**2018年北京版高考理数真题试卷（Word版含答案）**

本试卷共5页，150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题 共40分）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知集合*A*={*x*||*x*|<2}，*B*={–2，0，1，2}，则*AB*=

（A）{0，1} （B）{–1，0，1}

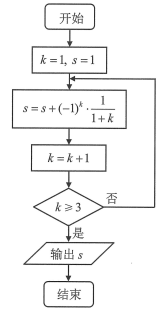
（C）{–2，0，1，2} （D）{–1，0，1，2}

（2）在复平面内，复数的共轭复数对应的点位于

（A）第一象限 （B）第二象限

（C）第三象限 （D）第四象限

（3）执行如图所示的程序框图，输出的*s*值为



（A） （B）

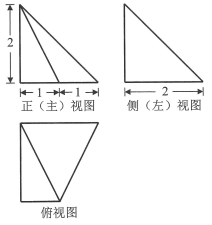
（C） （D）

（4）“十二平均律”是通用的音律体系，明代朱载堉最早用数学方法计算出半音比例，为这个理论的发展做出了重要贡献．十二平均律将一个纯八度音程分成十二份，依次得到十三个单音，从第二个单音起，每一个单音的频率与它的前一个单音的频率的比都等于．若第一个单音的频率为*f*，则第八个单音的频率为

（A）（B）

（C）（D）

（5）某四棱锥的三视图如图所示，在此四棱锥的侧面中，直角三角形的个数为



（A）1 （B）2

（C）3 （D）4

（6）设***a***，***b***均为单位向量，则“”是“***a***⊥***b***”的

（A）充分而不必要条件 （B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件 （D）既不充分也不必要条件

（7）在平面直角坐标系中，记*d*为点*P*（cos*θ*，sin*θ*）到直线的距离，当*θ*，*m*变化时，*d*的最大值为

（A）1 （B）2

（C）3 （D）4

（8）设集合则

（A）对任意实数*a*， （B）对任意实数*a*，（2，1）

（C）当且仅当*a*<0时，（2，1） （D）当且仅当时，（2，1）

第二部分（非选择题 共110分）

**二、填空题共6小题，每小题5分，共30分。**

（9）设是等差数列，且*a*1=3，*a*2+*a*5=36，则的通项公式为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

（10）在极坐标系中，直线与圆相切，则*a*=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

（11）设函数*f*（*x*）=，若对任意的实数*x*都成立，则*ω*的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

（12）若*x*，*y*满足*x*+1≤*y*≤2*x*，则2*y–x*的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

（13）能说明“若*f*（*x*）>*f*（0）对任意的*x*∈（0，2］都成立，则*f*（*x*）在［0，2］上是增函数”为假命题的一个函数是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

（14）已知椭圆，双曲线．若双曲线*N*的两条渐近线与椭圆*M*的四个交点及椭圆*M*的两个焦点恰为一个正六边形的顶点，则椭圆*M*的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；双曲线*N*的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题共6小题，共80分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。**

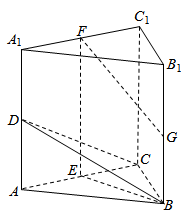
（15）（本小题13分）

在△*ABC*中，*a*=7，*b*=8，cos*B*=–．（Ⅰ）求∠*A*；

（Ⅱ）求*AC*边上的高．

（16）（本小题14分）

如图，在三棱柱*ABC*-中，平面*ABC*，*D*，*E*，*F*，*G*分别为，*AC*，，的中点，*AB=BC*=，*AC*==2．



（Ⅰ）求证：*AC*⊥平面*BEF*；

（Ⅱ）求二面角*B-CD*-*C*1的余弦值；

（Ⅲ）证明：直线*FG*与平面*BCD*相交．

（17）（本小题12分）

电影公司随机收集了电影的有关数据，经分类整理得到下表：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 电影类型 | 第一类 | 第二类 | 第三类 | 第四类 | 第五类 | 第六类 |
| 电影部数 | 140 | 50 | 300 | 200 | 800 | 510 |
| 好评率 | 0.4 | 0.2 | 0.15 | 0.25 | 0.2 | 0.1 |

好评率是指：一类电影中获得好评的部数与该类电影的部数的比值．

假设所有电影是否获得好评相互独立．

（Ⅰ）从电影公司收集的电影中随机选取1部，求这部电影是获得好评的第四类电影的概率；（Ⅱ）从第四类电影和第五类电影中各随机选取1部，估计恰有1部获得好评的概率；（Ⅲ）假设每类电影得到人们喜欢的概率与表格中该类电影的好评率相等，用“”表示第*k*类电影得到人们喜欢，“”表示第*k*类电影没有得到人们喜欢（*k*=1，2，3，4，5，6）．写出方差，，，，，的大小关系．

（18）（本小题13分）

设函数=[]．

（Ⅰ）若曲线*y= f*（*x*）在点（1，）处的切线与轴平行，求*a*；

（Ⅱ）若在*x*=2处取得极小值，求*a*的取值范围．

（19）（本小题14分）

已知抛物线*C*：=2*px*经过点（1，2）．过点*Q*（0，1）的直线*l*与抛物线*C*有两个不同的交点*A*，*B*，且直线*PA*交*y*轴于*M*，直线*PB*交*y*轴于*N*．

（Ⅰ）求直线*l*的斜率的取值范围；

（Ⅱ）设*O*为原点，，，求证：为定值．

（20）（本小题14分）

设*n*为正整数，集合*A*=．对于集合*A*中的任意元素和，记

*M*（）=．

（Ⅰ）当*n*=3时，若，，求*M*（）和*M*（）的值；

（Ⅱ）当*n*=4时，设*B*是*A*的子集，且满足：对于*B*中的任意元素，当相同时，*M*（）是奇数；当不同时，*M*（）是偶数．求集合*B*中元素个数的最大值；

（Ⅲ）给定不小于2的*n*，设*B*是*A*的子集，且满足：对于*B*中的任意两个不同的元素，

*M*（）=0．写出一个集合*B*，使其元素个数最多，并说明理由．

**2018年北京版高考理数真题试卷参考答案**

一、选择题

1．A 2．D 3．B 4．D 5．C 6．C 7．C 8．D

二、填空题

9． 10． 11． 12．3

13．*y*=sin*x*（答案不唯一） 14．

三、解答题

（15）（共13分）

解：（Ⅰ）在△*ABC*中，∵cos*B*=–，∴*B*∈（，π），∴sin*B*=．

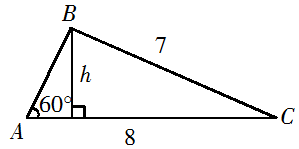
由正弦定理得=，∴sin*A*=．

∵*B*∈（，π），∴*A*∈（0，），∴∠*A*=．

（Ⅱ）在△*ABC*中，∵sin*C*=sin（*A*+*B*）=sin*A*cos*B*+sin*B*cos*A*==．

如图所示，在△*ABC*中，∵sin*C*=，∴*h*==，

∴*AC*边上的高为．



（16）（共14分）

解：（Ⅰ）在三棱柱*ABC*-*A*1*B*1*C*1中，

∵*CC*1⊥平面*ABC*，

∴四边形*A*1*ACC*1为矩形．

又*E*，*F*分别为*AC*，*A*1*C*1的中点，

∴*AC*⊥*EF*．

∵*AB*=*BC*．

∴*AC*⊥*BE*，

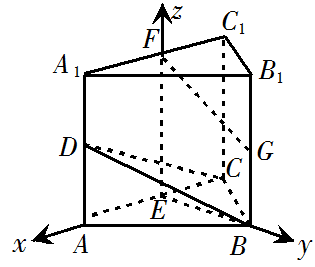
∴*AC*⊥平面*BEF*．

（Ⅱ）由（I）知*AC*⊥*EF*，*AC*⊥*BE*，*EF*∥*CC*1．

又*CC*1⊥平面*ABC*，∴*EF*⊥平面*ABC*．

∵*BE*平面*ABC*，∴*EF*⊥*BE*．

如图建立空间直角坐称系*E*-*xyz*．



由题意得*B*（0，2，0），*C*（-1，0，0），*D*（1，0，1），*F*（0，0，2），*G*（0，2，1）．

∴，

设平面*BCD*的法向量为，

∴，∴，

令*a*=2，则*b*=-1，*c*=-4，

∴平面*BCD*的法向量，

又∵平面*CDC*1的法向量为，

∴．

由图可得二面角*B*-*CD*-*C*1为钝角，所以二面角*B*-*CD*-*C*1的余弦值为．

（Ⅲ）平面*BCD*的法向量为，∵*G*（0，2，1），*F*（0，0，2），

∴，∴，∴与不垂直，

∴*GF*与平面*BCD*不平行且不在平面*BCD*内，∴*GF*与平面*BCD*相交．

（17）（共12分）

解：（Ⅰ）由题意知，样本中电影的总部数是140+50+300+200+800+510=2000，

第四类电影中获得好评的电影部数是200×0.25=50．

故所求概率为．

（Ⅱ）设事件*A*为“从第四类电影中随机选出的电影获得好评”，

事件*B*为“从第五类电影中随机选出的电影获得好评”．

故所求概率为*P*（）=*P*（）+*P*（）

=*P*（*A*）（1–*P*（*B*））+（1–*P*（*A*））*P*（*B*）．

由题意知：*P*（*A*）估计为0.25，*P*（*B*）估计为0.2．

故所求概率估计为0.25×0.8+0.75×0.2=0.35．

（Ⅲ）>>=>>．

（18）（共13分）

解：（Ⅰ）因为=[]，

所以*f ′*（*x*）=［2*ax*–（4*a*+1）］e*x*+［*ax*2–（4*a*+1）*x*+4*a*+3］e*x*（*x*∈***R***）

=［*ax*2–（2*a*+1）*x*+2］e*x*．

*f* ′(1)=(1–*a*)e．

由题设知*f* ′(1)=0，即(1–*a*)e=0，解得*a*=1．

此时*f* (1)=3e≠0．

所以*a*的值为1．

（Ⅱ）由（Ⅰ）得*f* ′（*x*）=［*ax*2–（2*a*+1）*x*+2］e*x=*（*ax*–1）(*x*–2)e*x*．

若*a*>，则当*x*∈(，2)时，*f* ′(*x*)<0；

当*x*∈(2，+∞)时，*f* ′(*x*)>0．

所以*f* (*x*)<0在*x*=2处取得极小值．

若*a*≤，则当*x*∈(0，2)时，*x*–2<0，*ax*–1≤*x*–1<0，

所以*f* ′(*x*)>0．

所以2不是*f* (*x*)的极小值点．

综上可知，*a*的取值范围是（，+∞）．

（19）（共14分）

解：（Ⅰ）因为抛物线*y*2=2*px*经过点*P*（1，2），

所以4=2*p*，解得*p*=2，所以抛物线的方程为*y*2=4*x*．

由题意可知直线*l*的斜率存在且不为0，

设直线*l*的方程为*y*=*kx*+1（*k*≠0）．

由得．

依题意，解得k<0或0<k<1．

又*PA*，*PB*与y轴相交，故直线*l*不过点（1，-2）．从而*k*≠-3．

所以直线*l*斜率的取值范围是（-∞，-3）∪（-3，0）∪（0，1）．

（Ⅱ）设*A*（*x*1，*y*1），*B*（*x*2，*y*2）．

由（I）知，．

直线*PA*的方程为*y*–2=．

令*x*=0，得点*M*的纵坐标为．

同理得点*N*的纵坐标为．

由，得，．

所以．

所以为定值．

（20）（共14分）

解：（Ⅰ）因为*α*=（1，1，0），*β*=（0，1，1），所以

*M*(*α*，*α*)= [(1+1−|1−1|)+(1+1−|1−1|)+(0+0−|0−0|)]=2，

*M*(*α*，*β*）= [(1+0–|1−0|)+(1+1–|1–1|)+(0+1–|0–1|)]=1．

（Ⅱ）设*α*=（*x*1，*x* 2，*x*3，*x*4）∈*B*，则*M*(*α*，*α*）= *x*1+*x*2+*x*3+*x*4．

由题意知*x*1，*x* 2，*x*3，*x*4∈{0，1}，且*M*(*α*，*α*)为奇数，

所以*x*1，*x* 2，*x*3，*x*4中1的个数为1或3．

所以*B*{(1，0，0，0），（0，1，0，0)，（0，0，1，0)，（0，0，0，1)，（0，1，1，1)，(1，0，1，1)，(1，1，0，1)，(1，1，1，0)}.

将上述集合中的元素分成如下四组：

（1，0，0，0)，(1，1，1，0)；（0，1，0，0)，(1，1，0，1)；（0，0，1，0)，（1，0，1，1)；（0，0，0，1)，（0，1，1，1).

经验证，对于每组中两个元素*α*，*β*，均有*M*(*α*，*β*）=1.

所以每组中的两个元素不可能同时是集合*B*的元素．

所以集合*B*中元素的个数不超过4.

又集合{（1，0，0，0），（0，1，0，0），（0，0，1，0），（0，0，0，1)}满足条件，

所以集合*B*中元素个数的最大值为4.

（Ⅲ）设*Sk*=( *x*1，*x* 2，…，*xn*）|( *x*1，*x* 2，…，*xn*）∈*A*，*xk* =1，*x*1=*x*2=…=*xk*–1=0）（*k*=1，2，…，*n*)，

*Sn*+1={( *x*1，*x* 2，…，*xn*）| *x*1=*x*2=…=*xn*=0}，

则*A*=*S*1∪*S*1∪…∪*Sn*+1．

对于*Sk*（*k*=1，2，…，*n*–1）中的不同元素*α*，*β*，经验证，*M*(*α*，*β*)≥1.

所以*Sk*（*k*=1，2 ，…，*n*–1）中的两个元素不可能同时是集合*B*的元素．

所以*B*中元素的个数不超过*n*+1.

取e*k*=( *x*1，*x* 2，…，*xn*）∈*Sk*且*xk*+1=…=*xn*=0（*k*=1，2，…，*n*–1）.

令*B*=（e1，e2，…，e*n*–1）∪*Sn*∪*Sn*+1，则集合*B*的元素个数为*n*+1，且满足条件.

故*B*是一个满足条件且元素个数最多的集合．