**2015年北京东城区高一（下）期末数学试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：本大题共8小题，每小题3分，共24分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．（3分）（2016春•东城区期末）不等式x2+2x＜3的解集是（　　）

A．{x|﹣1＜x＜3} B．{x|﹣3＜x＜1} C．{x|x＜﹣3或x＞1} D．{x|x＜﹣1或x＞3}

【分析】把不等式化为（x+3）（x﹣1）＜0，求出解集即可．

【解答】解：∵不等式x2+2x＜3，

∴x2+2x﹣3＜0，

即（x+3）（x﹣1）＜0，

解得﹣3＜x＜1，

所以该不等式的解集是{x|﹣3＜x＜1}．

故选：B．

【点评】本题考查了一元二次不等式的解法与应用问题，是基础题目．

2．（3分）（2016春•东城区期末）为了大力弘扬中华优秀传统文化，某校购进了《三国演义》、《水浒传》、《红楼梦》和《西游记》若干套，如果每班每学期可以随机领取两套不同的书籍，那么该校高一（1）班本学期领到《三国演义》和《水浒传》的概率为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【分析】确定基本事件的个数，即可求出相应的概率．

【解答】解：∵每班每学期可以随机领取两套不同的书籍，

∴共有C42=6种方法，

该校高一（1）班本学期领到《三国演义》和《水浒传》，有1种方法，

∴所求概率为菁优网-jyeoo，

故选：D．

【点评】本题考查概率的计算，考查古典概型，比较基础．

3．（3分）（2016春•东城区期末）已知a＜b＜0，则（　　）

A．a2＜ab B．ab＜b2 C．a2＜b2 D．a2＞b2

【分析】利用排除法，当a=﹣2，b=﹣1，则A，B，C不成立，根据基本不等式的性质即可判断D．

【解答】解：∵a＜b＜0，

当a=﹣2，b=﹣1，则A，B，C不成立，

根据基本性质可得a2＞b2，

故选：D

【点评】本题考查了不等式的性质，关键是排除法，属于基础题．

4．（3分）（2010•湖南）某商品销售量y（件）与销售价格x（元/件）负相关，则其回归方程可能是（　　）

A．菁优网-jyeoo=﹣10x+200 B．菁优网-jyeoo=10x+200 C．菁优网-jyeoo=﹣10x﹣200 D．菁优网-jyeoo=10x﹣200

【分析】本题考查的知识点是回归分析的基本概念，根据某商品销售量y（件）与销售价格x（元/件）负相关，故回归系数应为负，再结合实际进行分析，即可得到答案．

【解答】解：由x与y负相关，

可排除B、D两项，

而C项中的菁优网-jyeoo=﹣10x﹣200＜0不符合题意．

故选A

【点评】两个相关变量之间的关系为正相关关系，则他们的回归直线方程中回归系数为正；

两个相关变量之间的关系为负相关关系，则他们的回归直线方程中回归系数为负．

5．（3分）（2016春•东城区期末）已知非零向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo不共线，且菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，则向量菁优网-jyeoo=（　　）

A．菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo

【分析】直接利用向量的运算法则化简求解即可．

【解答】解：非零向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo不共线，且菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，

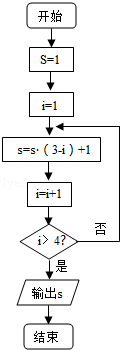
菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

可得：向量菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo．

故选：A．

【点评】本题考查向量的基本运算，考查计算能力．

6．（3分）（2010•天津）阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序，则输出s的值为（　　）



A．﹣1 B．0 C．1 D．3

【分析】本题主要考查条件语句与循环语句的基本应用，属于容易题．

【解答】解：第一次运行程序时i=1，s=3；

第二次运行程序时，i=2，s=2；

第三次运行程序时，i=3，s=1；

第四次运行程序时，i=4，s=0，

此时执行i=i+1后i=5，推出循环输出s=0，

故选B

【点评】涉及循环语句的问题通常可以采用一次执行循环体的方式解决．

7．（3分）（2016春•东城区期末）已知{an}是等差数列，公差d不为零，前n项和是Sn，若a3，a4，a8成等比数列，则（　　）

A．a1d＜0，dS3＜0 B．a1d＞0，dS3＞0 C．a1d＞0，dS3＜0 D．a1d＜0，dS3＞0

【分析】a3，a4，a8成等比数列，可得菁优网-jyeoo=a3•a8，化为：3a1+5d=0，可得a1与d异号，进而判断出结论．

【解答】解：∵a3，a4，a8成等比数列，∴菁优网-jyeoo=a3•a8，

∴菁优网-jyeoo=（a1+2d）•（a1+7d），d≠0，化为：3a1+5d=0，

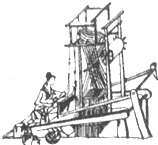
可得a1与d异号，

∴a1d＜0，dS3=d（3a1+3d）=﹣2d2＜0，

故选：A．

【点评】本题考查了等差数列与等比数列的通项公式、数列的单调性，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

8．（3分）（2016春•东城区期末）《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有如下问题：“今有女子善织，日益功，疾，初日织五尺，今一月织九匹三丈（1匹=40尺，一丈=10尺），问日益几何？”其意思为：“有一女子擅长织布，每天比前一天更加用功，织布的速度也越来越快，从第二天起，每天比前一天多织相同量的布，第一天织5尺，一月织了九匹三丈，问每天增加多少尺布？”若一个月按30天算，则每天增加量为（　　）



A．菁优网-jyeoo尺 B．菁优网-jyeoo尺 C．菁优网-jyeoo尺 D．菁优网-jyeoo尺

【分析】利用等差数列的求和公式即可得出．

【解答】解：由题意可得：每天织布的量组成了等差数列{an}，

a1=5（尺），S30=9×40+30=390（尺），设公差为d（尺），

则30×5+菁优网-jyeoo=390，解得d=菁优网-jyeoo．

故选：C．

【点评】本题考查了等差数列与等比数列的通项公式，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

**二、填空题（本大题共6小题，每小题4分，共24分）**

9．（4分）（2009•天津）某学院的A，B，C三个专业共有1200名学生，为了调查这些学生勤工俭学的情况，拟采用分层抽样的方法抽取一个容量为120的样本．已知该学院的A专业有380名学生，B专业有420名学生，则在该学院的C专业应抽取　40　名学生．

【分析】根据全校的人数和A，B两个专业的人数，得到C专业的人数，根据总体个数和要抽取的样本容量，得到每个个体被抽到的概率，用C专业的人数乘以每个个体被抽到的概率，得到结果．

【解答】解：∵C专业的学生有1200﹣380﹣420=400，

由分层抽样原理，应抽取菁优网-jyeoo名．

故答案为：40

【点评】本题考查分层抽样，分层抽样过程中，每个个体被抽到的概率相等，在总体个数，样本容量和每个个体被抽到的概率这三个量中，可以知二求一．

10．（4分）（2014•福建）如图，在边长为1的正方形中随机撒1000粒豆子，有180粒落到阴影部分，据此估计阴影部分的面积为　0.18　．



【分析】根据几何槪型的概率意义，即可得到结论．

【解答】解：正方形的面积S=1，设阴影部分的面积为S，

∵随机撒1000粒豆子，有180粒落到阴影部分，

∴几何槪型的概率公式进行估计得菁优网-jyeoo，

即S=0.18，

故答案为：0.18．

【点评】本题主要考查几何槪型的概率的计算，利用豆子之间的关系建立比例关系是解决本题的关键，比较基础．

11．（4分）（2016春•东城区期末）若非零向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo满足|菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo|，（2菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）•菁优网-jyeoo=0，则菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo的夹角为　120°　．

【分析】根据两个向量的数量积的值，整理出两个向量之间的关系，得到两个向量的数量积2倍等于向量的模长的平方，写出求夹角的公式，得到结果．

【解答】解：设菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo的夹角为θ，

∵非零向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo满足|菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo|，

∴（2菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）•菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo+|菁优网-jyeoo|2=2|菁优网-jyeoo|•|菁优网-jyeoo|cosθ+|菁优网-jyeoo|2=0，

∴cosθ=﹣菁优网-jyeoo

∵0°≤θ≤180°

∴θ=120°，

故答案为：120°

【点评】本题考查数量积表示两个向量的夹角，本题解题的关键是整理出两个向量的数量积与模长之间的关系．

12．（4分）（2016春•东城区期末）设△ABC的内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，若bcosC+ccosB=asinA，则∠A的度数为　90°　．

【分析】根据正弦定理把已知等式中的边转化为角的正弦，利用两角和公式化简求得sinA的值进而求得A．

【解答】解：∵bcosC+ccosB=asinA，

∴sinBcosC+sinCcosB=sin（B+C）=sinA=sin2A，

∵sinA≠0，

∴sinA=1，

∴由于A为三角形内角，可得A=90°，

故答案为：90°．

【点评】本题主要考查了正弦定理的应用．解题的关键是利用正弦定理把等式中的边转化为角的正弦，属于基本知识的考查．

13．（4分）（2016春•东城区期末）设x＞0，y＞0．且菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1，则xy的最大值为　3　．

【分析】直接根据x，y为正实数，且满足菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=1利用基本不等式即可得到答案．

【解答】解：∵x＞0，y＞0．

∴1=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，即xy≤3．

当且仅当x=菁优网-jyeoo，y=2时取等号．

∴xy的最大值为 3．

故答案为：3．

【点评】本题主要考查了用基本不等式解决最值问题的能力，属基本题．

14．（4分）（2016春•东城区期末）已知平面向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo和菁优网-jyeoo在同一平面内且两两不共线，关于非零向量菁优网-jyeoo的分解有如下四个命题：

①给定向量菁优网-jyeoo，总存在向量菁优网-jyeoo，使菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo；

②给定向量菁优网-jyeoo和菁优网-jyeoo，总存在实数λ和μ，使菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo+μ菁优网-jyeoo；

③给定单位向量菁优网-jyeoo和正数μ，总存在单位向量菁优网-jyeoo和实数λ，使菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo+μ菁优网-jyeoo；

④给定正数λ和μ，总存在单位向量菁优网-jyeoo和单位向量菁优网-jyeoo，使菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo+μ菁优网-jyeoo．

则所有正确的命题序号是　①②　．

【分析】根据向量加法的三角形法则，可判断①；根据平面向量的基本定理可判断②③；举出反例λ=μ=1，|菁优网-jyeoo|＞2，可判断④．

【解答】解：∵平面向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo和菁优网-jyeoo在同一平面内且两两不共线，

①给定向量菁优网-jyeoo，总存在向量菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，使菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，故①正确；

②由向量菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo和菁优网-jyeoo在同一平面内且两两不共线，

故给定向量菁优网-jyeoo和菁优网-jyeoo，总存在实数λ和μ，使菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo+μ菁优网-jyeoo，故②正确；

③给定单位向量菁优网-jyeoo和正数μ，不一定存在单位向量菁优网-jyeoo和实数λ，使菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo+μ菁优网-jyeoo，故③错误；

④当λ=μ=1，|菁优网-jyeoo|＞2时，不总存在单位向量菁优网-jyeoo和单位向量菁优网-jyeoo，使菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo+μ菁优网-jyeoo，故④错误．

故答案为：①②．

【点评】本题考查的知识点是平面向量的基本定理和应用，注意运用向量的加减运算性质和单位向量的概念，难度中档．

**三、解答题：本大题共6小题，共52分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．**

15．（8分）（2016春•东城区期末）在平面直角坐标系xOy中，点A（﹣1，﹣2），B（3，2），D（﹣3，﹣1），以线段AB，AD为邻边作平行四边形ABCD．求

（I）点C的坐标；

（II）平行四边形ABCD的面积．

【分析】（Ⅰ）根据向量的坐标即可求出C的坐标，

（Ⅱ）根据向量的数量积的运算和同角的三角函数的关系，以及平行四边形的面积即可求出．

【解答】解：（I）菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，点C的坐标为（1，3）．

（II）菁优网-jyeoo．

菁优网-jyeoo，

菁优网-jyeoo，

∴SABCD=|菁优网-jyeoo|•|菁优网-jyeoo|•sin＜菁优网-jyeoo＞=12．

【点评】本题考查平面向量数量积的运算和向量的坐标运算，属基础题．

16．（9分）（2016春•东城区期末）已知{an}是等差数列，满足a1=3，a4=12，数列{bn}满足b1=4，b4=20，且{bn﹣an}为等比数列．

（1）求数列{an}和{bn}的通项公式；

（2）求数列{bn}的前n项和．

【分析】（1）利用等差数列、等比数列的通项公式先求得公差和公比，即可求数列的通项公式；

（2）利用分组求和的方法求解数列的和，由等差数列及等比数列的前n项和公式即可求解数列的和．

【解答】解：（1）设等差数列{an}的公差为d，由题意得

d=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=3．

∴an=a1+（n﹣1）d=3n（n=1，2，…）．

∴数列{an}的通项公式为：an=3n；

设等比数列{bn﹣an}的公比为q，由题意得：

q3=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=8，解得q=2．

∴bn﹣an=（b1﹣a1）qn﹣1=2n﹣1．

从而bn=3n+2n﹣1（n=1，2，…）．

∴数列{bn}的通项公式为：bn=3n+2n﹣1；

（2）由（1）知bn=3n+2n﹣1（n=1，2，…）．

数列{3n}的前n项和为菁优网-jyeoon（n+1），数列{2n﹣1}的前n项和为菁优网-jyeoo=2n﹣1．

∴数列{bn}的前n项和为菁优网-jyeoon（n+1）+2n﹣1．

【点评】本题考查了等差数列、等比数列的通项公式，考查了利用分组求和的方法求解数列的前n项和，是中档题．

17．（9分）（2012•浙江）在△ABC中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，且bsinA=菁优网-jyeooa•cosB．

（1）求角B的大小；

（2）若b=3，sinC=2sinA，分别求a和c的值．

【分析】（1）由bsinA=菁优网-jyeooa•cosB，由正弦定理可得：sinBsinA=菁优网-jyeoosinAcosB，化简整理即可得出．

（2）由sinC=2sinA，可得c=2a，由余弦定理可得：b2=a2+c2﹣2accosB，代入计算即可得出．

【解答】解：（1）∵bsinA=菁优网-jyeooa•cosB，由正弦定理可得：sinBsinA=菁优网-jyeoosinAcosB，

∵sinA≠0，∴sinB=菁优网-jyeoocosB，

B∈（0，π），

可知：cosB≠0，否则矛盾．

∴tanB=菁优网-jyeoo，∴B=菁优网-jyeoo．

（2）∵sinC=2sinA，∴c=2a，

由余弦定理可得：b2=a2+c2﹣2accosB，

∴9=a2+c2﹣ac，

把c=2a代入上式化为：a2=3，解得a=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo．

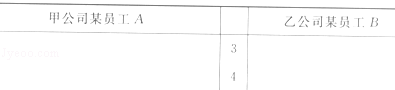
【点评】本题考查了正弦定理余弦定理、三角形内角和定理与三角函数的单调性，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

18．（9分）（2016春•东城区期末）为了解甲、乙两个快递公司的工作状况，假设同一个公司快递员的工作状况基本相同，现从甲、乙两公司各随机抽取一名快递员，并从两人某月投递的快递件数记录结果中分别随机抽取8天的数据如下：

甲公司某员工A：32 33 33 35 36 39 33 41

乙公司某员工B：42 36 36 34 37 44 42 36

（I）根据两组数据完成甲、乙两个快递公司某员工A和某员工B投递快递件数的茎叶图，并通过茎叶图，对员工A和员工B投递快递件数作比较，写出一个统计结论：



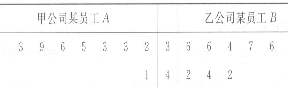
统计结论：　通过茎叶图可以看出，乙公司某员工B投递快递件数的平均值高于甲公司某员工A投递快递件数的平均值

（II）请根据甲公司员工A和乙公司员工B分别随机抽取的8天投递快递件数，试估计甲公司员工比乙公司员工该月投递快递件数多的概率．

【分析】（I）根据条件，可得某员工A和某员工B投递快递件数的茎叶图，从而得出统计结论；

（II）确定基本事件的个数，可估计甲公司员工比乙公司员工该月投递快递件数多的概率．

【解答】解：（I）某员工A和某员工B投递快递件数的茎叶图如下：



统计结论：通过茎叶图可以看出，乙公司某员工B投递快递件数的平均值高于甲公司某员工A投递快递件数的平均值．（其它正确的结论照样给分）…（4分）

（II）设事件Ai为“甲公司某员工A在抽取的8天中，第i天投递的快递件数”，

事件Bi为“乙公司某员工B在抽取的8天中，第i天投递的快递件数”，i=1，2，…，8．

设事件C为“甲公司某员工A比乙公司某员工B投递的快递件数多”．由题意知C=A4B4∪A5B4∪A6B2∪A6B3∪A6B4∪A6B5∪A6B8∪A8B2∪A8B3∪A8B4∪A8B5UA8B8因此菁优网-jyeoo．…（8分）

因此可以估计甲公司员工比乙公司员工该月投递快递件数多的概率为菁优网-jyeoo．…（9分）

【点评】本题考查茎叶图，考查概率的计算，正确运用所给数据是关键．

19．（9分）（2016春•东城区期末）已知关于x的不等式（ax﹣1）（x﹣2）＞2的解集为A，且3∉A．

（I）求实数a的取值范围；

（II）求集合A．

【分析】（I）根据题意，把x=3代入（ax﹣1）（x﹣2）≤2中，求出a的取值范围；

（II）根据（ax﹣1）（x﹣2）＞2，讨论a的取值，求出对应不等式的解集．

【解答】解：（I）∵3∉A，

∴当x=3时，有（ax﹣1）（x﹣2）≤2，

即3a﹣1≤2；

解得a≤1，

即a的取值范围是{a|a≤1}；…（3分）

（II）（ax﹣1）（x﹣2）＞2，

∴（ax﹣1）（x﹣2）﹣2＞0，

∴ax2﹣（2a+1）x＞0，…（4分）

当a=0时，集合A={x|x＜0}；…（5分）

当菁优网-jyeoo时，集合菁优网-jyeoo；…（6分）

当菁优网-jyeoo时，原不等式的解集A为空集；…（7分）

当菁优网-jyeoo时，集合菁优网-jyeoo；…（8分）

当0＜a≤1时，集合菁优网-jyeoo．…（9分）

【点评】本题考查了不等式的解法与应用问题，也考查了分类讨论思想的应用问题，是综合性题目．

20．（8分）（2016春•东城区期末）对于项数为m的有穷数列{an}，记bk=max{a1，a2，…，ak}（k=1，2，…，m），即bk为a1，a2，…，ak中的最大值，并称数列{bk}是{an}的控制数列．如1，3，2，5，5的控制数列是1，3，3，5，5．

（I）若各项均为正整数的数列{an}的控制数列为2，3，4，5，5，写出所有符合条件的数列{an}；

（II）设m=100，若an=|2n﹣4|，{bn}是{an}的控制数列，求（b1﹣a1）+（b2﹣a2）+…+（b100﹣a100）的值；

（III）设{bn}是{an}的控制数列，满足ak+bm﹣k+1=C（C为常数，k=1，2，…，m）．

求证：bk=ak（k=1，2，…，m）．

【分析】（Ⅰ）根据控制数列的定义，进行列举即可得到数列{an}；

（Ⅱ）确定b1=a1=2，a2=0，b2=2，n≥3时，总有bn=an，从而求（b1﹣a1）+（b2﹣a2）+…+（b100﹣a100）的值；

（Ⅲ）依题意可得bk+1≥bk，根据ak+bm﹣k+1=C，ak+1+bm﹣k=C，证明ak+1﹣ak=bm﹣k+1﹣bm﹣k≥0，即证得结论．

【解答】解：（I）若各项均为正整数的数列{an}的控制数列为2，3，4，5，5，

则数列{an}可能为：

①2，3，4，5，1；

②2，3，4，5，2；

③2，3，4，5，3；

④2，3，4，5，4；

⑤2，3，4，5，5．…（2分）

（II）∵an=|2n﹣4|，{bn}是{an}的控制数列，

∴b1=a1=2，a2=0，b2=2．

当n≥3时，bn=an，

∴（b1﹣a1）+（b2﹣a2）+…+（b100﹣a100）=2．…（5分）

证明：（III）因为bk=max{a1，a2，…ak}，

bk+1=max{a1，a2，…ak，ak+1}，

所以bk+1≥bk．…（6分）

因为ak+bm﹣k+1=C，ak+1+bm﹣k=C，

所以ak+1﹣ak=bm﹣k+1﹣bm﹣k≥0，

即ak+1≥ak．…（7分）

因此，bk=ak．…（8分）

【点评】本题考查数列的应用，考查对抽象概念的理解与综合应用的能力，属于中档题．