**2015年北京师大附中高一（下）期中数学试卷（Word版含解析）**

**一．选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．（4分）（2016春•石嘴山校级期末）若a＞b＞0，下列命题为真命题的是（　　）

A．a2＜b2 B．a2＜ab C．菁优网-jyeoo＜1 D．菁优网-jyeoo＞菁优网-jyeoo

【分析】根据不等式的基本性质，及函数的单调性，判断四个答案的真假，可得结论．

【解答】解：∵a＞b＞0，

∴a2＞b2，故A错误；

a2＞ab，故B错误；

菁优网-jyeoo＜1，故C正确；

ab＞0，菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo，故D错误；

故选：C

【点评】本题以命题的真假判断与应用为载体，考查了不等式的基本性质，属于基础题．

2．（4分）（2016春•池州期末）在△ABC内角A，B，C的对边分别是a，b，c，已知a=菁优网-jyeoo，c=菁优网-jyeoo，∠A=60°，则∠C的大小为（　　）

A．菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【分析】利用正弦定理即可得出．

【解答】解：由正弦定理可得：菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

化为：sinC=菁优网-jyeoo，

∵c＜a，

∴C为锐角，

∴C=菁优网-jyeoo．

故选：D．

【点评】本题考查了正弦定理的应用，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

3．（4分）（2016春•莆田校级期末）在△ABC中，若b=3，c=1，cosA=菁优网-jyeoo，则a=（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．8 D．12

【分析】直接利用余弦定理即可计算求值得解．

【解答】解：∵b=3，c=1，cosA=菁优网-jyeoo，

∴由余弦定理可得：a2=b2+c2﹣2bccosA=9+1﹣2×菁优网-jyeoo=8，解得：a=2菁优网-jyeoo．

故选：B．

【点评】本题主要考查了余弦定理在解三角形中的应用，属于基础题．

4．（4分）（2004•陕西）等比数列{an}中，a2=9，a5=243，{an}的前4项和为（　　）

A．81 B．120 C．168 D．192

【分析】根据等比数列的性质可知菁优网-jyeoo等于q3，列出方程即可求出q的值，利用菁优网-jyeoo即可求出a1的值，然后利用等比数列的首项和公比，根据等比数列的前n项和的公式即可求出{an}的前4项和．

【解答】解：因为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=q3=27，解得q=3

又a1=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=3，则等比数列{an}的前4项和S4=菁优网-jyeoo=120

故选B

【点评】此题考查学生灵活运用等比数列的性质及等比数列的前n项和的公式化简求值，是一道中档题．

5．（4分）（2012•重庆）不等式菁优网-jyeoo≤0的解集为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【分析】由不等式菁优网-jyeoo可得 菁优网-jyeoo，由此解得不等式的解集．

【解答】解：由不等式菁优网-jyeoo可得 菁优网-jyeoo，解得﹣菁优网-jyeoo＜x≤1，故不等式的解集为菁优网-jyeoo，

故选A．

【点评】本题主要考查分式不等式的解法，体现了等价转化的数学思想，属于中档题．

6．（4分）（2013•新课标Ⅱ）等比数列{an}的前n项和为Sn，已知S3=a2+10a1，a5=9，则a1=（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【分析】设等比数列{an}的公比为q，利用已知和等比数列的通项公式即可得到菁优网-jyeoo，解出即可．

【解答】解：设等比数列{an}的公比为q，

∵S3=a2+10a1，a5=9，

∴菁优网-jyeoo，解得菁优网-jyeoo．

∴菁优网-jyeoo．

故选C．

【点评】熟练掌握等比数列的通项公式是解题的关键．

7．（4分）（2012•广东）已知变量x，y满足约束条件，则z=3x+y的最大值为（　　）

A．12 B．11 C．3 D．﹣1

【分析】先画出线性约束条件表示的可行域，在将目标函数赋予几何意义，数形结合即可得目标函数的最值

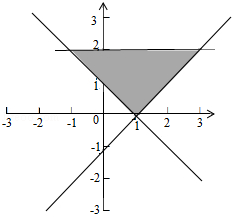
【解答】解：画出可行域如图阴影部分，

由菁优网-jyeoo得C（3，2）

目标函数z=3x+y可看做斜率为﹣3的动直线，其纵截距越大，z越大，

由图数形结合可得当动直线过点C时，z最大=3×3+2=11

故选 B



【点评】本题主要考查了线性规划的思想、方法、技巧，二元一次不等式组表示平面区域的知识，数形结合的思想方法，属基础题

8．（4分）（2006•全国卷Ⅰ）△ABC的内角A、B、C的对边分别为a、b、c，若a、b、c成等比数列，且c=2a，则cosB=（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【分析】根据等比数列的性质，可得b=菁优网-jyeooa，将c、b与a的关系结合余弦定理分析可得答案．

【解答】解：△ABC中，a、b、c成等比数列，则b2=ac，

由c=2a，则b=菁优网-jyeooa，

菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选B．

【点评】本题考查余弦定理的运用，要牢记余弦定理的两种形式，并能熟练应用．

9．（4分）（2016春•池州期末）数列{an}是首项为a1=11，公差为d=﹣2的等差数列，那么使前n项和Sn最大的n值为（　　）

A．4 B．5 C．6 D．7

【分析】由等差数列{an}的首项a1=11，公差d=﹣2写出通项公式，由通项大于等于0求出等差数列前6项大于0，从第7项起小于0，则答案可求．

【解答】解：在等差数列{an}中，由首项a1=11，公差d=﹣2，得

an=a1+（n﹣1）d=11﹣2（n﹣1）=13﹣2n．

由an=13﹣2n≥0，得n≤菁优网-jyeoo．

∴等差数列{an}中，a6＞0，a7＜0，

∴当n=6时，前n项和Sn取得最大值．

故选：C．

【点评】本题考查了数列的函数特性，考查了等差数列的通项公式和前n项和，是基础的计算题．

10．（4分）（2015•宝鸡三模）某企业为节能减排，用9万元购进一台新设备用于生产．第一年需运营费用2万元，从第二年起，每年运营费用均比上一年增加2万元，该设备每年生产的收入均为11万元． 设该设备使用了n（n∈N\*）年后，年平均盈利额达到最大值（盈利额等于收入减去成本），则n等于（　　）

A．6 B．5 C．4 D．3

【分析】根据题意建立等差数列模型，利用等差数列的性质以及求和公式即可得到结论．

【解答】解：设该设备第n年的营运费为an，万元，则数列{an}是以2为首项，2为公差的等差数列，则an=2n，

则该设备使用了n年的营运费用总和为Tn=n2+n，

设第n年的盈利总额为Sn，则Sn=11n﹣（n2+n）﹣9=﹣n2+10n﹣9，

∴年平均盈利额=10﹣（n+菁优网-jyeoo）

当n=3时，年平均盈利额取得最大值4，

故选：D．

【点评】本题主要考查与数列有关的应用问题，根据条件利用等差数列的通项公式求出盈利总额的表达式是解决本题的关键．

**二．填空题（本大题共6个小题，每小题4分，共24分．）**

11．（4分）（2008•苏州模拟）数列{an}的前n项和为Sn，若an=菁优网-jyeoo，则S5=　菁优网-jyeoo　．

【分析】S5=a1+a2+…+a5=菁优网-jyeoo，然后利用裂项求和法进行运算．

【解答】解：S5=a1+a2+…+a5

=菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故答案为菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查数列的求和，解题时要注意裂项求和法的合理应用．

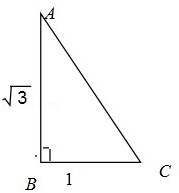
12．（4分）（2013•文峰区校级一模）已知△ABC中，AB=菁优网-jyeoo，BC=1，tanC=菁优网-jyeoo，则AC等于　2　．

【分析】画出图形，利用已知条件直接求出AC的距离即可．

【解答】解：由题意AB=菁优网-jyeoo，BC=1，tanC=菁优网-jyeoo，可知C=60°，B=90°，

三角形ABC是直角三角形，所以AC=菁优网-jyeoo=2．

故答案为：2．



【点评】本题考查三角形形状的判断，勾股定理的应用，考查计算能力．

13．（4分）（2014秋•菏泽期末）若x∈（1，+∞），则y=x+菁优网-jyeoo的最小值是　2菁优网-jyeoo+1　．

【分析】变形利用基本不等式即可得出．

【解答】解：∵x∈（1，+∞），

∴x﹣1＞0，

∴y=x+菁优网-jyeoo=x﹣1+菁优网-jyeoo+1≥2菁优网-jyeoo+1=2菁优网-jyeoo+1，当且仅当x=1+菁优网-jyeoo时取等号，

∴y=x+菁优网-jyeoo的最小值是2菁优网-jyeoo+1．

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题查基本不等式的性质，注意等号成立的条件，属于基础题．

14．（4分）（2015•成都校级模拟）等比数列{an}的各项均为正数，且a5a6+a4a7=18，则log3a1+log3a2+…+log3a10=　10　．

【分析】由已知得a5a6=9，从而log3a1+log3a2+…+log3a10=log3[（a1a10）×（a2a9）×（a3a8）×（a4a7）×（a5a6）]，由此能求出结果．

【解答】解：∵等比数列{an}的各项均为正数，且a5a6+a4a7=18，

∴a5a6+a4a7=2a5a6=18，∴a5a6=9，

∴log3a1+log3a2+…+log3a10

=log3（a1×a2×a3×…×a10）

=log3[（a1a10）×（a2a9）×（a3a8）×（a4a7）×（a5a6）]

=菁优网-jyeoo

=5log39

=10．

故答案为：10．

【点评】本题考查对数值的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意对数性质、等比数列的性质的合理运用．

15．（4分）（2016春•北京校级期中）在△ABC中，若菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，则△ABC的形状为　等腰三角形或直角三角形　．

【分析】左边利用正弦定理，右边“切变弦”，对原式进行化简整理进而可得A和B的关系，得到答案．

【解答】解：原式可化为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo⇒菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoosin2A=sin2B

∴2A=2B或2A=π﹣2B⇒A=B或A+B=菁优网-jyeoo．

故答案为等腰三角形或直角三角形

【点评】本题主要考查了正弦定理的应用．考查了学生利用正弦定理解决三角形问题的能力．

16．（4分）（2016•衡阳校级一模）已知数列{an}的前n项的和为Sn，a1=﹣1，a2=2，满足Sn+1=3Sn﹣2Sn﹣1﹣an﹣1+2（n≥2），则a2016=　20162﹣2　．

【分析】由Sn+1=3Sn﹣2Sn﹣1﹣an﹣1+2（n≥2），得Sn+1﹣Sn=2（Sn﹣Sn﹣1）﹣an﹣1+2（n≥2），即an+1=2an﹣an﹣1+2（n≥2），则（an+1﹣an）﹣（an﹣an﹣1）=2（n≥2），说明

数列{an+1﹣an}是以2为公差的等差数列，求其通项公式，然后利用累加法求出数列{an}的通项公式得答案．

【解答】解：由Sn+1=3Sn﹣2Sn﹣1﹣an﹣1+2（n≥2），得

Sn+1﹣Sn=2（Sn﹣Sn﹣1）﹣an﹣1+2（n≥2），

∴an+1=2an﹣an﹣1+2（n≥2），

则（an+1﹣an）﹣（an﹣an﹣1）=2（n≥2），

∴数列{an+1﹣an}是以a2﹣a1=2﹣（﹣1）=3为首项，以2为公差的等差数列，

则an+1﹣an=3+2（n﹣1）=2n+1，

∴a2﹣a1=2×1+1，

a3﹣a2=2×2+1，

a4﹣a3=2×3+1，

…

an﹣an﹣1=2（n﹣1）+1，

累加得：an﹣a1=2[1+2+3+…+（n﹣1）]+（n﹣1）=菁优网-jyeoo，

则菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo．

故答案为：20162﹣2．

【点评】本题考查数列递推式，考查了等差关系的确定，训练了累加法求数列的通项公式，把已知数列递推式变形是关键，是中档题．

**三．解答题：本大题共3小题，共36分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．**

17．（12分）（2016春•北京校级期中）解关于x的不等式（x﹣a）（x+a﹣1）＞0．

【分析】对a分类讨论，利用一元二次不等式的解法即可得出．

【解答】解：不等式（x﹣a）（x+a﹣1）＞0对应方程的实数根为a和1﹣a；

①当1﹣a=a，即a=菁优网-jyeoo时，不等式化为菁优网-jyeoo＞0，∴x≠菁优网-jyeoo，∴不等式的解集为{x|x≠菁优网-jyeoo}；

②当1﹣a＞a，即a＜菁优网-jyeoo时，解得x＞1﹣a或x＜a，∴不等式的解集为{x|x＞1﹣a或x＜a}；

③当1﹣a＜a，即a＞菁优网-jyeoo时，解得x＞a或x＜1﹣a，∴不等式的解集为{x|x＞a或x＜1﹣a}．

综上，当a=菁优网-jyeoo时，不等式的解集为{x|x≠菁优网-jyeoo}；

当a＜菁优网-jyeoo时，不等式的解集为{x|x＞1﹣a或x＜a}；

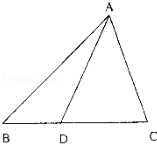
当a＞菁优网-jyeoo时，不等式的解集为{x|x＞a或x＜1﹣a}．

【点评】本题考查了一元二次不等式的解法，考查了分类讨论的思想方法，属于基础题．

18．（12分）（2016春•池州期末）在△ABC中，∠B=菁优网-jyeoo，AB=4菁优网-jyeoo，点D在BC上，且CD=3，cos∠ADC=菁优网-jyeoo．

（I）求sin∠BAD；

（Ⅱ）求BD，AC的长．



【分析】（Ⅰ）由∠ADC+∠ADB=π和诱导公式求出cos∠ADB，由平方关系求出sin∠ADB，由内角和定理、两角和的正弦公式求出sin∠BAD；

（Ⅱ）在△ABD中由正弦定理求出BD、AD，在△ADC中由余弦定理求出AC的值．

【解答】解：（Ⅰ）∵∠ADC+∠ADB=π，且cos∠ADC=菁优网-jyeoo，∴cos∠ADB=﹣菁优网-jyeoo，

∴sin∠ADB=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

由∠B+∠ADB+∠BAD=π得，sin∠BAD=sin（∠B+∠ADB）

=sin∠Bcos∠ADB+cos∠Bsin∠ADB

=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）在△ABD中，由正弦定理得菁优网-jyeoo，

∴BD=菁优网-jyeoo==4菁优网-jyeoo，

由正弦定理得菁优网-jyeoo，∴AD==菁优网-jyeoo，

在△ADC中，由余弦定理得AC2=AD2+DC2﹣2AD•DC•cos∠ADC

=20+9﹣菁优网-jyeoo=17，

∴AC=菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查正弦、余弦定理的综合应用，内角和定理、两角和的正弦公式等，熟练掌握公式和定理是解题的关键，考查化简、计算能力．

19．（12分）（2016春•北京校级期中）在等差数列{an}中，a1=菁优网-jyeoo，其前n项和为Sn，等比数列{bn}的各项均为正数，b1=1，公比为q，且b2+S2=4，q=b2S2．

（I）求an与bn；

（Ⅱ）设数列{cn}满足cn=an•bn，求{cn}的前n项和Tn．

【分析】（I）根据b2=q，列方程组计算q与S2，从而得出{an}的公差，从而得出{an}，{bn}的通项公式；

（II）使用错位相减法求出Tn．

【解答】解：（I）∵{bn}为等比数列，公比为q，b1=1，

∴b2=q，∴菁优网-jyeoo，解得q=3，S2=1．

∵a1=菁优网-jyeoo，∴a2=菁优网-jyeoo．∴{an}的公差为菁优网-jyeoo．

∴an=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，bn=3n﹣1．

（II）cn=菁优网-jyeoo=n•3n﹣2．

∴Tn=1×3﹣1+2×30+3×31+4×32+…+n×3n﹣2，①

∴3Tn=1×30+2×31+3×32+4×33+…+（n﹣1）×3n﹣2+n×3n﹣1，②

①﹣②得：﹣2Tn=3﹣1+30+31+32+…+3n﹣2﹣n×3n﹣1=菁优网-jyeoo﹣n×3n﹣1=（菁优网-jyeoo）3n﹣1﹣菁优网-jyeoo．

∴Tn=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了等差数列，等比数列的通项公式，数列求和，属于中档题．

**四．填空题（本大题共5个小题，每小题4分，共20分．）**

20．（4分）（2016春•北京校级期中）已知数列{an}满足an+1=2an+1，且a1=1，则an=　2n﹣1　．

【分析】由已知条件得an+1+1=2（an+1），从而得到{an+1}是首项为2，公比为2的等比数列，由此能求出an．

【解答】解：∵数列{an}满足an+1=2an+1，且a1=1，

∴an+1+1=2（an+1），

∴菁优网-jyeoo，又a1+1=2，

∴{an+1}是首项为2，公比为2的等比数列，

∴菁优网-jyeoo，

∴an=2n﹣1．

故答案为：2n﹣1．

【点评】本题考查数列的通项公式的求法，是中档题，解题时要注意构造法的合理运用．

21．（4分）（2016春•北京校级期中）在△ABC中，A=30°，AB=菁优网-jyeoo，BC=1，则△ABC的面积等于　菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo　．

【分析】利用余弦定理列出关系式，将cosA，a与c的值代入求出b的值，再由于b，c及sinA的值，利用三角形的面积公式即可求出三角形ABC的面积．

【解答】解：∵在△ABC中，∠A=30°，AB=c=菁优网-jyeoo，BC=a=1，

∴由余弦定理得：a2=b2+c2﹣2bccosA，

即1=b2+3﹣3b，

解得：b=1或b=2，

则S△ABC=菁优网-jyeoobcsinA=菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo．

【点评】此题考查了余弦定理，三角形面积公式，以及特殊角的三角函数值，熟练掌握定理是解本题的关键．

22．（4分）（2016春•北京校级期中）甲船在岛B的正南处，AB=5km，甲船以每小时2km的速度速度向正北方向航行，同时乙船自B出发以每小时3km的速度向北偏东60°的方向驶去，当甲、乙两船相距最近时，它们所航行的时间是　菁优网-jyeoo　小时．

【分析】设经过x小时距离最小，然后分别表示出甲乙距离B岛的距离，再由余弦定理表示出两船的距离，最后根据二次函数求最值的方法可得到答案．

【解答】解：假设经过x小时两船相距最近，甲乙分别行至C，D如图示

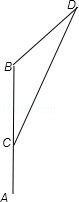
可知BC=5﹣2x，BD=3x，∠CBD=120°

CD2=BC2+BD2﹣2BC×BD×cosCBD=（5﹣2x）2+9x2+2×（5﹣2x）×3x×菁优网-jyeoo

=7x2﹣5x+25

当x=菁优网-jyeoo小时时甲、乙两船相距最近，

故答案为：菁优网-jyeoo．



【点评】本题考查解三角形问题在生产实际中的具体运用，考查余弦定理的灵活运用，考查计算能力．解题时要认真审题，仔细解答．

23．（4分）（2016春•北京校级期中）正数m，n满足菁优网-jyeoo的最小值为　8　．

【分析】由正数m，n满足2m+n=1，知菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo）（2m+n）=4+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo≥4+2菁优网-jyeoo，由此能求出菁优网-jyeoo的最小值．

【解答】解：∵正数m，n满足2m+n=1，

∴菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo）（2m+n）

=2+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+2

≥4+2菁优网-jyeoo

=8．

当且仅当菁优网-jyeoo，即m=菁优网-jyeoo，n=菁优网-jyeoo时，菁优网-jyeoo取最小值8．

故答案为：8．

【点评】本题考查基本不等式的性质和应用，是基础题．解题时要认真审题，注意均值不等式的合理运用．

24．（4分）（2014•安徽模拟）已知数列{an}满足an=n•kn（n∈N\*，0＜k＜1），给出下列命题：

①当k=菁优网-jyeoo时，数列{an}为递减数列

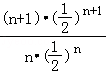
②当菁优网-jyeoo＜k＜1时，数列{an}不一定有最大项

③当0＜k＜菁优网-jyeoo时，数列{an}为递减数列

④当菁优网-jyeoo为正整数时，数列{an}必有两项相等的最大项

请写出正确的命题的序号　③④　．

【分析】由于菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，再根据k的条件讨论即可得出．

【解答】解：①当k=菁优网-jyeoo时，菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo==菁优网-jyeoo，当n=1时，a1=a2，因此数列{an}不是递减数列，故①不正确；

②当菁优网-jyeoo＜k＜1时，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，由于菁优网-jyeook＜菁优网-jyeoo＜1+菁优网-jyeoo＜2k，因此数列{an}一定有最大项．

③当0＜k＜菁优网-jyeoo时，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo≤1，∴an+1＜an．

因此数列{an}为递减数列，正确．

④当菁优网-jyeoo为正整数时，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=1，因此数列{an}必有两项相等的最大项，故正确．

综上可知：只有③④正确．

故答案为：③④．

【点评】本题考查了数列的单调性、分类讨论的思想方法，考查了推理能力和计算能力，属于难题．

**五．解答题：本大题共3小题，共30分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．**

25．（10分）（2016春•池州期末）已知函数f（x）=菁优网-jyeoo（x＞0）．

（I）当a＞0时，求函数f（x）的最小值；

（Ⅱ）若对任意x∈[1，+∞），f（x）＞0恒成立，求实数a的取值范围．

【分析】（Ⅰ）根据基本不等式的性质求出函数的最小值即可；

（Ⅱ）求出函数的导数，通过讨论a的范围，求出函数的单调区间，得到函数的最小值，解关于a的不等式即可．

【解答】解：（Ⅰ）f（x）=菁优网-jyeoo=x+菁优网-jyeoo+2，（x＞0），

∵a＞0，x＞0，∴f（x）≥2菁优网-jyeoo+2=2菁优网-jyeoo+2，

当且仅当x=菁优网-jyeoo时“=”成立，

（Ⅱ）f（x）=x+菁优网-jyeoo+2，（x≥1），f′（x）=菁优网-jyeoo，

a≤1时，f′（x）＞0，f（x）在[1，+∞）递增，

∴f（x）≥f（1）=a+3＞0，解得：﹣3＜a≤1，

a＞1时，令f′（x）＞0，解得：x＞菁优网-jyeoo，

令f′（x）＜0，解得：1≤x＜菁优网-jyeoo，

∴f（x）在[1，菁优网-jyeoo）递减，在（菁优网-jyeoo，+∞）递增，

∴f（x）≥f（菁优网-jyeoo）=2菁优网-jyeoo+2＞0成立，

综上a＞﹣3．

【点评】本题考查了函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及分类讨论思想，是一道中档题．

26．（10分）（2014•临汾校级四模）在△ABC中，a、b、c分别为内角A、B、C的对边，且满足cos2A+2sin2（π+B）+2cos2（菁优网-jyeoo+C）﹣1=2sinBsinC．

（Ⅰ）求角A的大小；

（Ⅱ）若b=4，c=5，求sinB．

【分析】（Ⅰ）由条件可得sin2B+sin2C﹣sin2A=sinBsinC，再由正弦定理得b2+c2﹣a2=bc，由余弦定理求得菁优网-jyeoo，从而求得A的值．

（Ⅱ）由a2=b2+c2﹣2bccosA=21，求得菁优网-jyeoo，再由正弦定理菁优网-jyeoo，求得sinB的值．

【解答】解：（Ⅰ）∵菁优网-jyeoo，

∴sin2B+sin2C﹣sin2A=sinBsinC，（2分）

由正弦定理得b2+c2﹣a2=bc，由余弦定理得菁优网-jyeoo，（4分）

∵0＜A＜π，∴菁优网-jyeoo．（6分）

（Ⅱ）∵a2=b2+c2﹣2bccosA=菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo，

由正弦定理菁优网-jyeoo，求得菁优网-jyeoo，

解得菁优网-jyeoo．（12分）

【点评】本题主要考查正弦定理和余弦定理、诱导公式的应用，根据三角函数的值求角，属于中档题．

27．（10分）（2016春•北京校级期中）已知函数f（x）=菁优网-jyeoox2tan2α+菁优网-jyeooxcos（α+菁优网-jyeoo），其中tanα=菁优网-jyeoo，α∈（0，菁优网-jyeoo）

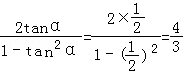
（I）求f（x）的解析式；

（Ⅱ）若数列{an}满足a1=菁优网-jyeoo，an+1=f（an），n∈N\*．求证：1＜菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo（n∈N\*，n≥2）

【分析】（Ⅰ）由tanα=菁优网-jyeoo求得tan2α及sinα、cosα的值，代入原函数可得函数解析式；

（Ⅱ）由an+1=f（an）求得数列递推式，把数列递推式变形，可得菁优网-jyeoo，结合已知放缩得答案．

【解答】（Ⅰ）解：∵tanα=菁优网-jyeoo，α∈（0，菁优网-jyeoo），

∴tan2α=，

由菁优网-jyeoo，解得（0菁优网-jyeoo）．

∴cos（α+菁优网-jyeoo）=cosαcos菁优网-jyeoo﹣sinαsin菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴f（x）=菁优网-jyeoox2tan2α+菁优网-jyeooxcos（α+菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）证明：由an+1=f（an），得菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo，则an+1＞an≥a1，

∵an+1=an（an+1），则菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo．

又∵a1=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

∴1＜菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查三角函数中的恒等变换应用，着重考查数列不等式的证明，把已知递推式灵活变形是关键，是中档题．