查分类讨论思想，转化思想，是一道综合题．

**[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22．（10分）（2017•赣州一模）在直角坐标系xOy中，以O为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线C：ρ2﹣4ρcosθ+1=0，直线l：菁优网-jyeoo（t为参数，0≤α＜π）．

（1）求曲线C的参数方程；

（2）若直线l与曲线C相切，求直线l的倾斜角及切点坐标．

【考点】参数方程化成普通方程；简单曲线的极坐标方程．

【专题】计算题；转化思想；转化法；坐标系和参数方程．

【分析】（1）由曲线C的极坐标方程，求出曲线C的直角坐标方程，得到曲线C是以C（2，0）为圆心，以r=菁优网-jyeoo为半径的圆，由此能求出曲线C的参数方程．

（2）直线l消去参数t，得直线l的直角坐标方程为：cosαx﹣sinαy﹣4cosα=0．由直线l与曲线C相切，知圆心C（2，0）到直线l的距离d等于圆半径r，由此能求出结果．

【解答】解：（1）∵曲线C：ρ2﹣4ρcosθ+1=0，

∴曲线C的直角坐标方程为x2+y2﹣4x+1=0，即（x﹣2）2+y2=3，

∴曲线C是以C（2，0）为圆心，以r=菁优网-jyeoo为半径的圆，

∴曲线C的参数方程为菁优网-jyeoo．

（2）∵直线l：菁优网-jyeoo（t为参数，0≤α＜π）．

∴消去参数t，得直线l的直角坐标方程为：cosαx﹣sinαy﹣4cosα=0．

∵直线l与曲线C相切，∴圆心C（2，0）到直线l的距离d等于圆半径r，

即d=菁优网-jyeoo=2cosα=菁优网-jyeoo，∴cos菁优网-jyeoo，

∵0≤α＜π，∴直线l的倾斜角α=菁优网-jyeoo，

∴直线l的方程为菁优网-jyeoox﹣y﹣4菁优网-jyeoo=0，

联立菁优网-jyeoo，得x=菁优网-jyeoo，y=﹣菁优网-jyeoo，

∴切点坐标为（菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo）．

【点评】本题考查曲线的参数方程的求法，考查直线的倾斜角和切点坐标的求法，考查两点间距离公式的应用，是中档题，解题时要认真审题，注意参数方程、直角坐标方程、极坐标方程互化公式的合理运用．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．（2017•赣州一模）已知函数f（x）=|x|﹣|x﹣1|．

（1）若关于x的不等式f（x）≥|m﹣1|的解集非空，求实数m的取值集合M．

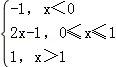
（2）记（1）中数集M中的最大值为k，正实数a，b满足a2+b2=k，证明：a+b≥2ab．

【考点】绝对值三角不等式；绝对值不等式的解法．

【专题】选作题；转化思想；演绎法；不等式．

【分析】（1）求出函数的解析式，然后求解函数的最大值，通过|m﹣1|≤1，求解m的范围，得到m的最大值M．

（2）利用分析法，证明不等式成立的充分条件即可．

【解答】解：（1）由已知可得f（x）=，

所以fmax（x）=1，…（3分）

所以只需|m﹣1|≤1，解得﹣1≤m﹣1≤1，∴0≤m≤2，

所以实数m的最大值M=2…（5分）

（2）因为a＞0，b＞0，

所以要证a+b≥2ab，只需证（a+b）2≥4a2b2，

即证a2+b2+2ab≥4a2b2，

所以只要证2+2ab≥4a2b2，…（7分）

即证2（ab）2﹣ab﹣1≤0，

即证（2ab+1）（ab﹣1）≤0，因为2ab+1＞0，所以只需证ab≤1，

下证ab≤1，

因为2=a2+b2≥2ab，所以ab≤1成立，

所以a+b≥2ab…（10分）

【点评】本题考查函数的最值的求法，基本不等式的应用，考查分析法的应用，考查逻辑推理能力以及计算能力．