**2014年吉林省长春市中考数学试卷（word版含解析）**

**一、选择题（每小题3分，共24分）**

1．（3分）（2014•长春）﹣菁优网-jyeoo的相反数是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．﹣菁优网-jyeoo C．7 D．﹣7

【考点】相反数．

【专题】常规题型．

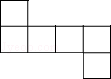
【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得一个数的相反数．

【解答】解：﹣菁优网-jyeoo的相反数是菁优网-jyeoo，

故选：A．

【点评】本题考查了相反数，在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数．

2．（3分）（2014•长春）下列图形中，是正方体表面展开图的是（　　）

A．菁优网：http://www.jyeoo.com B．菁优网：http://www.jyeoo.com C． D．

【考点】几何体的展开图．

【专题】常规题型．

【分析】利用正方体及其表面展开图的特点解题．

【解答】解：A、B、D经过折叠后，下边没有面，所以不可以围成正方体，C能折成正方体．

故选：C．

【点评】本题考查了正方体的展开图，解题时牢记正方体无盖展开图的各种情形．

3．（3分）（2014•长春）计算（3ab）2的结果是（　　）

A．6ab B．6a2b C．9ab2 D．9a2b2

【考点】幂的乘方与积的乘方．

【专题】计算题．

【分析】根据积的乘方，等于把每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘计算后直接选择答案．

【解答】解：（3ab）2=32a2b2=9a2b2．

故选：D．

【点评】本题考查了积的乘方的性质，熟记运算性质并理清指数的变化是解题的关键．

4．（3分）（2014•长春）不等式组菁优网-jyeoo的解集为（　　）

A．x≤2 B．x＞﹣1 C．﹣1＜x≤2 D．﹣1≤x≤2

【考点】解一元一次不等式组．

【专题】计算题．

【分析】先求出不等式组中每一个不等式的解集，再求出它们的公共部分就是不等式组的解集．

【解答】解：菁优网-jyeoo，

解①得：x＞﹣1，

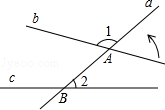
解②得：x≤2，

则不等式组的解集是：﹣1＜x≤2．

故选：C．

【点评】本题考查的是一元一次不等式组的解，解此类题目常常要结合数轴来判断．还可以观察不等式的解，若x＞较小的数、＜较大的数，那么解集为x介于两数之间．

5．（3分）（2014•长春）如图，直线a与直线b交于点A，与直线c交于点B，∠1=120°，∠2=45°，若使直线b与直线c平行，则可将直线b绕点A逆时针旋转（　　）



A．15° B．30° C．45° D．60°

【考点】平行线的判定．

【专题】几何图形问题．

【分析】先根据邻补角的定义得到∠3=60°，根据平行线的判定当b与a的夹角为45°时，b∥c，由此得到直线b绕点A逆时针旋转60°﹣45°=15°．

【解答】解：∵∠1=120°，

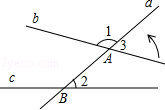
∴∠3=60°，

∵∠2=45°，

∴当∠3=∠2=45°时，b∥c，

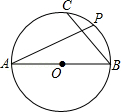
∴直线b绕点A逆时针旋转60°﹣45°=15°．

故选：A．



【点评】本题考查了平行线的判定：同位角相等，两直线平行；内错角相等，两直线平行；同旁内角互补，两直线平行；两条直线都和第三条直线平行，那么这两条直线平行．

6．（3分）（2014•长春）如图，在⊙O中，AB是直径，BC是弦，点P是菁优网-jyeoo上任意一点．若AB=5，BC=3，则AP的长不可能为（　　）



A．3 B．4 C．菁优网-jyeoo D．5

【考点】圆周角定理；勾股定理；圆心角、弧、弦的关系．

【专题】几何图形问题．

【分析】首先连接AC，由圆周角定理可得，可得∠C=90°，继而求得AC的长，然后可求得AP的长的取值范围，继而求得答案．

【解答】解：连接AC，

∵在⊙O中，AB是直径，

∴∠C=90°，

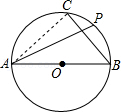
∵AB=5，BC=3，

∴AC=菁优网-jyeoo=4，

∵点P是菁优网-jyeoo上任意一点．

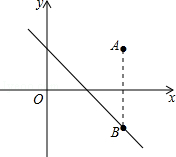
∴4≤AP≤5．

故选：A．



【点评】此题考查了圆周角定理以及勾股定理．此题难度不大，注意掌握辅助线的作法，注意掌握数形结合思想的应用．

7．（3分）（2014•长春）如图，在平面直角坐标系中，点A（2，m）在第一象限，若点A关于x轴的对称点B在直线y=﹣x+1上，则m的值为（　　）



A．﹣1 B．1 C．2 D．3

【考点】一次函数图象上点的坐标特征；关于x轴、y轴对称的点的坐标．

【专题】数形结合．

【分析】根据关于x轴的对称点的坐标特点可得B（2，﹣m），然后再把B点坐标代入y=﹣x+1可得m的值．

【解答】解：∵点A（2，m），

∴点A关于x轴的对称点B（2，﹣m），

∵B在直线y=﹣x+1上，

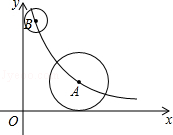
∴﹣m=﹣2+1=﹣1，

m=1，

故选：B．

【点评】此题主要考查了关于x轴对称点的坐标，以及一次函数图象上点的坐标特点，关键是掌握凡是函数图象经过的点必能使解析式左右相等．

8．（3分）（2014•长春）如图，在平面直角坐标系中，点A、B均在函数y=菁优网-jyeoo（k＞0，x＞0）的图象上，⊙A与x轴相切，⊙B与y轴相切．若点B的坐标为（1，6），⊙A的半径是⊙B的半径的2倍，则点A的坐标为（　　）



A．（2，2） B．（2，3） C．（3，2） D．（4，菁优网-jyeoo）

【考点】切线的性质；反比例函数图象上点的坐标特征．

【专题】数形结合．

【分析】把B的坐标为（1，6）代入反比例函数解析式，根据⊙B与y轴相切，即可求得⊙B的半径，则⊙A的半径即可求得，即得到B的纵坐标，代入函数解析式即可求得横坐标．

【解答】解：把B的坐标为（1，6）代入反比例函数解析式得：k=6，

则函数的解析式是：y=菁优网-jyeoo，

∵B的坐标为（1，6），⊙B与y轴相切，

∴⊙B的半径是1，

则⊙A是2，

把y=2代入y=菁优网-jyeoo得：x=3，

则A的坐标是（3，2）．

故选：C．

【点评】本题考查了待定系数法求函数的解析式，以及斜线的性质，圆的切线垂直于经过切点的半径．

**二、填空题（每小题3分，共18分）**

9．（3分）（2014•长春）计算：菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=　菁优网-jyeoo　．

【考点】二次根式的乘除法．

【专题】计算题．

【分析】根据菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo进行运算即可．

【解答】解：原式=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】此题考查了二次根式的乘除法运算，属于基础题，注意掌握菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

10．（3分）（2014•长春）为落实“阳光体育”工程，某校计划购买m个篮球和n个排球，已知篮球每个80元，排球每个60元，购买这些篮球和排球的总费用为　（80m+60n）　元．

【考点】列代数式．

【专题】销售问题．

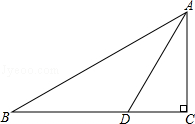
【分析】用购买m个篮球的总价加上n个排球的总价即可．

【解答】解：购买这些篮球和排球的总费用为（80m+60n）元．

故答案为：（80m+60n）．

【点评】此题考查列代数式，根据题意，找出题目蕴含的数量关系解决问题．

11．（3分）（2014•长春）如图，在△ABC中，∠C=90°，AB=10，AD是△ABC的一条角平分线．若CD=3，则△ABD的面积为　15　．



【考点】角平分线的性质．

【专题】几何图形问题．

【分析】要求△ABD的面积，现有AB=10可作为三角形的底，只需求出该底上的高即可，需作DE⊥AB于E．根据角平分线的性质求得DE的长，即可求解．

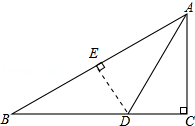
【解答】解：作DE⊥AB于E．

∵AD平分∠BAC，DE⊥AB，DC⊥AC，

∴DE=CD=3．

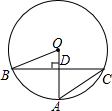
∴△ABD的面积为菁优网-jyeoo×3×10=15．

故答案是：15．



【点评】此题主要考查角平分线的性质；熟练运用角平分线的性质定理，是很重要的，作出并求出三角形AB边上的高时解答本题的关键．

12．（3分）（2014•长春）如图，在⊙O中，半径OA垂直弦于点D．若∠ACB=33°，则∠OBC的大小为　24　度．



【考点】垂径定理；圆周角定理．

【专题】计算题．

【分析】先根据圆周角定理得到∠AOB=2∠ACB=66°，然后根据互余计算∠OBC的大小．

【解答】解：∵OA⊥BC，

∴∠ODB=90°，

∵∠ACB=33°，

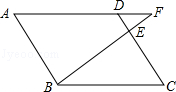
∴∠AOB=2∠ACB=66°，

∴∠OBC=90°﹣∠AOB=24°．

故答案为：24．

【点评】本题考查了垂径定理：平分弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧．也考查了圆周角定理．

13．（3分）（2014•长春）如图，在边长为3的菱形ABCD中，点E在边CD上，点F为BE延长线与AD延长线的交点．若DE=1，则DF的长为　菁优网-jyeoo　．



【考点】菱形的性质；相似三角形的判定与性质．

【专题】几何图形问题．

【分析】求出EC，根据菱形的性质得出AD∥BC，得出相似三角形，根据相似三角形的性质得出比例式，代入求出即可．

【解答】解：∵DE=1，DC=3，

∴EC=3﹣1=2，

∵四边形ABCD是菱形，

∴AD∥BC，

∴△DEF∽△CEB，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

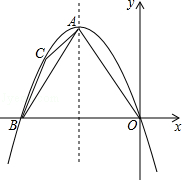
∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴DF=菁优网-jyeoo，

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查了菱形的性质，相似三角形的性质和判定的应用，注意：菱形的对边互相平行．

14．（3分）（2014•长春）如图，在平面直角坐标系中，点A在第二象限，以A为顶点的抛物线经过原点，与x轴负半轴交于点B，对称轴为直线x=﹣2，点C在抛物线上，且位于点A、B之间（C不与A、B重合）．若△ABC的周长为a，则四边形AOBC的周长为　a+4　（用含a的式子表示）．



【考点】二次函数的性质．

【专题】计算题．

【分析】根据抛物线的对称性得到：OB=4，AB=AO，则四边形AOBC的周长为AO+AC+BC+OB=△ABC的周长+OB．

【解答】解：如图，∵对称轴为直线x=﹣2，抛物线经过原点、x轴负半轴交于点B，

∴OB=4，

∵由抛物线的对称性知AB=AO，

∴四边形AOBC的周长为AO+AC+BC+OB=△ABC的周长+OB=a+4．

故答案为：a+4．

【点评】本题考查了二次函数的性质．此题利用了抛物线的对称性，解题的技巧性在于把求四边形AOBC的周长转化为求（△ABC的周长+OB）是值．

**三、解答题（本大题共10小题，共78分）**

15．（6分）（2014•长春）先化简，再求值：菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo，其中x=10．

【考点】分式的化简求值．

【专题】计算题．

【分析】原式第一项约分后，利用同分母分式的减法法则计算得到最简结果，将x的值代入计算即可求出值．

【解答】解：原式=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo，

当x=10时，原式=菁优网-jyeoo．

【点评】此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

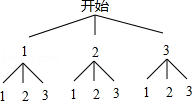
16．（6分）（2014•长春）在一个不透明的袋子里装有3个乒乓球，分别标有数字1，2，3，这些乒乓球除所标数字不同外其余均相同．先从袋子里随机摸出1个乒乓球，记下标号后放回，再从袋子里随机摸出1个乒乓球记下标号，请用画树状图（或列表）的方法，求两次摸出的乒乓球标号乘积是偶数的概率．

【考点】列表法与树状图法．

【专题】常规题型．

【分析】首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与两次摸出的乒乓球标号乘积是偶数的情况，再利用概率公式即可求得答案．

【解答】解：画树状图得：



∵共有9种等可能的结果，两次摸出的乒乓球标号乘积是偶数的有5种情况，

∴两次摸出的乒乓球标号乘积是偶数的概率为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查的是用列表法或画树状图法求概率．列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

17．（6分）（2014•长春）某文具厂计划加工3000套画图工具，为了尽快完成任务，实际每天加工画图工具的数量是原计划的1.2倍，结果提前4天完成任务，求该文具厂原计划每天加工这种画图工具的数量．

【考点】分式方程的应用．

【专题】工程问题．

【分析】根据题意设出该文具厂原计划每天加工x套这种画图工具，再根据已知条件列出方程即可求出答案．

【解答】解：设文具厂原计划每天加工x套这种画图工具．

根据题意，得菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo=4．

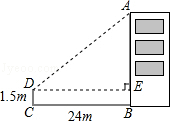
解得 x=125．

经检验，x=125是原方程的解，且符合题意．

答：文具厂原计划每天加工125套这种画图工具．

【点评】本题主要考查了如何由实际问题抽象出分式方程，在解题时要能根据题意找出等量关系列出方程是本题的关键．

18．（7分）（2014•长春）如图，为测量某建筑物的高度AB，在离该建筑物底部24米的点C处，目测建筑物顶端A处，视线与水平线夹角∠ADE为39°，且高CD为1.5米，求建筑物的高度AB．（结果精确到0.1米）（参考数据：sin39°=0.63，cos39°=0.78，tan39°=0.81）



【考点】解直角三角形的应用﹣仰角俯角问题．

【专题】几何图形问题．

【分析】过D作DE⊥AB于点E，继而可得出四边形BCDE为矩形，DE=BC=24米，CD=BE=1.5米，根据∠ADE=39°，在Rt△ADE中利用三角函数求出AE的长度，继而可求得AB的长度．

【解答】解：过D作DE⊥AB于点E，

∴四边形BCDE为矩形，

DE=BC=24米，CD=BE=1.5米，

在Rt△ADE中，

∵∠ADE=39°，

∴tan∠ADE=菁优网-jyeoo=tan39°=0.81，

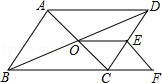
∴AE=DE•tan39°=24×0.81=19.44（米），

∴AB=AE+EB=19.44+1.5=20.94≈20.9（米）．

答：建筑物的高度AB约为20.9米．

【点评】本题考查了解直角三角形的应用，解答本题的关键是利用仰角构造直角三角形，利用三角函数求解．

19．（7分）（2014•长春）如图，在▱ABCD中，点O是对角线AC、BD的交点，点E是边CD的中点，点F在BC的延长线上，且CF=菁优网-jyeooBC，求证：四边形OCFE是平行四边形．



【考点】平行四边形的判定与性质；三角形中位线定理．

【专题】证明题．

【分析】利用三角形中位线定理判定OE∥BC，且OE=菁优网-jyeooBC．结合已知条件CF=菁优网-jyeooBC，则OE菁优网-jyeooCF，由“有一组对边平行且相等的四边形为平行四边形”证得结论．

【解答】证明：如图，∵四边形ABCD是平行四边形，

∴点O是BD的中点．

又∵点E是边CD的中点，

∴OE是△BCD的中位线，

∴OE∥BC，且OE=菁优网-jyeooBC．

又∵CF=菁优网-jyeooBC，

∴OE=CF．

又∵点F在BC的延长线上，

∴OE∥CF，

∴四边形OCFE是平行四边形．

【点评】本题考查了平行四边形的性质和三角形中位线定理．此题利用了“平行四边形的对角线互相平分”的性质和“有一组对边平行且相等的四边形为平行四边形”的判定定理．

20．（7分）（2014•长春）某校学生会为了解本校学生每天做作业所用时间情况，采用问卷的方式对一部分学生进行调查，在确定调查对象时，大家提出以下几种方案：

（A）对各班班长进行调查；

（B）对某班的全体学生进行调查；

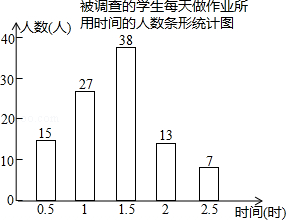
（C）从全校每班随机抽取5名学生进行调查．

在问卷调查时，每位被调查的学生都选择了问卷中适合自己的一个时间，学生会收集到的数据整理后绘制成如图所示的条形统计图．

（1）为了使收集到的数据具有代表性，学生会在确定调查对象时选择了方案　C　（填A、B或C）；

（2）被调查的学生每天做作业所用时间的众数为　1.5　小时；

（3）根据以上统计结果，估计该校800名学生中每天做作业用1.5小时的人数．



【考点】条形统计图；抽样调查的可靠性；用样本估计总体；众数．

【专题】图表型．

【分析】（1）收集的方法必须具有代表性，据此即可确定；

（2）根据众数的定义即可求解；

（3）利用总人数800乘以对应的比例即可求解．

【解答】解：（1）为了使收集到的数据具有代表性，学生会在确定调查对象时选择了方案C；

（2）众数是：1.5小时；

（3）800×菁优网-jyeoo=304（人）．

则估计该校800名学生中每天做作业用1.5小时的人数是304人．

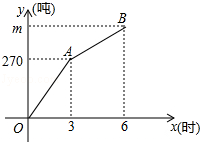
【点评】本题考查的是条形统计图的综合运用．读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据．

21．（8分）（2014•长春）甲、乙两支清雪队同时开始清理某路段积雪，一段时间后，乙队被调往别处，甲队又用了3小时完成了剩余的清雪任务，已知甲队每小时的清雪量保持不变，乙队每小时清雪50吨，甲、乙两队在此路段的清雪总量y（吨）与清雪时间x（时）之间的函数图象如图所示．

（1）乙队调离时，甲、乙两队已完成的清雪总量为　270　吨；

（2）求此次任务的清雪总量m；

（3）求乙队调离后y与x之间的函数关系式．



【考点】一次函数的应用．

【专题】数形结合．

【分析】（1）由函数图象可以看出乙队调离时，甲、乙两队已完成的清雪总量为 270吨；

（2）先求出甲队每小时的清雪量，再求出m．

（3）设乙队调离后y与x之间的函数关系式为：y=kx+b，把A，B两点代入求出函数关系式．

【解答】解：（1）由函数图象可以看出乙队调离时，甲、乙两队已完成的清雪总量为270吨；

故答案为：270．

（2）乙队调离前，甲、乙两队每小时的清雪总量为菁优网-jyeoo=90吨；

∵乙队每小时清雪50吨，

∴甲队每小时的清雪量为：90﹣50=40吨，

∴m=270+40×3=390吨，

∴此次任务的清雪总量为390吨．

（3）由（2）可知点B的坐标为（6，390），设乙队调离后y与x之间的函数关系式为：y=kx+b（k≠0），

∵图象经过点A（3，270），B（6，390），

∴菁优网-jyeoo

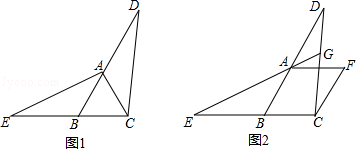
解得菁优网-jyeoo

∴乙队调离后y与x之间的函数关系式：y=40x+150．

【点评】本题主要考查一次函数的应用，解题的关键是甲队每小时的清雪量．

22．（9分）（2014•长春）探究：如图①，在△ABC中，AB=AC，∠ABC=60°，延长BA至点D，延长CB至点E，使BE=AD，连结CD，AE，求证：△ACE≌△CBD．

应用：如图②，在菱形ABCF中，∠ABC=60°，延长BA至点D，延长CB至点E，使BE=AD，连结CD，EA，延长EA交CD于点G，求∠CGE的度数．



【考点】全等三角形的判定与性质；等边三角形的判定与性质；菱形的性质．

【专题】几何图形问题．

【分析】探究：先判断出△ABC是等边三角形，根据等边三角形的性质可得BC=AC，∠ACB=∠ABC，再求出CE=BD，然后利用“边角边”证明即可；

应用：连接AC，易知△ABC是等边三角形，由探究可知△ACE和△CBD全等，根据全等三角形对应角相等可得∠E=∠D，然后根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和求出∠CGE=∠ABC即可．

【解答】解：探究：∵AB=AC，∠ABC=60°，

∴△ABC是等边三角形，

∴BC=AC，∠ACB=∠ABC，

∵BE=AD，

∴BE+BC=AD+AB，

即CE=BD，

在△ACE和△CBD中，

菁优网-jyeoo，

∴△ACE≌△CBD（SAS）；

应用：如图，连接AC，易知△ABC是等边三角形，

由探究可知△ACE≌△CBD，

∴∠E=∠D，

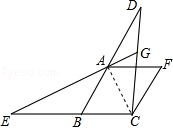
∵∠BAE=∠DAG，

∴∠E+∠BAE=∠D+∠DAG，

∴∠CGE=∠ABC，

∵∠ABC=60°，

∴∠CGE=60°．



【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质，等边三角形的判定与性质，菱形的性质，熟记性质并确定出三角形全等的条件是解题的关键，（2）作辅助线构造出探究的条件是解题的关键．

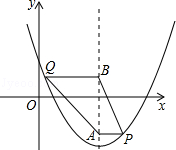
23．（10分）（2014•长春）如图，在平面直角坐标系中，抛物线y=x2+bx+c经过点（1，﹣1），且对称轴为直线x=2，点P、Q均在抛物线上，点P位于对称轴右侧，点Q位于对称轴左侧，PA垂直对称轴于点A，QB垂直对称轴于点B，且QB=PA+1，设点P的横坐标为m．

（1）求这条抛物线所对应的函数关系式；

（2）求点Q的坐标（用含m的式子表示）；

（3）请探究PA+QB=AB是否成立，并说明理由；

（4）抛物线y=a1x2+b1x+c1（a1≠0）经过Q、B、P三点，若其对称轴把四边形PAQB分成面积比为1：5的两部分，直接写出此时m的值．



【考点】二次函数综合题；三角形的面积．

【专题】综合题．

【分析】（1）根据经过的点的坐标和对称轴列出关于b、c的方程组，然后求解得到b、c的值，即可得解；

（2）根据点P在抛物线上表示点P的坐标，再求出PA，然后表示出QB，从而求出点Q的横坐标，代入抛物线解析式求出点Q的纵坐标，从而得解；

（3）根据点P、Q的坐标表示出点A、B的坐标，然后分别求出PQ、BQ、AB，即可得解；

（4）根据抛物线的对称性，抛物线y=a1x2+b1x+c1的对称轴为QB的垂直平分线，然后根据四边形PAQB被分成的两个部分列出方程求解即可．

【解答】解：（1）∵抛物线y=x2+bx+c经过点（1，﹣1），且对称轴为在线x=2，

∴菁优网-jyeoo，

解得菁优网-jyeoo．

∴这条抛物线所对应的函数关系式y=x2﹣4x+2；

（2）∵抛物线上点P的横坐标为m，

∴P（m，m2﹣4m+2），

∴PA=m﹣2，

QB=PA+1=m﹣2+1=m﹣1，

∴点Q的横坐标为2﹣（m﹣1）=3﹣m，

点Q的纵坐标为（3﹣m）2﹣4（3﹣m）+2=m2﹣2m﹣1，

∴点Q的坐标为（3﹣m，m2﹣2m﹣1）；

（3）PA+QB=AB成立．

理由如下：∵P（m，m2﹣4m+2），Q（3﹣m，m2﹣2m﹣1），

∴A（2，m2﹣4m+2），B（2，m2﹣2m﹣1），

∴AB=（m2﹣2m﹣1）﹣（m2﹣4m+2）=2m﹣3，

又∵PA=m﹣2，QB=m﹣1，

∴PA+QB=m﹣2+m﹣1=2m﹣3，

∴PA+QB=AB；

（4）∵抛物线y=a1x2+b1x+c1（a1≠0）经过Q、B、P三点，

∴抛物线y=a1x2+b1x+c1的对称轴为QB的垂直平分线，

∵对称轴把四边形PAQB分成面积为1：5的两部分，

∴菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo（2m﹣3）×（2m﹣3），

整理得，（2m﹣3）（m﹣3）=0，

∵点P位于对称轴右侧，

∴m＞2，

∴2m﹣3≠0，

∴m﹣3=0，

解得m=3．

【点评】本题是二次函数综合题型，主要利用了待定系数法求二次函数解析式，抛物线上点的坐标特征，三角形的面积，难点在于（4）根据抛物线的对称性判断出抛物线的对称轴为QB的垂直平分线．

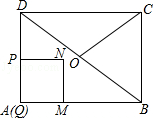
24．（12分）（2014•长春）如图，在矩形ABCD中，AB=4，BC=3，点O为对角线BD的中点，点P从点A出发，沿折线AD﹣DO﹣OC以每秒1个单位长度的速度向终点C运动，当点P与点A不重合时，过点P作PQ⊥AB于点Q，以PQ为边向右作正方形PQMN，设正方形PQMN与△ABD重叠部分图形的面积为S（平方单位），点P运动的时间为t（秒）．

（1）求点N落在BD上时t的值；

（2）直接写出点O在正方形PQMN内部时t的取值范围；

（3）当点P在折线AD﹣DO上运动时，求S与t之间的函数关系式；

（4）直接写出直线DN平分△BCD面积时t的值．



【考点】相似形综合题；勾股定理；三角形中位线定理；矩形的性质；正方形的性质；相似三角形的判定与性质；锐角三角函数的定义．

【专题】压轴题；分类讨论．

【分析】（1）可证△DPN∽△DQB，从而有菁优网-jyeoo，即可求出t的值．

（2）只需考虑两个临界位置（①MN经过点O，②点P与点O重合）下t的值，就可得到点O在正方形PQMN内部时t的取值范围．

（3）根据正方形PQMN与△ABD重叠部分图形形状不同分成三类，如图4、图5、图6，然后运用三角形相似、锐角三角函数等知识就可求出S与t之间的函数关系式．

（4）由于点P在折线AD﹣DO﹣OC运动，可分点P在AD上，点P在DO上，点P在OC上三种情况进行讨论，然后运用三角形相似等知识就可求出直线DN平分△BCD面积时t的值．

【解答】解：（1）当点N落在BD上时，如图1．

∵四边形PQMN是正方形，

∴PN∥QM，PN=PQ=t．

∴△DPN∽△DQB．

∴菁优网-jyeoo．

∵PN=PQ=PA=t，DP=3﹣t，QB=AB=4，

∴菁优网-jyeoo．

∴t=菁优网-jyeoo．

∴当t=菁优网-jyeoo时，点N落在BD上．

（2）①如图2，

则有QM=QP=t，MB=4﹣t．

∵四边形PQMN是正方形，

∴MN∥DQ．

∵点O是DB的中点，

∴QM=BM．

∴t=4﹣t．

∴t=2．

②如图3，

∵四边形ABCD是矩形，

∴∠A=90°．

∵AB=4，AD=3，

∴DB=5．

∵点O是DB的中点，

∴DO=菁优网-jyeoo．

∴1×t=AD+DO=3+菁优网-jyeoo．

∴t=菁优网-jyeoo．

∴当点O在正方形PQMN内部时，t的范围是2＜t＜菁优网-jyeoo．

（3）①当0＜t≤菁优网-jyeoo时，如图4．

S=S正方形PQMN=PQ2=PA2=t2．

②当菁优网-jyeoo＜t≤3时，如图5，

∵tan∠ADB=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

∴PG=4﹣菁优网-jyeoot．

∴GN=PN﹣PG=t﹣（4﹣菁优网-jyeoot）=菁优网-jyeoo﹣4．

∵tan∠NFG=tan∠ADB=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo．

∴NF=菁优网-jyeooGN=菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo﹣4）=菁优网-jyeoot﹣3．

∴S=S正方形PQMN﹣S△GNF

=t2﹣菁优网-jyeoo×（菁优网-jyeoo﹣4）×（菁优网-jyeoot﹣3）

=﹣菁优网-jyeoot2+7t﹣6．

③当3＜t≤菁优网-jyeoo时，如图6，

∵四边形PQMN是正方形，四边形ABCD是矩形．

∴∠PQM=∠DAB=90°．

∴PQ∥AD．

∴△BQP∽△BAD．

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

∵BP=8﹣t，BD=5，BA=4，AD=3，

∴菁优网-jyeoo．

∴BQ=菁优网-jyeoo，PQ=菁优网-jyeoo．

∴QM=PQ=菁优网-jyeoo．

∴BM=BQ﹣QM=菁优网-jyeoo．

∵tan∠ABD=菁优网-jyeoo，

∴FM=菁优网-jyeooBM=菁优网-jyeoo．

∴S=S梯形PQMF=菁优网-jyeoo（PQ+FM）•QM

=菁优网-jyeoo[菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo]•菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo（8﹣t）2

=菁优网-jyeoot2﹣菁优网-jyeoot+菁优网-jyeoo．

综上所述：当0＜t≤菁优网-jyeoo时，S=t2．

当菁优网-jyeoo＜t≤3时，S=﹣菁优网-jyeoot2+7t﹣6．

当3＜t≤菁优网-jyeoo时，S=菁优网-jyeoot2﹣菁优网-jyeoot+菁优网-jyeoo．

（4）设直线DN与BC交于点E，

∵直线DN平分△BCD面积，

∴BE=CE=菁优网-jyeoo．

①点P在AD上，过点E作EH∥PN交AD于点H，如图7，

则有△DPN∽△DHE．

∴菁优网-jyeoo．

∵PN=PA=t，DP=3﹣t，DH=CE=菁优网-jyeoo，EH=AB=4，

∴菁优网-jyeoo．

解得；t=菁优网-jyeoo．

②点P在DO上，连接OE，如图8，

则有OE=2，OE∥DC∥AB∥PN．

∴△DPN∽△DOE．

∴菁优网-jyeoo．

∵DP=t﹣3，DO=菁优网-jyeoo，OE=2，

∴PN=菁优网-jyeoo（t﹣3）．

∵PQ=菁优网-jyeoo（8﹣t），PN=PQ，

∴菁优网-jyeoo（t﹣3）=菁优网-jyeoo（8﹣t）．

解得：t=菁优网-jyeoo．

③点P在OC上，设DE与OC交于点S，连接OE，交PQ于点R，如图9，

则有OE=2，OE∥DC．

∴△DSC∽△ESO．

∴菁优网-jyeoo．

∴SC=2SO．

∵OC=菁优网-jyeoo，

∴SO=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

∵PN∥AB∥DC∥OE，

∴△SPN∽△SOE．

∴菁优网-jyeoo．

∵SP=3+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo﹣t=菁优网-jyeoo，SO=菁优网-jyeoo，OE=2，

∴PN=菁优网-jyeoo．

∵PR∥MN∥BC，

∴△ORP∽△OEC．

∴菁优网-jyeoo．

∵OP=t﹣菁优网-jyeoo，OC=菁优网-jyeoo，EC=菁优网-jyeoo，

∴PR=菁优网-jyeoo．

∵QR=BE=菁优网-jyeoo，

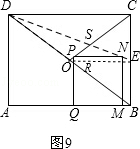
∴PQ=PR+QR=菁优网-jyeoo．

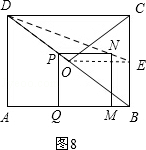
∵PN=PQ，

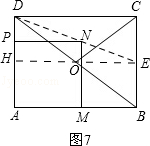
∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

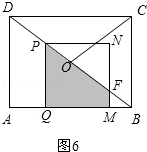
解得：t=菁优网-jyeoo．

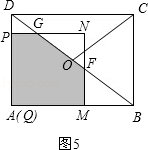
综上所述：当直线DN平分△BCD面积时，t的值为菁优网-jyeoo、菁优网-jyeoo、菁优网-jyeoo．

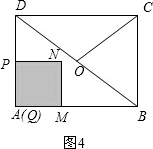


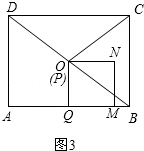


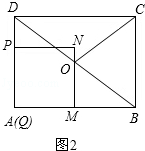


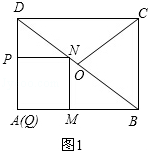












【点评】本题考查了矩形的性质、正方形的性质、相似三角形的判定与性质、锐角三角函数的定义、三角形的中位线定理、勾股定理等知识，考查了用割补法求五边形的面积，考查了用临界值法求t的取值范围，考查了分类讨论的数学思想，综合性较强，有一定的难度．