**2013沈阳市东北育才学校高一（下）期中数学试卷（Word版含解析）**

**一、选择题：（本大题共12小题，每小题5分，共60分）**

1．（5分）（2014春•青羊区校级期末）若a＞b＞c，则一定成立的不等式是（　　）

A．a|c|＞b|c| B．ab＞ac C．a﹣|c|＞b﹣|c| D．菁优网-jyeoo

【分析】利用赋值法，排除错误选项，从而确定正确答案．

【解答】解：∵a＞b＞c，

∴令a=1，b=0，c=﹣1，则A、B、D都错误，

故选C．

【点评】利用赋值法排除错误选项，可以有效地简化解题过程．

2．（5分）（2012•封开县校级模拟）函数菁优网-jyeoo的一个单调递减区间是（　　）

A．菁优网-jyeoo B．菁优网-jyeoo） C．[菁优网-jyeoo] D．[菁优网-jyeoo]

【分析】利用直接法求解．为了求函数的一个单调递减区间，必须考虑到1﹣2cos2x＞0并且使得内函数u=1﹣2cos2x是增函数才行，据此即可求得单调区间，从而选出答案．

【解答】解：∵1﹣2cos2x＞0且使得函数u=1﹣2cos2x是增函数，

∴菁优网-jyeoo+2kπ＜2x≤π+2kπ （k∈Z）

取k=0，∴菁优网-jyeoo，

故选D．

【点评】本题主要考查了对数函数的单调性与余弦函数的单调性，属于基础题．

3．（5分）（2014春•和平区校级期中）锐角△ABC中，sin（A+B）=P，sinA+sinB=Q，cosA+cosB=R，则（　　）

A．Q＞R＞P B．P＞Q＞R C．R＞Q＞P D．Q＞P＞R

【分析】x=菁优网-jyeoo，y=菁优网-jyeoo，由余弦函数单调性知x＞y，cosx＜cosy，根据x=菁优网-jyeoo判断出x的范围，推断出sinx＞cosx，最后对P，Q，R验证即可．

【解答】解：令x=菁优网-jyeoo，y=菁优网-jyeoo，

则x＞y，cosx＜cosy

x=菁优网-jyeoo＞菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

∴sinx＞cosx

∵P=2sinxcosx，Q=2sinxcosy，R=2cosxcosy

∴P＜Q，Q＞R，

∵P=sinAcosB+sinBcosA＜cosB+cosA=R

∴P＜R＜Q，

故选A．

【点评】本题主要考查了三角函数恒等变换的应用，三角函数图象与性质．解这道题要特别留意材料的隐含信息．

4．（5分）（2014春•和平区校级期中）三角形两边长分别为1，菁优网-jyeoo，第三边的中线长也是1，则三角形内切圆半径为（　　）

A．菁优网-jyeoo﹣1 B．菁优网-jyeoo（菁优网-jyeoo﹣1） C．菁优网-jyeoo（3﹣菁优网-jyeoo） D．3﹣菁优网-jyeoo

【分析】根据题意画出图形，如图所示，延长AE到C，使EC=AE=1，由E为BD中点，得到BE=DE，得到四边形ABCD为平行四边形，在三角形ABC中，利用余弦定理表示出cos∠ABC，将三边长代入求出cos∠ABC的值，确定出∠ABC为直角，进而得到四边形ABCD为矩形，即∠BAD为直角，求出直角三角形内切圆半径即可．

【解答】解：根据题意画出图形，如图所示，AB=1，AE=1，AD=菁优网-jyeoo，

延长AE到C，使EC=AE=1，

∵E为BD中点，

∴BE=DE，

∴四边形ABCD为平行四边形，

∴BC=AD=菁优网-jyeoo，

在△ABC中，AB=1，AC=2AE=2，BC=菁优网-jyeoo，

∴由余弦定理得：cos∠ABC=菁优网-jyeoo=0，

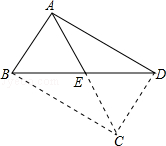
∴∠ABC=90°，

∴四边形ABCD为矩形，

∴∠BAC=90°，即△ABC为直角三角形，

则△ABC内切圆半径为菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

故选：B．



【点评】此题考查了余弦定理，平行四边形的判定与性质，矩形的判定，熟练掌握余弦定理是解本题的关键．

5．（5分）（2006春•北京校级期末）稳定房价是我国今年实施宏观调控的重点，国家最近出台的一系列政策已对各地的房地产市场产生了影响．北京市某房地产介绍所对本市一楼群在今年的房价作了统计与预测：发现每个季度的平均单价y（每平方米面积的价格，单位为元）与第x季度之间近似满足：y=500sin（ωx+ϕ）+9500 （ϕ＞0），已知第一、二季度平均单价如下表所示：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | 1 | 2 | 3 |
| y | 10000 | 9500 | ？ |

则此楼群在第三季度的平均单价大约是 （　　）

A．10000元 B．9500元 C．9000元 D．8500元

【分析】根据表格数据可求的三角函数模型，再利用三角函数模型可求此楼群在第三季度的平均单价．

【解答】解：由表格数据可知，10000=500sin（ω+ϕ）+9500，9500=500sin（2ω+ϕ）+9500

∴sin（ω+ϕ）=1，sin（2ω+ϕ）=0；

ω+ϕ=2kπ+菁优网-jyeoo，2ω+ϕ=2kπ+π，

解可得ω=菁优网-jyeoo，ρ=2kπ，

∴x=3时，y=500sin（2kπ+菁优网-jyeoo）+9500=9000元

故选C．

【点评】本题以表格为载体考查三角函数模型的运用，解题的关键是合理运用表格数据，求出三角函数模型，从而解决实际问题．

6．（5分）（2004•黑龙江）已知平面上直线的方向向量菁优网-jyeoo=（﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），点O（0，0）和A（1，﹣2）在l上的射影分别是O′和A′，则菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo，其中λ等于（　　）

A．菁优网-jyeoo B．﹣菁优网-jyeoo C．2 D．﹣2

【分析】由于菁优网-jyeoo在直线l上，而菁优网-jyeoo为直线l的方向向量，则菁优网-jyeoo∥菁优网-jyeoo，则存在实数λ，使菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo，由菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo的方向及模长易求出λ值．

【解答】解：∵O（0，0）和A（1，﹣2）

∴菁优网-jyeoo=（1，﹣2）

则菁优网-jyeoo在l上的投影菁优网-jyeoo有：|菁优网-jyeoo|=|菁优网-jyeoo|=2

又由菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo的方向相反，|菁优网-jyeoo|=1

故由菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo得λ=﹣2

故选：D

【点评】若向量菁优网-jyeoo与非零向量菁优网-jyeoo满足，菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo，则：当λ＞0时，向量菁优网-jyeoo与微量菁优网-jyeoo同向，且λ=菁优网-jyeoo；当λ=0时，向量菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo；当λ＜0时，向量菁优网-jyeoo与微量菁优网-jyeoo反向，且λ=﹣菁优网-jyeoo．

7．（5分）（2014春•和平区校级期中）设函数f（x）=x3（x∈R），若0≤θ≤菁优网-jyeoo时，f（m•sinθ）+f（1﹣m）＞0恒成立，则实数m的取值范围是（　　）

A．（0，+∞） B．（1，+∞） C．（﹣∞，1） D．[0，1]

【分析】利用x3为奇函数得到f（x）为奇函数；据x3为增函数得到f（x）为增函数；利用单调性及奇偶性将抽象不等式的符号f脱去；分离参数，求不等式恒成立转化为求函数的最值．

【解答】解：∵f（x）=x3，∴f（x）在R上递增且为奇函数，

∴f（msinθ）+f（1﹣m）＞0即f（msinθ）＞﹣f（1﹣m），

即f（msinθ）＞f（m﹣1），

∴msinθ＞m﹣1，

∵0≤θ≤菁优网-jyeoo，∴0≤sinθ≤1，

sinθ=1时，m＞m﹣1，成立；

0≤sinθ＜1时，m＜菁优网-jyeoo，

而菁优网-jyeoo≥1，

∴m＜1，

故选：C．

【点评】本题考查利用奇函数及函数的单调性将抽象的法则f脱去、考查解决不等式恒成立问题常采用分离参数求函数的最值．

8．（5分）（2013•淄博模拟）在△ABC中，周长为7.5cm，且sinA：sinB：sinC=4：5：6，下列结论：

①a：b：c=4：5：6 ②a：b：c=2：菁优网-jyeoo③a=2cm，b=2.5cm，c=3cm ④A：B：C=4：5：6

其中成立的个数是（　　）

A．0个 B．1个 C．2个 D．3个

【分析】根据正弦定理，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=2R，结合已知中在△ABC中，周长为7.5cm，且sinA：sinB：sinC=4：5：6，我们易求出三边长之间的比例进而求出各边的长，从而得到答案．

【解答】解：∵△ABC中，sinA：sinB：sinC=4：5：6，

由正弦定理得菁优网-jyeoo：菁优网-jyeoo：菁优网-jyeoo=4：5：6，

∴a：b：c=4：5：6，

∴a=2cm，b=2.5cm，c=3cm

故选C

【点评】本题考查的知识点是正弦定理的应用，正弦定理及其推论（边角互化）是我们解三角形中最常用的结论，一定要熟练掌握．

9．（5分）（2014春•和平区校级期中）函数y=2sin（x+φ）的图象为C，则以下判断中，正确的是（　　）

A．过点（菁优网-jyeoo，2）的C唯一

B．过点（﹣菁优网-jyeoo，0）的C唯一

C．在长度为2π的闭区间上恰有一个最高点和一个最低点

D．图象C关于原点对称

【分析】根据三角函数的图象和性质即可得到结论．

【解答】解：A．若过点（菁优网-jyeoo，2），则2sin（菁优网-jyeoo+φ）=2，即sin（菁优网-jyeoo+φ）=1，即菁优网-jyeoo+φ=菁优网-jyeoo+2kπ，即φ=2k菁优网-jyeoo，

此时数y=2sin（x+2k菁优网-jyeoo）=2sin（x+菁优网-jyeoo）图象唯一，故A正确．

B．若过点（菁优网-jyeoo，2），则2sin（菁优网-jyeoo+φ）=，即sin（菁优网-jyeoo+φ）=，即菁优网-jyeoo+φ=kπ，即φ=k菁优网-jyeoo，

此时数y=2sin（x+k菁优网-jyeoo）=±2sin（x+菁优网-jyeoo）图象不唯一，故B不正确．

C．∵函数的正确为2π，∴在长度为2π的闭区间上可能有两个最高点和一个最低点或者一个最高点，两个最低点，故C错误．

D．当φ=kπ时，函数关于原点对称，当φ≠kπ时，函数关于原点不对称，故D错误．

故选：A．

【点评】本题主要考查三角函数的图象和性质，要求熟练掌握三角函数的图象和性质．

10．（5分）（2011•广州校级一模）若对任意实数a，函数菁优网-jyeoo（k∈N）在区间[a，a+3]上的值菁优网-jyeoo出现不少于4次且不多于8次，则k的值为（　　）

A．2 B．4 C．3或4 D．2或3

【分析】将所求的k的值进行转化与化归，列出关于k的不等式是解决本题的关键，充分利用函数的周期性和区间长度的关系，注意不等式思想的运用．

【解答】解：函数在一个周期内有且只有2个不同的自变量使其函数值为菁优网-jyeoo，因此该函数在区间[a，a+3]（该区间的长度为3）上至少有2个周期，至多有4个周期，

因此，菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，解得菁优网-jyeoo，

又k∈N，从而k=2或3．

故选D．

【点评】本题考查三角函数周期性的应用，考查学生利用周期函数的周期进行分析问题和解决问题的能力和方法，考查学生的不等式意识，考查学生正弦型函数周期的确定．

11．（5分）（2014•嘉兴一模）在直角△ABC中，∠BCA=90°，CA=CB=1，P为AB边上的点且菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo，若菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo≥菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo，则λ的取值范围是（　　）

A．[菁优网-jyeoo，1] B．[菁优网-jyeoo，1] C．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo] D．[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]

【分析】把三角形放入直角坐标系中，求出相关点的坐标，利用已知条件即可求出λ的取值范围．

【解答】解：∵直角△ABC中，∠BCA=90°，CA=CB=1，

∴以C为坐标原点CA所在直线为x轴，CB所在直线为y轴，如图：

C（0，0），A（1，0），B（0，1），菁优网-jyeoo，

∵菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo，

∴λ∈[0，1]

菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo．

菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo≥菁优网-jyeoo•菁优网-jyeoo，

∴λ﹣1+λ≥λ2﹣λ+λ2﹣λ．

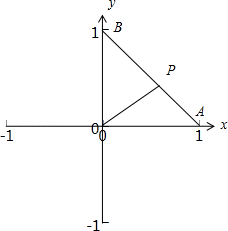
2λ2﹣4λ+1≤0，

解得：菁优网-jyeoo，

∵λ∈[0，1]

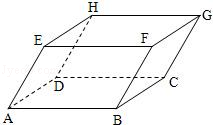
∴λ∈[菁优网-jyeoo，1]

故选：B．



【点评】本题考查向量在几何中的应用，向量的数量积以及向量的坐标运算，考查计算能力以及转化思想．

12．（5分）（2012•开福区校级模拟）对于向量a，b，定义a×b为向量a，b的向量积，其运算结果为一个向量，且规定a×b的模|a×b|=|a||b|sinθ（其中θ为向量a与b的夹角），a×b的方向与向量a，b的方向都垂直，且使得a，b，a×b依次构成右手系．如图，在平行六面体ABCD﹣EFGH中，∠EAB=∠EAD=∠BAD=60°，AB=AD=AE=2，则菁优网-jyeoo=（　　）



A．4 B．8 C．菁优网-jyeoo D．菁优网-jyeoo

【分析】根据题意和向量积定义，判断出向量菁优网-jyeoo的方向且垂直平面ABCD，由数量积的运算需要求出向量菁优网-jyeoo和菁优网-jyeoo所成角θ的余弦值，即由题意作EI⊥AC于I，则＜AEI=θ，过I作IJ⊥AD于J，连EJ，由三垂线逆定理可得EJ⊥AD，在直角三角形求出cosθ的值和向量的模，最后代入向量积和数量积定义求解．

【解答】解：据向量积定义知，向量菁优网-jyeoo垂直平面ABCD，且方向向上，设菁优网-jyeoo与菁优网-jyeoo所成角为θ．

∵∠EAB=∠EAD=∠BAD=60°，

∴点E在底面ABCD上的射影在直线AC上．

作EI⊥AC于I，则EI⊥面ABCD，∴θ+∠EAI=菁优网-jyeoo．

过I作IJ⊥AD于J，连EJ，由三垂线逆定理可得EJ⊥AD．

∵AE=2，∠EAD=60°，∴AJ=1，EJ=菁优网-jyeoo．

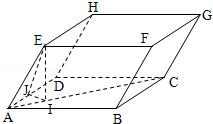
又∵∠CAD=30°，IJ⊥AD，∴AI=菁优网-jyeoo．

∵AE=2，EI⊥AC，∴cos∠EAI=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

∴sinθ=菁优网-jyeoo=cos∠EAI=菁优网-jyeoo，cosθ=菁优网-jyeoo．

故菁优网-jyeoo=|菁优网-jyeoo||菁优网-jyeoo|sin∠BAD|菁优网-jyeoo|cosθ=8×菁优网-jyeoo×菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

故选D．



【点评】本题是新定义题目，需要抓住新定义中的本质找到解题的关键点，即菁优网-jyeoo的方向和具体位置，根据图形和条件作出并加以证明，还需要利用几何知识和向量数量积的运算进行求解，考查分析问题和解决问题的能力．

**二、填空题：（本大题共4小题，每小题5分，共20分．把答案填在答题纸上）.**

13．（5分）（2014秋•谯城区校级期中）若方程x2﹣2x+lg（2a2﹣a）=0有一个正根和一个负根，则实数a的取值范围是　菁优网-jyeoo　．

【分析】方程x2﹣2x+lg（2a2﹣a）=0有一个正根和一个负根，故两根之积小于0，由常数项的形式知道2a2﹣a∈（0，1）即0＜2a2﹣a＜1，解此不等式即可求出实数a的取值范围．

【解答】解：方程x2﹣2x+lg（2a2﹣a）=0有一个正根和一个负根，故两根之积小于0，即lg（2a2﹣a）＜0

∴菁优网-jyeoo即，

故有﹣菁优网-jyeoo＜a＜0或菁优网-jyeoo＜a＜1

故应填 菁优网-jyeoo

【点评】本题考查一元二次方程根与分布，由根的数字特征转化为关于参数的不等式求解参数的范围这是此类题的特征．

14．（5分）（2014春•和平区校级期中）构造一个周期为π，值域为[菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo]，在[0，菁优网-jyeoo]上是增函数的偶函数f（x）=　﹣cos2x+菁优网-jyeoo　．

【分析】设f（x）=﹣cosωx+h，则由周期求得ω=2；再由h﹣1=菁优网-jyeoo h+1=2，可得h的值，从而得到f（x）的解析式．

【解答】解：设f（x）=﹣cosωx+h，则由题意可得 菁优网-jyeoo=π，∴ω=2．

再由h﹣1=菁优网-jyeoo，且h+1=菁优网-jyeoo，可得h=菁优网-jyeoo，∴f（x）=﹣cos2x+菁优网-jyeoo，

故答案为：﹣cos2x+菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查由函数y=Asin（ωx+φ）的部分图象求解析式，属于基础题．

15．（5分）（2014春•和平区校级期中）y=loga（x+5）﹣1（a＞0，且a≠1）的图象恒过定点A，若点A在直线mx+ny+1=0上，其中mn＞0，则菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo的最小值为　16　．

【分析】由对数函数可知A（﹣4，﹣1），进而可得4m+n=1，可得菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）（4m+n）=8+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，由基本不等式可得．

【解答】解：∵y=loga（x+5）﹣1（a＞0，且a≠1）的图象恒过定点A，∴A（﹣4，﹣1），

又点A在直线mx+ny+1=0上，∴﹣4m﹣n+1=0，即4m+n=1，

∴菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo=（菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo）（4m+n）=8+菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo≥8+2菁优网-jyeoo=16，

当且仅当菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，即m=菁优网-jyeoo，n=菁优网-jyeoo时取等号，

故答案为：16．

【点评】本题考查基本不等式，涉及对数函数图象恒过定点问题，属基础题．

16．（5分）（2014•河南模拟）如图，己知菁优网-jyeoo，∠AOB为锐角，OM平分∠AOB，点N为线段AB的中点，菁优网-jyeoo，若点P在阴影部分（含边界）内，则在下列给出的关于x、y的式子中，满足题设条件的为　①③⑤　（写出所有正确式子的序号）．

①x≥0，y≥0；②x﹣y≥0；③x﹣y≤0；④x﹣2y≥0；⑤2x﹣y≥0．

菁优网：http://www.jyeoo.com

【分析】利用向量共线定理，及三角形法则，将向量菁优网-jyeoo用菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo表示出来，则菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo的系数对应等于x，y．由此即可解题．

【解答】解：设线段OP与AB的交点为C，

则由向量共线定理知：存在实数λ，使得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo 其中λ＞0，

∴菁优网-jyeoo=λ菁优网-jyeoo

=λ（菁优网-jyeoo）

=λ菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo．

∵菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo共线，

∴存在实数μ，使得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∵N为BC的中点，

∴μ菁优网-jyeoo；

又∵菁优网-jyeoo，OM平分∠AOB，

∴由正弦定理知，AM=2BM，

∴AC≤AM=菁优网-jyeoo，

故菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo+λμ菁优网-jyeoo

=λ（1﹣μ）菁优网-jyeoo+菁优网-jyeoo，

∴x=λ（1﹣μ），y=λμ

又∵λ＞0，菁优网-jyeoo，

∴x≥0，y≥0；

x﹣y=λ（1﹣2μ）≤0；

2x﹣y=λ（2﹣3μ）≥0．

故答案为：①③⑤．

【点评】本题主要考察了平面向量的共线定理以及向量的三角形法则，并涉及到了正弦定理，难度较大，属于难题．

**三、解答题：（本大题共6小题，共70分）.**

17．（10分）（2010•重庆模拟）在△ABC中，a，b，c分别是角A、B、C所对的边，已知菁优网-jyeoo，

（1）判断△ABC的形状；

（2）若菁优网-jyeoo，求△ABC的面积．

【分析】（1）先根据正弦定理将边a，c的比值转化为其正弦值的比，再由诱导公式和两角和与差的正弦公式可求出B=C，可判断△ABC为等腰三角形；或者根据余弦定理表示出cosB使之等于菁优网-jyeoo，也可求出b=c，进而可判断△ABC为等腰三角形．

（2）先根据角B的正弦值求出其余弦值，再由诱导公式可求出角A的正弦值，最后根据三角形的面积公式可得到最终答案．

【解答】解：（1）∵菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo，

∴sinA=2cosBsinC，

又∵sinA=sin[π﹣（B+C）]=sin（B+C）=sinBcosC+cosBsinC，

∴sinBcosC+cosBsinC=2cosBsinC，

∴sinBcosC﹣cosBsinC=sin（B﹣C）=0

∴在△ABC中B=C，

∴△ABC为等腰三角形

另解：∵菁优网-jyeoo，

∴a2+c2﹣b2=a2，

∴c2=b2

∴c=b

∴△ABC为等腰三角形

（2）∵菁优网-jyeoo，

∵菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo．

【点评】本题主要考查正弦定理、余弦定理和诱导公式的综合运用能力．三角函数部分的公式比较多，一定要强化记忆，做题时才能做到游刃有余．

18．（12分）（2015•漳州模拟）设函数菁优网-jyeoo．

（Ⅰ）求f（x）的最大值，并写出使f（x）取最大值是x的集合；

（Ⅱ）已知△ABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c．若菁优网-jyeoo．求a的最小值．

【分析】（Ⅰ）把函数解析式第一项利用两角和与差的余弦函数公式及特殊角的三角函数值化简，第二项利用二倍角的余弦函数公式化简，合并整理后，再利用两角和与差的余弦函数公式化为一个角的余弦函数，由余弦函数的值域得到余弦函数的最大值为1，可得出函数f（x）的最大值，并根据余弦函数的图象与性质得出此时x的范围，即可确定出使f（x）取最大值是x的集合；

（Ⅱ）由f（B+C）=菁优网-jyeoo，将B+C代入第一问化简后的式子中，利用诱导公式化简后得到cos（2A﹣菁优网-jyeoo）的值，由A为三角形的内角，得出2A﹣菁优网-jyeoo的范围，利用特殊角的三角函数值求出A的度数，进而确定出cosA的值，再利用余弦定理表示出a2=b2+c2﹣2bccosC，利用完全平方公式化简后，将b+c及cosC的值代入，并利用基本不等式求出bc的最大值，可得出a的最小值．

【解答】解：（Ⅰ）f（x）=cos（2x﹣菁优网-jyeoo）+2cos2x

=（cos2xcos菁优网-jyeoo+sin2xsin菁优网-jyeoo）+（1+cos2x）

=菁优网-jyeoocos2x﹣菁优网-jyeoosin2x+1=cos（2x+菁优网-jyeoo）+1，（3分）

∵﹣1≤cos（2x+菁优网-jyeoo）≤1，即cos（2x+菁优网-jyeoo）最大值为1，

∴f（x）的最大值为2，（4分）

要使f（x）取最大值，cos（2x+菁优网-jyeoo）=1，即2x+菁优网-jyeoo=2kπ（k∈Z），

解得：x=kπ﹣菁优网-jyeoo（k∈Z），

则x的集合为{x|x=kπ﹣菁优网-jyeoo（k∈Z）}；（6分）

（Ⅱ）由题意，f（B+C）=cos[2（B+C）+菁优网-jyeoo]+1=菁优网-jyeoo，即cos（2π﹣2A+菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，

化简得：cos（2A﹣菁优网-jyeoo）=菁优网-jyeoo，（8分）

∵A∈（0，π），∴2A﹣菁优网-jyeoo∈（﹣菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo），

则有2A﹣菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，即A=菁优网-jyeoo，（10分）

在△ABC中，b+c=2，cosA=菁优网-jyeoo，

由余弦定理，a2=b2+c2﹣2bccos菁优网-jyeoo=（b+c）2﹣3bc=4﹣3bc，（12分）

由b+c=2知：bc≤菁优网-jyeoo=1，当且仅当b=c=1时取等号，

∴a2≥4﹣3=1，

则a取最小值1．（14分）

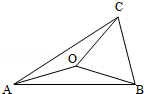
【点评】此题考查了余弦定理，三角函数的化简求值，余弦函数的图象与性质，基本不等式，两角和与差的余弦函数公式，二倍角的余弦函数公式，特殊角的三角函数值，以及余弦函数的定义域与值域，熟练掌握定理及公式是解本题的关键．

19．（12分）（2014春•和平区校级期中）设△ABC的外心为O，以线段OA、OB为邻边作平行四边形，第四个顶点为D，再以OC、OD为邻边作平行四边形，它的第四个顶点为H．

（1）若菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，用菁优网-jyeoo、菁优网-jyeoo、菁优网-jyeoo表示菁优网-jyeoo；

（2）求证：AH⊥BC；

（3）设△ABC中，∠A=60°，∠B=45°，外接圆半径为R，用R表示菁优网-jyeoo．（外心是三角形外接圆的圆心）



【分析】（1）利用向量的三角形法则即可；

（2）利用向量的三角形法则、外心的性质、菁优网-jyeoo⇔菁优网-jyeoo即可证明；

（3）利用向量模的计算公式、外心的性质即可求出．

【解答】解：（1）由三角形法则可得菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo；

（2）∵菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo，

∵O点是△ABC的外心，∴菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo，

∴菁优网-jyeoo．即AH⊥BC

（3）菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo

=菁优网-jyeoo菁优网-jyeoo，

∵A=60°，点O是外心，∴菁优网-jyeoo，∴菁优网-jyeoo；

同理菁优网-jyeoo=0，菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

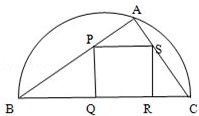
∴菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo=菁优网-jyeoo．

【点评】熟练掌握三角形外心的性质、向量的三角形法则、菁优网-jyeoo⇔菁优网-jyeoo及模的计算公式是解题的关键．

20．（12分）（2008•鼓楼区校级模拟）如图，某园林单位准备绿化一块直径为BC的半圆形空地，△ABC的外面种草，△ABC的内接正方形PQRS为一水池，其余的地方种花，若BC=a，∠ABC=θ，设△ABC的面积为S1，正方形的面积为S2．

（1）用a，θ表示S1和S2；

（2）当a固定，θ变化时，求菁优网-jyeoo取最小值时的角．



【分析】（1）据题知三角形ABC为直角三角形，根据三角函数分别求出AC和AB，求出三角形ABC的面积S1；设正方形PQRS的边长为x，利用三角函数分别表示出BQ和RC，利用BQ+QR+RC=a列出方程求出x，算出S2；

（2）由比值 菁优网-jyeoo称为“规划合理度”，可设t=sin2θ来化简求出S1与S2的比值，利用三角函数的增减性求出比值的最小值即可求出此时的θ．

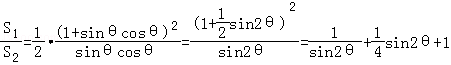
【解答】解：（1）在Rt△ABC中，AB=acosθ，AC=asinθ，

菁优网-jyeoo（3分）

设正方形的边长为x则 菁优网-jyeoo，

由BP+AP=AB，得 菁优网-jyeoo，故 菁优网-jyeoo

所以 菁优网-jyeoo（6分）

（2），（8分）

令t=sin2θ，因为 菁优网-jyeoo，

所以0＜2θ＜π，则t=sin2θ∈（0，1]（10分）

所以 菁优网-jyeoo，菁优网-jyeoo，

所以函数g（t）在（0，1]上递减，（11分）

因此当t=1时g（t）有最小值 菁优网-jyeoo，

此时 菁优网-jyeoo

所以当 菁优网-jyeoo时，“规划合理度”最小，最小值为 菁优网-jyeoo．（12分）

【点评】考查学生会根据实际问题选择合适的函数关系的能力，以及在实际问题中建立三角函数模型的能力．

21．（12分）（2009•青羊区校级模拟）已知二次函数f（x）=x2+bx+c（b、c∈R），不论α、β为何实数，恒有f（sinα）≥0，f（2+cosβ）≤0．

（1）求证：b+c=﹣1；

（2）求证：c≥3；

（3）若函数f（sinα）的最大值为8，求b、c的值．

【分析】本题考查的是不等式的综合应用问题．在解答时：

（1）充分利用条件不论α、β为何实数，恒有f（sinα）≥0，f（2+cosβ）≤0．注意分析sinα、2+cosβ的范围，利用夹逼的办法即可获得问题的解答；

（2）首先利用（1）的结论对问题进行化简化为只有参数c的函数，再结合条件不论β为何实数，恒有f（2+cosβ）≤0，即可获得问题的解答；

（3）首先对函数进行化简配方，然后利用二次函数的性质结合自变量和对称轴的范围即可获得问题的解答．

【解答】解：（1）证明：∵|sinα|≤1且f（sinα）≥0恒成立，可得f（1）≥0．

又∵1≤2+cosβ≤3且f（2+cosβ）≤0恒成立，可得f（1）≤0，

∴f（1）=0，

∴1+b+c=0，∴b+c=﹣1．

（2）证明：∵b+c=﹣1，∴b=﹣1﹣c，

∴f（x）=x2﹣（1+c）x+c=（x﹣1）（x﹣c）．

又∵1≤2+cosβ≤3且f（2+cosβ）≤0恒成立

∴x﹣c≤0，即c≥x恒成立．

∴c≥3．

（3）∵f（sinα）=sin2α﹣（1+c）sinα+c=（sinα﹣菁优网-jyeoo）2+c﹣（菁优网-jyeoo）2，

∵菁优网-jyeoo

∴当sinα=﹣1时，f（sinα）的最大值为1﹣b+c．

由1﹣b+c=8与b+c=﹣1联立，

可得b=﹣4，c=3．

即b=﹣4，c=3．

【点评】本题考查的是不等式的综合类问题，在解答的过程当中充分体现了夹逼的技巧、恒成立的思想以及数形结合的思想．值得同学们体会与反思．

22．（12分）（2007•东城区一模）已知函数菁优网-jyeoo，（x＞0）．

（Ⅰ）当0＜a＜b，且f（a）=f（b）时，求证：ab＞1；

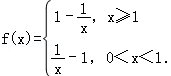
（Ⅱ）是否存在实数a，b（a＜b），使得函数y=f（x）的定义域、值域都是[a，b]，若存在，则求出a，b的值，若不存在，请说明理由．

（Ⅲ）若存在实数a，b（a＜b），使得函数y=f（x）的定义域为[a，b]时，值域为[ma，mb]（m≠0），求m的取值范围．

【分析】（I）确定函数解析式，利用函数的单调性，可得菁优网-jyeoo，利用基本不等式，即可得出结论；

（II）分类讨论，若存在满足条件的实数a，b，使得函数y=菁优网-jyeoo的定义域、值域都是[a，b]，从而可得结论；

（III）分类讨论，若存在实数a，b（a＜b），使得函数y=f（x）的定义域为[a，b]时，值域为[ma，mb]，即可得出结论．

【解答】（I）证明：∵x＞0，∴

∴f（x）在（0，1）上为减函数，在（1，+∞）上是增函数．

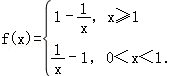
由0＜a＜b，且f（a）=f（b），可得 0＜a＜1＜b和菁优网-jyeoo，即菁优网-jyeoo．

∴2ab=a+b＞菁优网-jyeoo．…（3分）

故菁优网-jyeoo，即ab＞1．…（4分）

（II）解：不存在满足条件的实数a，b．

若存在满足条件的实数a，b，使得函数y=菁优网-jyeoo的定义域、值域都是[a，b]，

则a＞0，

①当a，b∈（0，1）时，菁优网-jyeoo在（0，1）上为减函数．

故菁优网-jyeoo，即，解得a=b．

故此时不存在适合条件的实数a，b．…（6分）

②当a，b∈[1，+∞）时，菁优网-jyeoo在（1，+∞）上是增函数．

故菁优网-jyeoo，即

此时a，b是方程x2﹣x+1=0的根，此方程无实根．

故此时不存在适合条件的实数a，b．…（8分）

③当a∈（0，1），b∈[1，+∞）时，由于1∈[a，b]，而f（1）=0∉[a，b]，

故此时不存在适合条件的实数a，b．

综上可知，不存在适合条件的实数a，b．…（10分）

（III）若存在实数a，b（a＜b），使得函数y=f（x）的定义域为[a，b]时，值域为[ma，mb]．

则a＞0，m＞0．

①当a，b∈（0，1）时，由于f（x）在（0，1）上是减函数，故．

此时刻得a，b异号，不符合题意，所以a，b不存在．

②当a∈（0，1）或b∈[1，+∞）时，由（ II）知0在值域内，值域不可能是[ma，mb]，所以a，b不存在．

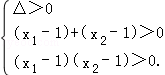
故只有a，b∈[1，+∞）．

∵菁优网-jyeoo在[1，+∞）上是增函数，

∴菁优网-jyeoo，即

∴a，b是方程mx2﹣x+1=0的两个根，即关于x的方程mx2﹣x+1=0有两个大于1的实根．…（12分）

设这两个根为x1，x2，则x1+x2=菁优网-jyeoo，x1•x2=菁优网-jyeoo．

∴，即菁优网-jyeoo

解得菁优网-jyeoo．

故m的取值范围是菁优网-jyeoo．…（14分）

【点评】本题考查函数解析式的运用，考查基本不等式，考查分类讨论的数学思想，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．