**2014长春东北师大附中高一（下）期中理数学试卷（Word版含解析）**

**一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）**

1．（5分）（2016春•金昌校级期中）在等差数列{an}中，a3=2，则{an}的前5项和为（　　）

A．6 B．10 C．16 D．32

【分析】直接利用等差数列求和公式求解即可．

【解答】解：等差数列{an}中，a3=2，

S5=菁优网-jyeoo=5a3=10．

故选：B．

【点评】本题考查等差数列的性质，数列求和，考查计算能力．

2．（5分）（2010•辽宁）设Sn为等比数列{an}的前n项和，已知3S3=a4﹣2，3S2=a3﹣2，则公比q=（　　）

A．3 B．4 C．5 D．6

【分析】3S3=a4﹣2，3S2=a3﹣2，两式相减得3a3=a4﹣a3，由此能求出公比q=4．

【解答】解：∵Sn为等比数列{an}的前n项和，3S3=a4﹣2，3S2=a3﹣2，

两式相减得

3a3=a4﹣a3，

a4=4a3，

∴公比q=4．

故选：B．

【点评】本题考查公比的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意等比数列的性质的合理运用．

3．（5分）（2006•广东）已知某等差数列共有10项，其奇数项之和为15，偶数项之和为30，则其公差为（　　）

A．5 B．4 C．3 D．2

【分析】写出数列的第一、三、五、七、九项的和即5a1+（2d+4d+6d+8d），写出数列的第二、四、六、八、十项的和即5a1+（d+3d+5d+7d+9d），都用首项和公差表示，两式相减，得到结果．

【解答】解：菁优网-jyeoo，

故选C．

【点评】等差数列的奇数项和和偶数项和的问题也可以这样解，让每一个偶数项减去前一奇数项，有几对得到几个公差，让偶数项和减去奇数项和的差除以公差的系数．

4．（5分）（2016•株洲一模）在等比数列{an}中Tn表示前n项的积，若T5=1，则一定有（　　）

A．a1=1 B．a3=1 C．a4=1 D．a5=1

【分析】由题意知T5=（a1q2）5=1，由此可知a1q2=1，所以一定有a3=1．

【解答】解：T5=a1•a1q•a1q2•a1q3•a1q4=（a1q2）5=1，

∴a1q2=1，

∴a3=1．

故选B．

【点评】本题考查数列的性质和应用，解题时要认真审题，仔细解答．

5．（5分）（2015•武昌区模拟）在三角形ABC中，A=120°，AB=5，BC=7，则菁优网-jyeoo的值为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【分析】首先利用余弦定理列出关于AC的方程，从而解出AC的值，然后利用正弦定理的变形sinB：sinC=b：c求解．

【解答】解：在三角形ABC中，由余弦定理得BC2=AB2+AC2﹣2AB•AC•cosA，

∵A=120°，AB=5，BC=7，

∴49=25+AC2﹣10×AC×cos120°，

即AC2+5AC﹣24=0，

解得AC=3或AC=﹣8（舍去），

由正弦定理可得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选D．

【点评】本题考查了正弦定理和余弦定理的综合应用，熟练掌握公式是解题的关键．

6．（5分）（2014春•鞍山期末）已知锐角三角形的边长分别为2，4，x，则x的取值范围是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【分析】分两种情况来做，当x为最大边时，只要保证x所对的角的余弦值大于零即可；当x不是最大边时，则4为最大边，同理只要保证4所对的角的余弦值大于零即可．

【解答】解：设锐角三角形的边x对应的角为θ，

当x为最大边时，由余弦定理可得应有cosθ=菁优网-jyeoo＞0，解得 x＜2菁优网-jyeoo，

当x不是最大边时，则4为最大边，设4所对的角α，由余弦定理可知应有 cosα=菁优网-jyeoo＞0，解得 x＞2菁优网-jyeoo，

综上可得x的取值范围是2菁优网-jyeoo＜x＜2菁优网-jyeoo，

故选：D．

【点评】此题考查了余弦定理，利用了分类讨论的思想，熟练掌握余弦定理是解本题的关键．

7．（5分）（2010•湖北）在△ABC中，a=15，b=10，A=60°，则cosB=（　　）

A．﹣菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．﹣菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【分析】根据正弦定理先求出sinB的值，再由三角形的边角关系确定∠B的范围，进而利用sin2B+cos2B=1求解．

【解答】解：根据正弦定理菁优网-jyeoo可得，

菁优网-jyeoo，

解得菁优网-jyeoo，

又∵b＜a，

∴B＜A，故B为锐角，

∴菁优网-jyeoo，

故选D．

【点评】正弦定理可把边的关系转化为角的关系，进一步可以利用三角函数的变换，注意利用三角形的边角关系确定所求角的范围．

8．（5分）（2013秋•丰城市校级期末）下列判断中正确的是（　　）

A．△ABC中，a=7，b=14，A=30°有两解

B．△ABC中，a=30，b=25，A=150°有一解

C．△ABC中，a=6，b=9，A=45°有两解

D．△ABC中，b=9，c=10，B=60°无解

【分析】由正弦定理加以计算，可得A中的三角形为直角三角形，B、C中的三角形都为钝角三角形，有唯一解；而D中的三角形满足sinC=菁优网-jyeoo＜1，三角形可能是锐角或钝角三角形，有两个解．由此可得本题的答案．

【解答】解：对于A，若△ABC中，a=7，b=14，A=30°，

则sinB=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=1，可得B=90°，因此三角形有一解，得A不正确；

对于B，若△ABC中，a=30，b=25，A=150°，

则sinB=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，而B为锐角，可得角B只有一个解，

因此三角形只有一解，得B正确；

对于C，若△ABC中，a=6，b=9，A=45°，则sinB=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

当B为锐角时满足sinB=菁优网-jyeoo的角B要小于45°，

∴由a＜b得A＜B，可得B为钝角，三角形只有一解，故C不正确；

对于D，若△ABC中，b=9，c=10，B=60°，

则sinC=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo＜1，

因此存在角C=arcsin菁优网-jyeoo或π﹣arcsin菁优网-jyeoo满足条件，可得三角形有两解，故D不正确．

故选：B

【点评】本题给出三角形的两边和其中一边的对角，求三角形的解的个数．着重考查利用正弦定理解三角形、三角形大边对大角等知识，属于中档题．

9．（5分）（2015春•吉林校级期中）在△ABC中，B=30°，c=菁优网-jyeoo，b=1，则△ABC的面积是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo C．菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo

【分析】由余弦定理列出关系式，将cosB，b及c的值代入求出a的值，再由a，c，sinB的值，利用三角形的面积公式即可求出三角形ABC的面积．

【解答】解：∵在△ABC中，B=30°，c=菁优网-jyeoo，b=1，

∴由余弦定理得：b2=a2+c2﹣2accosB，即1=a2+3﹣3a，

解得：a=1或a=2，

当a=1时，S△ABC=菁优网-jyeooacsinB=菁优网-jyeoo；当a=2时，S△ABC=菁优网-jyeooacsinB=菁优网-jyeoo．

故选D

【点评】此题考查了正弦定理，以及三角形面积公式，熟练掌握正弦定理是解本题的关键．

10．（5分）（2015春•吉林校级期中）三角形ABC中，BC=2，B=菁优网-jyeoo，若三角形的面积为菁优网-jyeoo，则tanC为（　　）

A．菁优网-jyeoo B．1 C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【分析】先利用三角形面积公式求得c，进而利用余弦定理求得cosC的值，进而求得C的值，从而求得tanC的值．

【解答】解：由于三角形ABC中，三角形的面积为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，解得c=1．

再由余弦定理可得 b2=a2+c2﹣2ac•cosB=4+1﹣4×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴cosC=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，∴C=菁优网-jyeoo，∴tanC=菁优网-jyeoo，

故选C．

【点评】本题主要考查了余弦定理的应用，根据三角函数的值求角，属于中档题．

11．（5分）（2016春•唐山校级期末）在△ABC中，如果sinAsinB+sinAcosB+cosAsinB+cosAcosB=2，则△ABC是（　　）

A．等边三角形 B．钝角三角形

C．等腰直角三角形 D．直角三角形

【分析】先通过合并同类项和辅角公式求得sin（A+菁优网-jyeoo）=sin（B+菁优网-jyeoo）=1，确定角A、B的值，从而确定三角形的形状．

【解答】解：∵sinAsinB+sinAcosB+cosAsinB+cosAcosB=sinA（sinB+cosB）+cosA（sinB+cosB）

=（sinB+cosB）（sinA+cosA）=菁优网-jyeoosin（A+菁优网-jyeoo）菁优网-jyeoosin（B+菁优网-jyeoo）

=2sin（A+菁优网-jyeoo）sin（B+菁优网-jyeoo）=2，

∴A=B=菁优网-jyeoo，C=菁优网-jyeoo，∴△ABC是等腰直角三角形，

故选：C．

【点评】本题主要考查通过确定角的值判断三角形的形状，属于中档题．

12．（5分）（2015春•吉林校级期中）△ABC中，若a4+b4+c4=2c2（a2+b2），则角C的度数是（　　）

A．60° B．45°或135° C．120° D．30°

【分析】把已知等式a4+b4+c4=2c2（a2+b2），通过完全平方式、拆分项转化为（a2+b2﹣c2+菁优网-jyeooab）（a2+b2﹣c2﹣菁优网-jyeooab）=0．分两种情况，根据余弦定理即可求得C的度数．

【解答】解：∵a4+b4+c4=2c2（a2+b2），

∴（a2+b2）2﹣2c2（a2+b2）+c4﹣2a2b2=0，

∴（a2+b2﹣c2）2﹣2a2b2=0，

∴（a2+b2﹣c2+菁优网-jyeooab）（a2+b2﹣c2﹣菁优网-jyeooab）=0

∴a2+b2﹣c2+菁优网-jyeooab=0或a2+b2﹣c2﹣菁优网-jyeooab=0

∵cosC=菁优网-jyeoo，

∴cosC=﹣菁优网-jyeoo或菁优网-jyeoo，

∵0°＜C＜180°，

∴C=45°或135°．

故选B．

【点评】本题考查了余弦定理，以及因式分解的应用，解决本题的关键是将原式转化为（a2+b2﹣c2+菁优网-jyeooab）（a2+b2﹣c2﹣菁优网-jyeooab）=0．

**二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）**

13．（5分）（2015春•醴陵市校级期末）定义“等和数列”：在一个数列中，如果每一项与它后一项的和都为同一个常数，那么这个数列叫做等和数列，这个常数叫做该数列的公和．已知数列{an}是等和数列，且a1=﹣1，公和为1，那么这个数列的前2011项和S2011=　1004　．

【分析】由题意可得an=菁优网-jyeoo；从而求前n项和即可．

【解答】解：∵数列{an}是等和数列，且a1=﹣1，公和为1，

∴an=菁优网-jyeoo；

∴S2011=（a1+a2）+（a3+a4）+…+（a2009+a2010）+a2011

=1005×1+（﹣1）

=1004．

故答案为：1004．

【点评】本题考查了学生对新定义的接受能力与应用能力，属于基础题．

14．（5分）（2010春•如皋市期末）在△ABC中，已知A=60°，AB=5，BC=7，则△ABC的面积为　10菁优网-jyeoo　．

【分析】作AC边上的高BD，根据直角三角函数求出高，然后求出AD，CD，运用三角形面积公式求解．

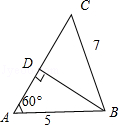
【解答】解：作AC边上的高BD，因为在△ABC中，已知A=60°，AB=5，BC=7，

所以BD=菁优网-jyeoo，AD=菁优网-jyeoo；CD=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

所以AC=8，

△ABC的面积=菁优网-jyeooAB•AC•sin60°=菁优网-jyeoo×5×8×菁优网-jyeoo=10菁优网-jyeoo．

故答案为：10菁优网-jyeoo．



【点评】考查了解三角形，三角形面积的计算，也可以利用正弦定理解答．

15．（5分）（2015春•吉林校级期中）一船自西向东匀速航行，上午10时到达一座灯塔P的南偏西75°距塔64海里的M处，下午2时到达这座灯塔的东南方向的N处，则这只船的航行速度为　8菁优网-jyeoo　海里/小时．

【分析】根据题意可求得∠MPN和，∠PNM进而利用正弦定理求得MN的值，进而求得船航行的时间，最后利用里程除以时间即可求得问题的答案．

【解答】解：如图所示，∠MPN=75°+45°=120°，∠PNM=45°．

在△PMN中，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴MN=菁优网-jyeoo=32菁优网-jyeoo，

∴v=菁优网-jyeoo=8菁优网-jyeoo（海里/小时）．

故答案为：8菁优网-jyeoo．

菁优网：http://www.jyeoo.com

【点评】本题主要考查了解三角形的实际应用．解答关键是利用正弦定理建立边角关系，考查了学生分析问题和解决问题的能力．

16．（5分）（2008•浙江）在△ABC中，角A、B、C所对的边分别为a、b、C、若（菁优网-jyeoob﹣c）cosA=acosC，则cosA=　菁优网-jyeoo　．

【分析】先根据正弦定理将边的关系转化为角的正弦值的关系，再运用两角和与差的正弦公式化简可得到菁优网-jyeoosinBcosA=sinB，进而可求得cosA的值．

【解答】解：由正弦定理，知

由（菁优网-jyeoob﹣c）cosA=acosC可得

（菁优网-jyeoosinB﹣sinC）cosA=sinAcosC，

∴菁优网-jyeoosinBcosA=sinAcosC+sinCcosA

=sin（A+C）=sinB，

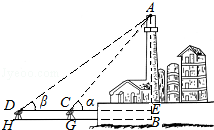
∴cosA=菁优网-jyeoo．

故答案为：菁优网-jyeoo

【点评】本题主要考查正弦定理、两角和与差的正弦公式的应用．考查对三角函数公式的记忆能力和综合运用能力．

**三、解答题（本大题共6小题，共70分）**

17．（10分）（2010•哈尔滨模拟）如图，H、G、B三点在同一条直线上，在H、G两点用测角仪器测得A的仰角分别为α、β，CD=α，测角仪器的高是h，用a、h、α、β表示建筑物高度AB．



【分析】根据题意可知∠DAC=α﹣β，进而利用正弦定理求得AC，进而求得AE，最后根据AB=AE+EB求得答案．

【解答】解：在△ACD中，∠DAC=α﹣β，

由正弦定理菁优网-jyeoo

∴菁优网-jyeoo

∴AB=AE+EB=ACsinα+h=菁优网-jyeoo

【点评】本题主要考查了解三角形中的实际应用．解题的关键是利用正弦定理，完成了边角问题的互化．

18．（12分）（2007•全国卷Ⅰ）设锐角三角形ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，a=2bsinA

（Ⅰ）求B的大小；

（Ⅱ）若菁优网-jyeoo，c=5，求b．

【分析】（1）根据正弦定理将边的关系化为角的关系，然后即可求出角B的正弦值，再由△ABC为锐角三角形可得答案．

（2）根据（1）中所求角B的值，和余弦定理直接可求b的值．

【解答】解：（Ⅰ）由a=2bsinA，

根据正弦定理得sinA=2sinBsinA，所以菁优网-jyeoo，

由△ABC为锐角三角形得菁优网-jyeoo．

（Ⅱ）根据余弦定理，得b2=a2+c2﹣2accosB=27+25﹣45=7．

所以，菁优网-jyeoo．

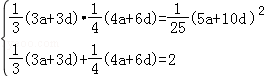
【点评】本题主要考查正弦定理和余弦定理的应用．在解三角形中正余弦定理应用的很广泛，一定要熟练掌握公式．

19．（12分）（2015春•吉林校级期中）设Sn是等差数列{an}的前n项和，已知菁优网-jyeooS3，菁优网-jyeooS4的等比中项为菁优网-jyeooS5；菁优网-jyeooS3，菁优网-jyeooS4的等差中项为1，求数列{an}的通项公式．

【分析】设等差数列{an}的首项a1=a，公差为d，则Sn=na+菁优网-jyeood，再由等比数列和等差数列的中项的性质，列方程，解方程可得a，d，再由等差数列的通项公式即可得到．

【解答】解：设等差数列{an}的首项a1=a，公差为d，

则Sn=na+菁优网-jyeood，依题意，有

，即为菁优网-jyeoo，

∴a=1，d=0或a=4，d=﹣菁优网-jyeoo．

∴an=1或an=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoon，

经检验，an=1和an=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoon均合题意．

∴所求等差数列的通项公式为an=1或an=菁优网-jyeoo﹣菁优网-jyeoon．

【点评】本题考查等差数列和等比数列的性质，同时考查等差数列的通项和求和公式的运用，属于中档题．

20．（12分）（2010•淄博一模）设数列{an}的前n项和为Sn，a1=1，Sn=nan﹣2n（n﹣1）．

（Ⅰ）求数列{an}的通项公式an，

（Ⅱ）设数列菁优网-jyeoo的前n项和为Tn，求证菁优网-jyeoo．

【分析】（I）由Sn=nan﹣2n（n﹣1）结合通项和前n项和的关系，转化为an+1﹣an=4（n≥2）再由等差数列的定义求解，要注意分类讨论．

（II）利用裂项求和法求出菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，又易知Tn单调递增，

则菁优网-jyeoo，从而证得结论．

【解答】解：（I）由Sn=nan﹣2n（n﹣1）

得an+1=Sn+1﹣Sn=（n+1）an+1﹣nan﹣4n

即an+1﹣an=4…（4分）∴数列{an}是以1为首项，4为公差的等差数列∴an=4n﹣3．…（6分）

（II）菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo…（10分）

又易知Tn单调递增，

故菁优网-jyeoo，

得菁优网-jyeoo．…（12分）

【点评】本题主要考查数列的转化与通项公式和求和方法，这里涉及了通项与前n项和之间的关系及裂项求和法，这是数列考查中常考常新的问题，要熟练掌握．

21．（12分）（2015•广州校级二模）在△ABC中，内角A，B，C对边的边长分别是a，b，c，已知c=2，菁优网-jyeoo．

（1）若△ABC的面积等于菁优网-jyeoo，求a，b；

（2）若sinB=2sinA，求△ABC的面积．

【分析】（1）由c及cosC的值，利用余弦定理列出关于a与b的关系式a2+b2﹣ab=4，再由已知三角形的面积及sinC的值，利用三角形的面积公式得出ab的值，与a2+b2﹣ab=4联立组成方程组，求出方程组的解即可求出a与b的值；

（2）利用正弦定理化简sinB=2sinA，得到b=2a，与（1）得出的a2+b2﹣ab=4联立组成方程组，求出方程组的解得到a与b的值，再由sinC的值，利用三角形的面积公式即可求出三角形ABC的面积．

【解答】解：（1）∵c=2，cosC=菁优网-jyeoo，

∴由余弦定理c2=a2+b2﹣2abcosC得：a2+b2﹣ab=4，

又△ABC的面积等于菁优网-jyeoo，sinC=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo，

整理得：ab=4，（4分）

联立方程组菁优网-jyeoo，

解得a=2，b=2；（6分）

（2）由正弦定理，把sinB=2sinA化为b=2a，（8分）

联立方程组菁优网-jyeoo，

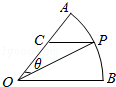
解得：菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

又sinC=菁优网-jyeoo，

则△ABC的面积菁优网-jyeoo．（10分）

【点评】此题属于解三角形的题型，涉及的知识有：正弦、余弦定理，三角形的面积公式，以及特殊角的三角函数值，熟练掌握定理及公式是解本题的关键．

22．（12分）（2012•矿区校级模拟）如图，扇形AOB，圆心角AOB等于60°，半径为2，在弧菁优网-jyeoo上有一动点P，过P引平行于OB的直线和OA交于点C，设∠AOP=θ，求△POC面积的最大值及此时θ的值．



【分析】根据CP∥OB求得∠CPO和和∠OCP进而在△POC中利用正弦定理求得PC和OC，进而利用三角形面积公式表示出S（θ）利用两角和公式化简整理后，利用θ的范围确定三角形面积的最大值．

【解答】解：因为CP∥OB，所以∠CPO=∠POB=60°﹣θ，∴∠OCP=120°．

在△POC中，由正弦定理得

菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，所以CP=菁优网-jyeoosinθ．

又菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，∴OC=菁优网-jyeoosin（60°﹣θ）．

因此△POC的面积为

S（θ）=菁优网-jyeooCP•OCsin120°=菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoosinθ•菁优网-jyeoosin（60°﹣θ）×菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoosinθsin（60°﹣θ）=菁优网-jyeoosinθ（菁优网-jyeoocosθ﹣菁优网-jyeoosinθ）

=菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoosinθcosθ﹣菁优网-jyeoosin2θ）

=菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoosin2θ+菁优网-jyeoocos2θ﹣菁优网-jyeoo）

=菁优网-jyeoo[cos（2θ﹣60°）﹣菁优网-jyeoo]，θ∈（0°，60°）．

所以当θ=30°时，S（θ）取得最大值为菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查了三角函数的模型的应用．考查了考生分析问题和解决问题的能力．