**2014年成都树德中学高一（下）期中数学试卷（Word版含解析）**

**一、选择题（每小题5分，共60分）**

1．（5分）（2015春•成都校级期末）若菁优网-jyeoo且菁优网-jyeoo，则sin（π﹣α）（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【分析】已知等式利用诱导公式化简求出cosα的值，由α的范围，利用同角三角函数间的基本关系求出sinα的值，所求式子利用诱导公式化简后，将sinα的值代入计算即可求出值．

【解答】解：∵cos（2π﹣α）=cosα=菁优网-jyeoo，α∈（﹣菁优网-jyeoo，0），

∴sinα=﹣菁优网-jyeoo=﹣菁优网-jyeoo，

则sin（π﹣α）=sinα=﹣菁优网-jyeoo．

故选B

【点评】此题考查了诱导公式的作用，以及同角三角函数间的基本关系，熟练掌握诱导公式是解本题的关键．

2．（5分）（2002•北京）若一个等差数列前3项的和为34，最后3项的和为146，且所有项的和为390，则这个数列有（　　）

A．13项 B．12项 C．11项 D．10项

【分析】先根据题意求出a1+an的值，再把这个值代入求和公式，进而求出数列的项数n．

【解答】解：依题意a1+a2+a3=34，an+an﹣1+an﹣2=146

∴a1+a2+a3+an+an﹣1+an﹣2=34+146=180

又∵a1+an=a2+an﹣1=a3+an﹣2

∴a1+an=菁优网-jyeoo=60

∴Sn=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=390

∴n=13

故选A

【点评】本题主要考查了等差数列中的求和公式的应用．注意对Sn═菁优网-jyeoo和Sn=a1•n+菁优网-jyeoo这两个公式的灵活运用．

3．（5分）（2014•山东）函数f（x）=菁优网-jyeoo的定义域为（　　）

A．（0，菁优网-jyeoo） B．（2，+∞） C．（0，菁优网-jyeoo）∪（2，+∞） D．（0，菁优网-jyeoo]∪[2，+∞）

【分析】根据函数出来的条件，建立不等式即可求出函数的定义域．

【解答】解：要使函数有意义，则菁优网-jyeoo，

即log2x＞1或log2x＜﹣1，

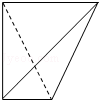
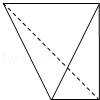
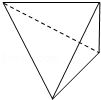
解得x＞2或0＜x＜菁优网-jyeoo，

即函数的定义域为（0，菁优网-jyeoo）∪（2，+∞），

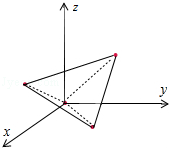
故选：C

【点评】本题主要考查函数定义域的求法，根据对数函数的性质是解决本题的关键，比较基础．

4．（5分）（2013•新课标Ⅱ）一个四面体的顶点在空间直角坐标系O﹣xyz中的坐标分别是（1，0，1），（1，1，0），（0，1，1），（0，0，0），画该四面体三视图中的正视图时，以zOx平面为投影面，则得到正视图可以为（　　）

A． B． C． D．

【分析】由题意画出几何体的直观图，然后判断以zOx平面为投影面，则得到正视图即可．

【解答】解：因为一个四面体的顶点在空间直角坐标系O﹣xyz中的坐标分别是（1，0，1），（1，1，0），（0，1，1），（0，0，0），几何体的直观图如图，是正方体的顶点为顶点的一个正四面体，所以以zOx平面为投影面，则得到正视图为：

故选A．



【点评】本题考查几何体的三视图的判断，根据题意画出几何体的直观图是解题的关键，考查空间想象能力．

5．（5分）（2015春•成都校级期末）已知数列{an}中，an=2×3n﹣1，则由此数列的偶数项所组成的新数列的前n项的和为（　　）

A．3n﹣1 B．3（3n﹣1） C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【分析】由已知可知，数列{an}是以2为首项以3为公比的等比数列，从而可得由此数列的偶数项所组成的新数列是以6为首项，以9为公比的等比数列，代入求等比数列的求和公式即可求解

【解答】解：∵菁优网-jyeoo，

则数列{an}是以2为首项以3为公比的等比数列

由此数列的偶数项所组成的新数列是以6为首项，以9为公比的等比数列

前n项的和为Sn菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

故选D

【点评】本题主要考查了等比数列的性质及求和公式的简单应用，解题的关键是确定新数列是等比数列

6．（5分）（2009秋•宁波期末）设tanα、tanβ是方程x2+3菁优网-jyeoox+4=0的两根，且α、β∈（﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），则α+β的值为（　　）

A．﹣菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo或﹣菁优网-jyeoo D．﹣菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo

【分析】由tanα，tanβ是方程x2+3菁优网-jyeoox+4=0的两个根，根据韦达定理表示出两根之和与两根之积，表示出所求角度的正切值，利用两角和的正切函数公式化简后，将表示出的两根之和与两根之积代入即可求出tan（α+β）的值，然后根据两根之和小于0，两根之积大于0，得到两根都为负数，根据α与β的范围，求出α+β的范围，再根据特殊角的三角函数值，由求出的tan（α+β）的值即可求出α+β的值．

【解答】解：依题意得tanα+tanβ=﹣3菁优网-jyeoo＜0，tanα•tanβ=4＞0，

∴tan（α+β）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

易知tanα＜0，tanβ＜0，又α，β∈（﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），

∴α∈（﹣菁优网-jyeoo，0），β∈（﹣菁优网-jyeoo，0），

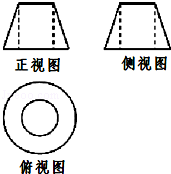
∴α+β∈（﹣π，0），

∴α+β=﹣菁优网-jyeoo．

故选A．

【点评】此题考查学生灵活运用韦达定理及两角和的正切函数公式化简求值，是一道中档题．本题的关键是找出α+β的范围．

7．（5分）（2015春•成都校级期末）已知某几何体的三视图如图所示，正视图与侧视图都是上底为2，下底为4，底角为60°的等腰梯形，俯视图是直径分别为2和4的同心圆，则该几何体的表面积为（　　）



A．6π B．9π C．11π D．菁优网-jyeoo

【分析】由三视图可以看出，本题中的几何体是一个圆台去掉一个圆柱，根据圆柱和圆台的表面积公式进行求解即可．

【解答】解：由三视图知此几何体是一个圆台去掉一个圆柱，圆台的上底面半径为1，下底半径为2，高为菁优网-jyeoo，母线l=2，

圆柱的底面半径为1，高为菁优网-jyeoo，

则圆柱的侧面积为2菁优网-jyeoo=2菁优网-jyeooπ，

圆台的侧面积S=π（1+2）×2=6π，

底面面积S=4π﹣π=3π，

则该几何体的表面积为2菁优网-jyeooπ+6π+3π=（9+2菁优网-jyeoo）π，

故选：D

【点评】本题主要考查几何体的表面积的计算，主要考查对三视图与实物图之间的关系，用三视图中的数据还原出实物图的数据是解决本题的关键．

8．（5分）（2011•浙江）若0＜α＜菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo＜β＜0，cos（菁优网-jyeoo+α）=菁优网-jyeoo，cos（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，则cos（α+菁优网-jyeoo）=（　　）

A．菁优网-jyeoo B．﹣菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．﹣菁优网-jyeoo

【分析】先利用同角三角函数的基本关系分别求得sin（菁优网-jyeoo+α）和sin（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）的值，进而利用cos（α+菁优网-jyeoo）=cos[（菁优网-jyeoo+α）﹣（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）]通过余弦的两角和公式求得答案．

【解答】解：∵0＜α＜菁优网-jyeoo，﹣菁优网-jyeoo＜β＜0，

∴菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo+α＜菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo＜菁优网-jyeoo

∴sin（菁优网-jyeoo+α）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，sin（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

∴cos（α+菁优网-jyeoo）=cos[（菁优网-jyeoo+α）﹣（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）]=cos（菁优网-jyeoo+α）cos（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）+sin（菁优网-jyeoo+α）sin（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo

故选C

【点评】本题主要考查了三角函数的恒等变换及化简求值．关键是根据cos（α+菁优网-jyeoo）=cos[（菁优网-jyeoo+α）﹣（菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoo）]，巧妙利用两角和公式进行求解．

9．（5分）（2015春•成都校级期末）已知数列2 008，2 009，1，﹣2 008，﹣2 009，…这个数列的特点是从第二项起，每一项都等于它的前后两项之和，则这个数列的前2 015项之和S2015等于（　　）

A．1 B．2 010 C．4 018 D．0

【分析】通过写出数列{an}的前几项的值，找出数列的周期，进而可得结论．

【解答】解：记该数列的通项为an，由题可知：

a1=2008，a2=2009，a3=1，

a4=﹣2008，a5=﹣2009，a6=﹣1，

a7=2008，a8=2009，a9=1，

…

∴数列{an}是以6为周期的周期数列，

且前6项和为：2008+2009+1﹣2008﹣2009﹣1=0，

∵2015=335×6+5，

∴S2015=335×0+（2008+2009+1﹣2008﹣2009）=1，

故选：A．

【点评】本题考查数列的前n项和，找出数列的周期是解决本题的关键，注意解题方法的积累，属于中档题．

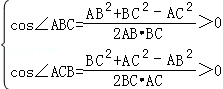
10．（5分）（2015春•成都校级期末）在锐角三角形ABC中，BC=2，AB=3，则AC的取值范围是（　　）

A．（1，菁优网-jyeoo） B．（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo） C．（菁优网-jyeoo，5） D．（菁优网-jyeoo，5）

【分析】根据题意判断出那个是最大角，再由余弦定理列出不等式组，即可求出AC的取值范围．

【解答】解：∵BC=2，AB=3，∴∠ABC或∠ACB可能是最大角，

要使△ABC是一个锐角三角形，

则，

∴32+22＞AC2，22+AC2＞32，

解得5＜AC2＜13，则菁优网-jyeoo＜AC＜菁优网-jyeoo，

∴AC的取值范围是菁优网-jyeoo，

故选：B．

【点评】本题考查余弦定理的灵活应用，以及边角关系，属于中档题．

11．（5分）（2011•许昌三模）{an}为等差数列，若菁优网-jyeoo＜﹣1，且它的前n项和Sn有最大值，那么Sn取得最小正值时，n的值为（　　）

A．11 B．17 C．19 D．21

【分析】本题考查的是等差数列的性质，要求Sn取得最小正值时n的值，关键是要找出什么时候an大于0，而an+1小于0，由菁优网-jyeoo，我们不难得到a11＜0＜a10，根据等差数列的性质，我们易求出当Sn取得最小正值时，n的值．

【解答】解：∵Sn有最大值，

∴d＜0

则a10＞a11，

又菁优网-jyeoo，

∴a11＜0＜a10

∴a10+a11＜0，

S20=10（a1+a20）=10（a10+a11）＜0，

S19=19a10＞0

又a1＞a2＞…＞a10＞0＞a11＞a12

∴S10＞S9＞…＞S2＞S1＞0，S10＞S11＞…＞S19＞0＞S20＞S21

又∵S19﹣S1=a2+a3+…+a19=9（a10+a11）＜0

∴S19为最小正值

故选C

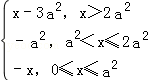
【点评】{an}为等差数列，若它的前n项和Sn有最大值，则数列的公差d小于0；{an}为等差数列，若它的前n项和Sn有最小值，则数列的公差d大于0．

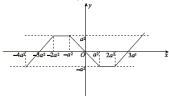
12．（5分）（2015春•成都校级期末）已知函数f（x）是定义在R上的奇函数，当x≥0时，f（x）=菁优网-jyeoo（|x﹣a2|+|x﹣2a2|﹣3a2），若对于任意的实数x，都有f（x﹣1）≤f（x）成立，则实数a的取值范围是（　　）

A．[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] B．[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] C．[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] D．[﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]

【分析】把x≥0时的f（x）改写成分段函数，求出其最小值，由函数的奇偶性可得x＜0时的函数的最大值，由对∀x∈R，都有f（x﹣1）≤f（x），可得2a2﹣（﹣4a2）≤1，求解该不等式得答案．

【解答】解：当x≥0时，

f（x）=，



由f（x）=x﹣3a2，x＞2a2，得f（x）＞﹣a2；

当a2＜x＜2a2时，f（x）=﹣a2；

由f（x）=﹣x，0≤x≤a2，得f（x）≥﹣a2．

∴当x＞0时，f（x）min=﹣a2．

∵函数f（x）为奇函数，

∴当x＜0时，f（x）max=a2．

∵对∀x∈R，都有f（x﹣1）≤f（x），

∴2a2﹣（﹣4a2）≤1，解得：﹣菁优网-jyeoo≤a≤菁优网-jyeoo．

故选：B．

【点评】本题考查了恒成立问题，考查了函数奇偶性的性质，运用了转化思想，对任意的实数x，都有f（x﹣1）≤f（x）成立的理解与应用是关键，也是难点，属于难题．

**二、填空题（每小题5分，共20分）**

13．（5分）（2015春•成都校级期末）设正数a，b满足：a+4b=2，则菁优网-jyeoo的最小值为　菁优网-jyeoo　．

【分析】由题意可得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（a+4b）（菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo（5+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo），由基本不等式可得．

【解答】解：∵正数a，b满足a+4b=2，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo（a+4b）（菁优网-jyeoo）

=菁优网-jyeoo（5+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）≥菁优网-jyeoo（5+2菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，

当且仅当菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo即a=菁优网-jyeoo且b=菁优网-jyeoo时取等号，

∴所求的最小值为菁优网-jyeoo，

故答案为：菁优网-jyeoo

【点评】本题考查基本不等式求最值，属基础题．

14．（5分）（2016•青浦区二模）若数列{an}是正项数列，且菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo=n2+3n（n∈N\*），则菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo=　2n2+6n　．

【分析】根据题意先可求的a1，进而根据题设中的数列递推式求得菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo=（n﹣1）2+3（n﹣1）与已知式相减即可求得数列{an}的通项公式，进而求得数列{菁优网-jyeoo}的通项公式，可知是等差数列，进而根据等差数列的求和公式求得答案．

【解答】解：令n=1，得菁优网-jyeoo=4，∴a1=16．

当n≥2时，

菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo=（n﹣1）2+3（n﹣1）．

与已知式相减，得

菁优网-jyeoo=（n2+3n）﹣（n﹣1）2﹣3（n﹣1）=2n+2，

∴an=4（n+1）2，n=1时，a1适合an．

∴an=4（n+1）2，

∴菁优网-jyeoo=4n+4，

∴菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo+…+菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=2n2+6n．

故答案为2n2+6n

【点评】本题主要考查了利用数列递推式求数列的前n项和．解题的关键是求得数列{an}的通项公式．

15．（5分）（2014春•菏泽期末）关于函数f（x）=cos（2x﹣菁优网-jyeoo）+cos（2x+菁优网-jyeoo），有下列命题：

①y=f（x）的最大值为菁优网-jyeoo；

②y=f（x）是以π为最小正周期的周期函数；

③y=f（x）在区间（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）上单调递减；

④将函数y=菁优网-jyeoocos2x的图象向左平移菁优网-jyeoo个单位后，将与已知函数的图象重合．

其中正确命题的序号是　①②③　．（注：把你认为正确的命题的序号都填上）

【分析】利用两角和差的正余弦公式可把f（x）化为菁优网-jyeoo，进而利用正弦函数的性质即可判断出答案．

【解答】解：函数f（x）=cos（2x﹣菁优网-jyeoo）+cos（2x+菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

∴函数f（x）的最大值为菁优网-jyeoo，因此①正确；

周期T=菁优网-jyeoo，因此②正确；

当菁优网-jyeoo时，菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，因此y=f（x）在区间（菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo）上单调递减，因此③正确；

将函数y=菁优网-jyeoocos2x的图象向左平移菁优网-jyeoo个单位后，得到y=菁优网-jyeoo

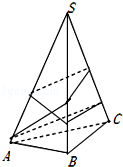
=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，因此④不正确．

综上可知：①②③．

故答案为①②③．

【点评】熟练掌握两角和差的正余弦公式、正弦函数的性质是解题的关键．

16．（5分）（2015春•成都校级期末）已知侧棱长为2的正三棱锥S﹣ABC如图所示，其侧面是顶角为20°的等腰三角形，一只蚂蚁从点A出发，围绕棱锥侧面爬行两周后又回到点A，则蚂蚁爬行的最短路程为　菁优网-jyeoo　．



【分析】由题意，利用侧面展开图两次，则顶角为120°，利用余弦定理可得蚂蚁爬行的最短路程．

【解答】解：由题意，利用侧面展开图两次，则顶角为120°，

利用余弦定理可得蚂蚁爬行的最短路程为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查利用侧面展开图求最短路程，考查余弦定理的运用，比较基础．

**三、解答题**

17．（10分）（2015春•成都校级期末）已知定义在R上的函数f（x）=|x+1|﹣|x﹣2|的最小值为a．

（1）求a的值；

（2）若实数p，q，r满足p﹣2q+3r=a，求p2+q2+r2的最小值及取得最小值时对应的p，q，r的值．

【分析】（1）由条件利用绝对值三角不等式，求得数f（x）=|x+1|﹣|x﹣2|的最小值，即可求得a的值．

（2）由条件利用柯西不等式，求得p2+q2+r2的最小值及取得最小值时对应的p，q，r的值．

【解答】解：（1）∵||x+1|﹣|x﹣2||≤|（x+1）﹣（x﹣2）|=3，∴﹣3≤|x+1|﹣|x﹣2|≤3，

从而可得数f（x）=|x+1|﹣|x﹣2|的最小值为a=﹣3．

（2）由（1）知：p﹣2q+3r=﹣3，又（p2+q2+r2）•[12+（﹣2）2+32]≥（p﹣2q+3r）2 =9，

∴菁优网-jyeoo，当且仅当菁优网-jyeoo，

故p2+q2+r2的最小值为菁优网-jyeoo，此时菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查绝对值三角不等式，柯西不等式的应用，属于基础题．

18．（12分）（2013•陕西）已知向量菁优网-jyeoo=（cosx，﹣菁优网-jyeoo），菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoosinx，cos2x），x∈R，设函数f（x）=菁优网-jyeoo．

（Ⅰ） 求f（x）的最小正周期．

（Ⅱ） 求f（x）在[0，菁优网-jyeoo]上的最大值和最小值．

【分析】（Ⅰ）通过向量的数量积以及二倍角的正弦函数两角和的正弦函数，化简函数为一个角的一个三角函数的形式，通过周期公式，求f （x）的最小正周期．

（Ⅱ） 通过x在[0，菁优网-jyeoo]，求出f（x）的相位的范围，利用正弦函数的最值求解所求函数的最大值和最小值．

【解答】解：（Ⅰ）函数f（x）=菁优网-jyeoo=（cosx，﹣菁优网-jyeoo）•（菁优网-jyeoosinx，cos2x）

=菁优网-jyeoosinxcosx菁优网-jyeoo

=sin（2x﹣菁优网-jyeoo）

最小正周期为：T=菁优网-jyeoo=π．

（Ⅱ）当x∈[0，菁优网-jyeoo]时，2x﹣菁优网-jyeoo∈菁优网-jyeoo，

由正弦函数y=sinx在菁优网-jyeoo的性质可知，sinx菁优网-jyeoo，

∴sin（2x﹣菁优网-jyeoo）菁优网-jyeoo，

∴f（x）∈[﹣菁优网-jyeoo，1]，

所以函数f （x）在[0，菁优网-jyeoo]上的最大值和最小值分别为：1，﹣菁优网-jyeoo．

【点评】本题考查向量的数量积以及两角和的三角函数，二倍角公式的应用，三角函数的值域的应用，考查计算能力．

19．（12分）（2013•新课标Ⅱ）△ABC在内角A、B、C的对边分别为a，b，c，已知a=bcosC+csinB．

（Ⅰ）求B；

（Ⅱ）若b=2，求△ABC面积的最大值．

【分析】（Ⅰ）已知等式利用正弦定理化简，再利用两角和与差的正弦函数公式及诱导公式变形，求出tanB的值，由B为三角形的内角，利用特殊角的三角函数值即可求出B的度数；

（Ⅱ）利用三角形的面积公式表示出三角形ABC的面积，把sinB的值代入，得到三角形面积最大即为ac最大，利用余弦定理列出关系式，再利用基本不等式求出ac的最大值，即可得到面积的最大值．

【解答】解：（Ⅰ）由已知及正弦定理得：sinA=sinBcosC+sinBsinC①，

∵sinA=sin（B+C）=sinBcosC+cosBsinC②，

∴sinB=cosB，即tanB=1，

∵B为三角形的内角，

∴B=菁优网-jyeoo；

（Ⅱ）S△ABC=菁优网-jyeooacsinB=菁优网-jyeooac，

由已知及余弦定理得：4=a2+c2﹣2accos菁优网-jyeoo≥2ac﹣2ac×菁优网-jyeoo，

整理得：ac≤菁优网-jyeoo，当且仅当a=c时，等号成立，

则△ABC面积的最大值为菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo×（2+菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo+1．

【点评】此题考查了正弦、余弦定理，三角形的面积公式，两角和与差的正弦函数公式，以及基本不等式的运用，熟练掌握定理及公式是解本题的关键．

20．（12分）（2015•湖南模拟）数列{an}的前n项和记为Sn，a1=1，an+1=2Sn+1（n≥1）．

（1）求{an}的通项公式；

（2）等差数列{bn}的各项为正，其前n项和为Tn，且T3=15，又a1+b1，a2+b2，a3+b3成等比数列，求Tn．

【分析】（1）由题意可得：an=2Sn﹣1+1（n≥2），所以an+1﹣an=2an，即an+1=3an（n≥2），又因为a2=3a1，故{an}是等比数列，进而得到答案．

（2）根据题意可得b2=5，故可设b1=5﹣d，b3=5+d，所以结合题意可得（5﹣d+1）（5+d+9）=（5+3）2，进而求出公差得到等差数列的前n项和为Tn．

【解答】解：（1）因为an+1=2Sn+1，…①

所以an=2Sn﹣1+1（n≥2），…②

所以①②两式相减得an+1﹣an=2an，即an+1=3an（n≥2）

又因为a2=2S1+1=3，

所以a2=3a1，

故{an}是首项为1，公比为3的等比数列

∴an=3n﹣1．

（2）设{bn}的公差为d，由T3=15得，可得b1+b2+b3=15，可得b2=5，

故可设b1=5﹣d，b3=5+d，

又因为a1=1，a2=3，a3=9，并且a1+b1，a2+b2，a3+b3成等比数列，

所以可得（5﹣d+1）（5+d+9）=（5+3）2，

解得d1=2，d2=﹣10

∵等差数列{bn}的各项为正，

∴d＞0，

∴d=2，

∴菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查求数列通项公式的方法，以及等比数列与等差数列的有关性质与求和．

21．（12分）（2015春•成都校级期末）等差数列{an}的各项均为正数，a1=3，前n项和为Sn，{bn}为等比数列，b1=2，且b2S2=32，b3S3=120．

（1）求an与bn；

（2）求数列{anbn}的前n项和Tn．

（3）若菁优网-jyeoo对任意正整数n和任意x∈R恒成立，求实数a的取值范围．

【分析】（1）设{an}的公差为d，{bn}的公比为q，则d为正整数，利用等差数列和等比数列的通项公式，根据b2S2=32，b3S3=120建立方程组求得d和q，进而根据数列的首项求得an与bn．

（2）根据（1）中求得的an与bn，利用错位相减法求得数列{anbn}的前n项和Tn．

（3）利用裂项法求得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，进而可知问题等价于f（x）=x2+ax+1的最小值大于或等于菁优网-jyeoo，进而求得a的范围．

【解答】解：（1）设{an}的公差为d，{bn}的公比为q，则d为正整数，an=3+（n﹣1）d，bn=2qn﹣1

依题意有菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo，

解得菁优网-jyeoo，或者菁优网-jyeoo（舍去），

故an=3+2（n﹣1）=2n+1，bn=2n．

（2）anbn=（2n+1）•2n．Tn=3•2+5•22++（2n﹣1）•2n﹣1+（2n+1）•2n，2Tn=3•22+5•23++（2n﹣1）•2n+（2n+1）•2n+1，

两式相减得﹣Tn=3•2+2•22+2•23++2•2n﹣（2n+1）2n+1=2+22+23++2n+1﹣（2n+1）2n+1=2n+2﹣2﹣（2n+1）2n+1=（1﹣2n）2n+1﹣2，

所以Tn=（2n﹣1）•2n+1+2．

（3）Sn=3+5+…+（2n+1）=n（n+2），

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

问题等价于f（x）=x2+ax+1的最小值大于或等于菁优网-jyeoo，

即菁优网-jyeoo，即a2≤1，解得﹣1≤a≤1．

【点评】本题主要考查了等差数列的性质和数列的求和．数列由等差数列和等比数列构成求和时常用裂项法求和．

22．（12分）（2007•天津）在数列{an}中，a1=2，an+1=λan+λn+1+（2﹣λ）2n（n∈N\*），其中λ＞0．

（Ⅰ）求数列{an}的通项公式；

（Ⅱ）求数列{an}的前n项和Sn；

（Ⅲ）证明存在k∈N\*，使得菁优网-jyeoo对任意n∈N\*均成立．

【分析】（Ⅰ）解法一：由题设条件可猜想出数列{an}的通项公式为an=（n﹣1）λn+2n．然后用数学归纳法证明．

解法二：由an+1=λan+λn+1+（2﹣λ）2n（n∈N\*），λ＞0，可知菁优网-jyeoo为等数列，其公差为1，首项为0．由此可求出数列{an}的通项公式．

（Ⅱ）设Tn=λ2+2λ3+3λ4+…+（n﹣2）λn﹣1+（n﹣1）λn，λTn=λ3+2λ4+3λ5+…+（n﹣2）λn+（n﹣1）λn+1．然后用错位相减法进行求解．

（Ⅲ）证明：通过分析，推测数列菁优网-jyeoo的第一项菁优网-jyeoo最大．然后用分析法进行证明．

【解答】解：（Ⅰ）解法一：a2=2λ+λ2+（2﹣λ）×2=λ2+22，a3=λ（λ2+22）+λ3+（2﹣λ）×22=2λ3+23，

a4=λ（2λ3+23）+λ4+（2﹣λ）×23=3λ4+24．

由此可猜想出数列{an}的通项公式为an=（n﹣1）λn+2n．

以下用数学归纳法证明．

（1）当n=1时，a1=2，等式成立．

（2）假设当n=k时等式成立，即ak=（k﹣1）λk+2k，

那么，ak+1=λak+λk+1+（2﹣λ）2k=λ（k﹣1）λk+λ2k+λk+1+2k+1﹣λ2k=[（k+1）﹣1]λk+1+2k+1．

这就是说，当n=k+1时等式也成立．根据（1）和（2）可知，等式an=（n﹣1）λn+2n对任何n∈N\*都成立．

解法二：由an+1=λan+λn+1+（2﹣λ）2n（n∈N\*），λ＞0，可得菁优网-jyeoo，

所以菁优网-jyeoo为等差数列，其公差为1，首项为0．故菁优网-jyeoo，

所以数列{an}的通项公式为an=（n﹣1）λn+2n．

（Ⅱ）解：设Tn=λ2+2λ3+3λ4+…+（n﹣2）λn﹣1+（n﹣1）λn①

λTn=λ3+2λ4+3λ5+…+（n﹣2）λn+（n﹣1）λn+1．②

当λ≠1时，①式减去②式，得（1﹣λ）Tn=λ2+λ3+…+λn﹣（n﹣1）λn+1=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

这时数列{an}的前n项和菁优网-jyeoo．

当λ=1时，菁优网-jyeoo．这时数列{an}的前n项和菁优网-jyeoo．

（Ⅲ）证明：通过分析，推测数列菁优网-jyeoo的第一项菁优网-jyeoo最大．下面证明：菁优网-jyeoo．③

由λ＞0知an＞0．要使③式成立，只要2an+1＜（λ2+4）an（n≥2）．因为（λ2+4）an=（λ2+4）（n﹣1）λn+（λ2+4）2n＞4λ．（n﹣1）λn+4×2n=4（n﹣1）λn+1+2n+2≥2nλn+1+2n+2=2an+1，n＞2．

所以③式成立．因此，存在k=1，使得菁优网-jyeoo对任意n∈N\*均成立．

【点评】本题以数列的递推关系式为载体，主要考查等比数列的前n项和公式、数列求和、不等式的证明等基础知识与基本方法，考查归纳、推理、运算及灵活运用数学知识分析问题和解决问题的能力．