**2013年北京市海淀区高一（下）期中数学试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本大题共8小题，每小题4分，共32分.**

1．（4分）（2014春•海淀区期中）若1和a的等差中项是2，则a的值为（　　）

A．4 B．3 C．1 D．﹣4

【分析】利用1和a的等差中项是2，可得2×2=1+a，即可求出a的值．

【解答】解：∵1和a的等差中项是2，

∴2×2=1+a，

∴a=3，

故选：B．

【点评】本题考查等差数列的通项公式，涉及等差中项的定义，属基础题．

2．（4分）（2014春•海淀区期中）计算2cos215°﹣1的结果为（　　）

A．﹣菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【分析】由二倍角的余弦公式可得2cos215°﹣1=cos30°，计算求得结果．

【解答】解：由二倍角的余弦公式可得2cos215°﹣1=cos30°=菁优网-jyeoo，

故选：D．

【点评】本题主要考查二倍角的余弦公式的应用，属于基础题．

3．（4分）（2014春•海淀区期中）在△ABC中，a=7，b=5，c=3，则cosA等于（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【分析】把已知条件代入由余弦定理可得 cosA=菁优网-jyeoo，运算求得结果．

【解答】解：在△ABC中，a=7，b=3，c=5，由余弦定理可得cosA=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，

故选：A．

【点评】本题主要考查余弦定理的应用，属于基础题．

4．（4分）（2014春•海淀区期中）已知函数f（x）=菁优网-jyeoosinx+菁优网-jyeoocosx在x0处取得最大值，则x0可能是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【分析】先利用辅助角公式化简函数，再结合正弦函数的图象与性质，可得结论．

【解答】解：∵f（x）=菁优网-jyeoosinx+菁优网-jyeoocosx=sin（x+菁优网-jyeoo），

∴当x+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+2kπ，即x=菁优网-jyeoo+2kπ（k∈Z）时，函数取得最大值．

∵函数f（x）=菁优网-jyeoosinx+菁优网-jyeoocosx在x0处取得最大值，

∴x0可能是菁优网-jyeoo．

故选：C．

【点评】本题考查正弦函数的图象与性质，利用辅助角公式化简函数是关键．

5．（4分）（2014春•海淀区期中）等比数列{an}的首项为1，其前n项和为Sn，如果菁优网-jyeoo=3，则a5的值为（　　）

A．2 B．2或﹣2 C．4 D．4或﹣4

【分析】利用等比数列{an}的首项为1，其前n项和为Sn，菁优网-jyeoo=3，求出公比，利用等比数列的通项公式，求出a5．

【解答】解：由题意，q≠1．

∵等比数列{an}的首项为1，其前n项和为Sn，菁优网-jyeoo=3，

∴菁优网-jyeoo，

∴q2=2，

∴a5=q4=4．

故选：C．

【点评】本题考查等比数列的前n项和，考查数列的通项，确定数列的公比是关键．

6．（4分）（2014春•海淀区期中）数列{an}的通项公式为an=菁优网-jyeoo，其前n项和为Sn，则S10的值为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【分析】an=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，S10=a1+a2+…+a10．

【解答】解：an=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴S10=a1+a2+…+a10

=1﹣菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo，

故选B．

【点评】该题考查数列的求和，属基础题，裂项相消法是数列求和的常用方法，要熟练掌握．

7．（4分）（2014春•海淀区期中）等差数列{an}满足an∈N\*，且前10项和S10=280，则a9最大值是（　　）

A．28 B．49 C．50 D．52

【分析】由已知条件推导出a1+a10=2a1+9d=56，a1+8d=a9，由此得到7（64﹣a1）=9a9，从而能求出a9最大值为49．

【解答】解：∵S10=5（a1+a10）=280，

∴a1+a10=2a1+9d=56，①

而a1+8d=a9，②

①×8﹣②×9，得：7a1=56×8﹣9a9，

变形：7（64﹣a1）=9a9，

∵an∈N\*，∴a9是7的倍数，64﹣a1是9的倍数，

64﹣a1越大，a9越大．64﹣a1最大是63 （必须满足是7的倍数），

此时a9=49

∴a9最大值为49．

故选：B．

【点评】本题考查等差数列中第9项的最大值的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意等差数列的前n项和公式的合理运用．

8．（4分）（2014春•海淀区期中）若在△ABC中，有sin菁优网-jyeoo=cosA，则△ABC一定是（　　）

A．锐角三角形 B．钝角三角形 C．直角三角形 D．等腰三角形

【分析】利用sin菁优网-jyeoo=cosA，可得菁优网-jyeoo+A=90°，从而C角的角平分线和AB边垂直，即可判断三角形的形状．

【解答】解：∵sin菁优网-jyeoo=cosA，

∴菁优网-jyeoo+A=90°，

∴C角的角平分线和AB边垂直，

∴△ABC一定是等腰三角形．

故选：D．

【点评】本题考查三角形形状判断，正确运用等腰三角形的判断方法是关键．

**二、填空题：本大题共6小题，每小题4分，共24分.**

9．（4分）（2016春•宿迁期末）在△ABC中，AB=菁优网-jyeoo，AC=1，∠A=30°，则△ABC的面积为　菁优网-jyeoo　．

【分析】直接利用三角形面积公式求得答案．

【解答】解：S△ABC=菁优网-jyeoo•AB•AC•sinA=菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo×1×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo

【点评】本题主要考查了正弦定理的运用．注意熟练掌握正弦定理及其变形公式的灵活运用．

10．（4分）（2014春•海淀区期中）若角α的终边经过点P（﹣1，2），则tanα=　﹣2　，tan（α+菁优网-jyeoo）=　菁优网-jyeoo　．

【分析】由题设条件，根据三角函数终边上一点的定义即可求得正切值，利用和角的正切公式，即可得出结论．

【解答】解：由定义若角α的终边经过点P（﹣1，2），

∴tanα=﹣2，

∴tan（α+菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo．

故答案为：﹣2，﹣菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查任意角三角函数的定义，求解的关键是掌握任意角三角函数的定义．

11．（4分）（2014春•海淀区期中）已知等差数列{an}的前n项和为Sn，若a1=﹣9，且菁优网-jyeoo﹣S1=1，则{an}的公差是　1　，Sn的最小值为　﹣45　．

【分析】由已知条件求出S3=﹣24，由此能求出公差d=1．从而求出Sn=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，由此利用配方法能求出菁优网-jyeoo的最小值．

【解答】解：∵等差数列{an}的前n项和为Sn，若a1=﹣9，且菁优网-jyeoo﹣S1=1，

∴S3=3菁优网-jyeoo+3=3×（﹣9）+3=﹣24，

∴3（﹣9）+菁优网-jyeood=﹣24，解得d=1．

∴Sn=﹣9n+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo（n﹣菁优网-jyeoo）2﹣菁优网-jyeoo，

∴当n=9或n=10时，

菁优网-jyeoo取最小值S9=S10=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=﹣45．

故答案为：1，﹣45．

【点评】本题考查等差数列的公差和最小值的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意配方法的合理运用．

12．（4分）（2014春•海淀区期中）已知在△ABC中，有菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo＜0，则下列说法中：

①△ABC为钝角三角形；

②c2＞a2+b2；

③cosAcosB＞sinAsinB．

正确说法的序号是　①②③　．（填上所有正确说法的序号）

【分析】由菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo＜0，利用数量积的定义可得菁优网-jyeoo0，可得C是钝角．再结合余弦定理、三角形的内角和定理、两角和差的余弦公式即可判断出．

【解答】解：①∵菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo＜0，

∴菁优网-jyeoo0，

∴cosC＜0，

∵C∈（0，π），

∴C是钝角．

∴△ABC为钝角三角形，正确

②由余弦定理可得菁优网-jyeoo＜0，∴c2＞a2+b2；正确

③∵cosC＜0，∴﹣cos（A+B）＜0，∴cosAcosB＞sinAsinB．正确

综上可得：正确说法的序号是①②③．

故答案为：①②③．

【点评】本题考查了数量积的定义、余弦定理、三角形的内角和定理、两角和差的余弦公式，考查了推理能力和计算能力，属于基础题．

13．（4分）（2014春•海淀区期中）设数列{an}满足a1=1，a2=1，a3=2，若菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（n∈N\*，n≥4），则a5=　4　，数列{an}的前10项和S10=　菁优网-jyeoo　．

【分析】由菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo①，得菁优网-jyeoo②，由①②得菁优网-jyeoo（n≥5），从而可知数列的奇数项、偶数项分别构成等比数列，令n=4、n=5可求得a5，分组可求S10．

【解答】解：由菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo①，得菁优网-jyeoo②，

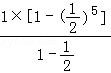
由①②得菁优网-jyeoo（n≥5），

∴数列的奇数项、偶数项分别构成等比数列，

菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

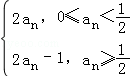
由菁优网-jyeoo，得菁优网-jyeoo=4，

可知奇数项构成以1为首项、2为公比的等比数列，偶数项构成以1为首项、菁优网-jyeoo为公比的等比数列，

∴S10=菁优网-jyeoo+=菁优网-jyeoo，

故答案为：4，菁优网-jyeoo．

【点评】该题考查由递推式求数列的项，考查数列求和，考查学生的推理能力．

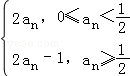
14．（4分）（2014春•海淀区期中）已知0≤a1≤1，定义an+1=．

（Ⅰ）如果a2=a3，则a2=　0或1　；

（Ⅱ）如果a1＜a3，则a1的取值范围是　（0，菁优网-jyeoo）∪（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）∪（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）　．

【分析】（Ⅰ）若菁优网-jyeoo，则a3=2a2=a2；若菁优网-jyeoo，则a3=2a2﹣1=a2，由此能求出a2=0，或a2=1．

（Ⅱ）当菁优网-jyeoo时，a2=2a1．若菁优网-jyeoo，则a3=2a2=4a1，若菁优网-jyeoo，则a3=2a2﹣1=4a1﹣1；②当菁优网-jyeoo时，a2=2a1﹣1．若菁优网-jyeoo，则a3=2a2=4a1﹣2，若菁优网-jyeoo，则a3=2a2﹣1=4a1﹣3．由此进行分类讨论，能求出a1＜a3时，a1的取值范围．

【解答】解：（Ⅰ）∵0≤a1≤1，定义an+1=，a2=a3，

∴若菁优网-jyeoo，则a3=2a2=a2，解得a2=0．

若菁优网-jyeoo，则a3=2a2﹣1=a2，解得a2=1．

∴a2=0，或a2=1．

故答案为：0或1．

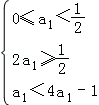
（Ⅱ）①当菁优网-jyeoo时，a2=2a1．

若菁优网-jyeoo，则a3=2a2=4a1，

∵a1＜a3，∴a1＜4a1，且0菁优网-jyeoo，

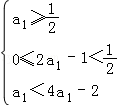
∴0＜菁优网-jyeoo；

若菁优网-jyeoo，则a3=2a2﹣1=4a1﹣1，

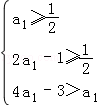
∵a1＜a3，∴，解得菁优网-jyeoo．

②当菁优网-jyeoo时，a2=2a1﹣1．

若菁优网-jyeoo，则a3=2a2=4a1﹣2，

∵a1＜a3，∴，解得菁优网-jyeoo．

若菁优网-jyeoo，则a3=2a2﹣1=4a1﹣3，

∵a1＜a3，∴，解得a1＞1，∵0≤a1≤1，∴a1＞1不成立．

综上，如果a1＜a3，则a1的取值范围是（0，菁优网-jyeoo）∪（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）∪（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）．

故答案为：（0，菁优网-jyeoo）∪（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）∪（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）．

【点评】本题以数列为载体，考查实数的取值范围的求法，解题时要认真审题，注意分类讨论思想的合理运用．

**三、解答题：本大题共4小题，共44分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.**

15．（10分）（2014春•海淀区期中）已知函数f（x）=（sinx+cosx）2+cos2x．

（1）求f（菁优网-jyeoo）值；

（2）求f（x）的最小值正周期；

（3）求f（x）的单调递增区间．

【分析】（ I ）根据函数f（x）=（sinx+cosx）2+cos2x，直接求得f（菁优网-jyeoo）值．

（ II ）化简f（x）=sin2x+2sinxcosx+cos2x+cos2x 为菁优网-jyeoosin（2x+菁优网-jyeoo）+1，从而求得f（x）的最小正周期．

（Ⅲ）令菁优网-jyeoo，求得x的范围，可得f（x）的单调递增区间．

【解答】解：（ I ） 菁优网-jyeoo．

（ II ） 因为f（x）=sin2x+2sinxcosx+cos2x+cos2x，

所以，f（x）=1+sin2x+cos2x=菁优网-jyeoosin（2x+菁优网-jyeoo）+1，

所以f（x）的最小正周期为 菁优网-jyeoo．

（Ⅲ）令菁优网-jyeoo，

所以菁优网-jyeoo，

所以f（x）的单调递增区间为菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查三角函数的恒等变换，三角函数的周期性和单调性，属于中档题．

16．（12分）（2014春•海淀区期中）已知等差数列{an}满足an+an+1=n+菁优网-jyeoo．

（1）求{an}的通项公式；

（2）求{an}的前n项和Sn；

（3）若a1，am，a3m成等比数列，求m的值．

【分析】（1）解法一：利用基本量法，求出首项与公差，即可求{an}的通项公式；解法二：求出an+an+1=2a1+（2n﹣1）•d=2dn+2a1﹣d，所以有菁优网-jyeoo对n∈N\*成立，求出首项与公差，即可求{an}的通项公式；

（2）利用等差数列的求和公式，可求{an}的前n项和Sn；

（3）若a1，am，a3m成等比数列，利用等比数列的性质，即可求m的值．

【解答】解：（1）解法一：设{an}的公差为d，因为菁优网-jyeoo，

所以有，两式相减得到，2d=1，即菁优网-jyeoo…．（2分）

代入得到菁优网-jyeoo…．（4分）

所以菁优网-jyeoo…．（6分）

解法二：设{an}的公差为d，

则an=a1+（n﹣1）•d，an+1=a1+n•d，…．（2分）

所以an+an+1=2a1+（2n﹣1）•d=2dn+2a1﹣d

所以有菁优网-jyeoo对n∈N\*成立，

所以有菁优网-jyeoo，解得菁优网-jyeoo …．（4分）

所以菁优网-jyeoo…．（6分）

（2）因为菁优网-jyeoo，所以菁优网-jyeoo…．（9分）

（3）因为a1，am，a3m成等比数列，所以菁优网-jyeoo…．（10分）

即菁优网-jyeoo…．（11分）

解得m=3，m=0（舍掉）

所以m=3…．（12分）

【点评】本题考查等差数列的通项与求和，考查等比数列的性质，考查学生的计算能力，属于中档题．

17．（12分）（2014春•海淀区期中）已知△ABC中，c=6，∠C=菁优网-jyeoo，且acosB=bsinA．

（1）求∠B的值；

（2）若点E，P分别在边AB，BC上，且AE=4，AP⊥CE，求AP的长．

【分析】（1）利用正弦定理得到关系式，代入已知等式求出tanB的值，即可确定出B的度数；

（2）在三角形ACE中，利用余弦定理求出CE的长，再利用正弦定理求出sin∠ACE的值，即为cos∠CAP的值，利用锐角三角函数定义即可求出AP的长．

【解答】解：（1）由正弦定理菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo得到：asinB=bsinA，

∴asinB=acosB，

∴sinB=cosB，即tanB=1，

∵B∈（0，π），

∴B=菁优网-jyeoo；

（2）在△ACE中，根据余弦定理CE2=AC2+AE2﹣2AC•AEcos∠CAE，

得到CE2=18+16﹣24=10，即CE=菁优网-jyeoo，

在△ACE中，由正弦定理得：菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

化简得到sin∠ACE=菁优网-jyeoo，

∵∠ACE+∠CAP=菁优网-jyeoo，

∴cos∠CAP=sin∠ACE=菁优网-jyeoo，

在Rt△ACP中，cos∠CAP=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

则AP=菁优网-jyeoo．

【点评】此题考查了正弦、余弦定理，锐角三角函数定义，以及特殊角的三角函数值，熟练掌握定理是解本题的关键．

18．（10分）（2014春•海淀区期中）已知数列{an}中，a1=1，且有|an+1|=|an+1|．

（1）写出a3所有可能的值；

（2）是否存在一个数列{an}满足：对于任意正整数n，都有an+6=an成立？若有，请写出这个数列的前6项，若没有，说明理由；

（3）求|a1+a2+…+a10|的最小值．

【分析】（1）根据a1=1，且有|an+1|=|an+1|，即可写出a3所有可能的值；

（2）利用a1=1，且有|an+1|=|an+1|，对于任意正整数n，都有an+6=an成立，即可写出这个数列的前6项；

（3）解法一：确定a1，a2，…，a10中一定有5个奇数，5个偶数，所以|a1+a2+…+a10|一定是奇数，所以|a1+a2+…+a10|≥1，可得结论；解法二：确定菁优网-jyeoo，因为离11最近的奇数的平方是 9，所以有菁优网-jyeoo，可得结论．

【解答】解：（1）a3可能取的值 3，﹣3，1，﹣1 …．（2分）

（2）存在 …．（3分）

这个数列的前6项可以为 1，﹣2，1，﹣2，1，﹣2（或者取1，2，﹣3，﹣2，﹣1，0）…．（5分）

（3）|a1+a2+…+a10|的最小值为1 …．（6分）

解法一：因为a1=1，|an+1|=|an+1|，所以an∈Z，且所有的奇数项都为奇数，偶数项为偶数

因此a1，a2，…，a10中一定有5个奇数，5个偶数，

所以|a1+a2+…+a10|一定是奇数，所以|a1+a2+…+a10|≥1

令这10项分别为1，﹣2，1，﹣2，1，﹣2，1，﹣2，1，2（或者为1，2，﹣3，﹣2，﹣1，0，1，2，3，﹣4，或者为1，2，3，﹣4，﹣3，﹣2，﹣1，0，1，2）

则有|a1+a2+…+a10|=1…．（10分）

解法二：因为a1=1，|an+1|=|an+1|，所以an∈Z，且所有的奇数项都为奇数，偶数项为偶数

又因为菁优网-jyeoo所以菁优网-jyeoo

所以有菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo

…菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo

把上面的10个式子相加，得到菁优网-jyeoo

所以有菁优网-jyeoo

因为离11最近的奇数的平方是 9，所以有菁优网-jyeoo

令这10项分别为1，﹣2，1，﹣2，1，﹣2，1，﹣2，1，2（或者为1，2，﹣3，﹣2，﹣1，0，1，2，3，﹣4，或者为1，2，3，﹣4，﹣3，﹣2，﹣1，0，1，2）

则有|a1+a2+…+a10|=1…．（10分）

【点评】本题考查数列递推式，考查数列的函数性质，考查学生分析解决问题的能力，有难度．