

2018 年广西梧州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，每小题选对得 3 分，选错、不选或多选均得零分。）

1. (3 分) -8 的相反数是 ()

- A. -8 B. 8 C. $-\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{8}$

【分析】直接根据相反数的定义进行解答即可.

【解答】解：由相反数的定义可知， -8 的相反数是 $-(-8)=8$.

故选：B.

【点评】本题考查的是相反数的定义，即只有符号不同的两个数叫做互为相反数.

2. (3 分) 研究发现，银原子的半径约是 0.00015 微米，把 0.00015 这个数字用科学计数法表示应是 ()

- A. 1.5×10^{-4} B. 1.5×10^{-5} C. 15×10^{-5} D. 15×10^{-6}

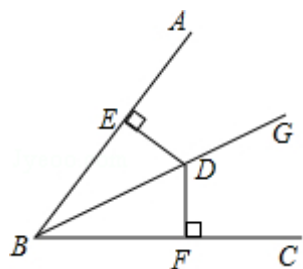
【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学计数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学计数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解： $0.00015=1.5 \times 10^{-4}$,

故选：A.

【点评】本题考查用科学计数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

3. (3 分) 如图，已知 BG 是 $\angle ABC$ 的平分线， $DE \perp AB$ 于点 E ， $DF \perp BC$ 于点 F ， $DE=6$ ，则 DF 的长度是 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

【分析】根据角的平分线上的点到角的两边的距离相等即可得.

【解答】解：∵BG 是 $\angle ABC$ 的平分线， $DE \perp AB$ ， $DF \perp BC$ ，

∴ $DE=DF=6$ ，

故选：D.

【点评】本题主要考查角平分线的性质，解题的关键是掌握角的平分线上的点到角的两边的距离相等.

4. (3 分) 已知 $\angle A=55^\circ$ ，则它的余角是 ()

A. 25° B. 35° C. 45° D. 55°

【分析】由余角定义得 $\angle A$ 的余角为 90° 减去 55° 即可.

【解答】解：∵ $\angle A=55^\circ$ ，

∴它的余角是 $90^\circ - \angle A = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$ ，

故选：B.

【点评】本题考查了角的余角，由其定义很容易解得.

5. (3 分) 下列各式计算正确的是 ()

A. $a+2a=3a$ B. $x^4 \cdot x^3 = x^{12}$ C. $(\frac{1}{x})^{-1} = -\frac{1}{x}$ D. $(x^2)^3 = x^5$

【分析】根据同底数幂的乘法、幂的乘方、负指数幂和合并同类项法则逐个判断即可.

【解答】解：A、 $a+2a=3a$ ，正确；

B、 $x^4 \cdot x^3 = x^7$ ，错误；

C、 $(\frac{1}{x})^{-1} = x$ ，错误；

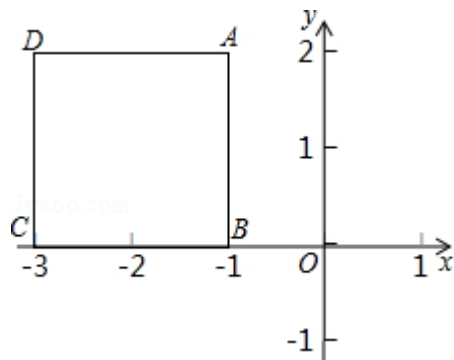
D、 $(x^2)^3 = x^6$ ，错误；

故选：A.

【点评】此题考查同底数幂的乘法、幂的乘方、负指数幂和合并同类项，关键是根据法则计算.

6. (3 分) 如图，在正方形 ABCD 中，A、B、C 三点的坐标分别是 $(-1, 2)$ 、 $(-1, 0)$ 、 $(-3, 0)$ ，将正方形 ABCD 向右平移 3 个单位，则平移后点 D 的坐标是

()



A. $(-6, 2)$ B. $(0, 2)$ C. $(2, 0)$ D. $(2, 2)$

【分析】首先根据正方形的性质求出 D 点坐标，再将 D 点横坐标加上 3，纵坐标不变即可.

【解答】解： \because 在正方形 ABCD 中，A、B、C 三点的坐标分别是 $(-1, 2)$ 、 $(-1, 0)$ 、 $(-3, 0)$ ，

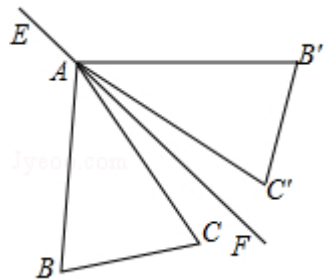
$\therefore D(-3, 2)$ ，

\therefore 将正方形 ABCD 向右平移 3 个单位，则平移后点 D 的坐标是 $(0, 2)$ ，

故选：B.

【点评】本题考查了正方形的性质，坐标与图形变化 - 平移，是基础题，比较简单.

7. (3 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle C=70^\circ$ ， $\triangle AB'C'$ 与 $\triangle ABC$ 关于直线 EF 对称， $\angle CAF=10^\circ$ ，连接 BB' ，则 $\angle ABB'$ 的度数是 ()



A. 30° B. 35° C. 40° D. 45°

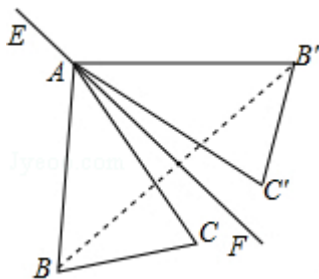
【分析】利用轴对称图形的性质得出 $\triangle BAC \cong \triangle B'AC'$ ，进而结合三角形内角和定理得出答案.

【解答】解：连接 BB'

$\because \triangle AB'C'$ 与 $\triangle ABC$ 关于直线 EF 对称，

$\therefore \triangle BAC \cong \triangle B'AC'$,
 $\because AB=AC, \angle C=70^\circ$,
 $\therefore \angle ABC=\angle AC'B'=\angle AB'C'=70^\circ$,
 $\therefore \angle BAC=\angle B'AC'=40^\circ$,
 $\because \angle CAF=10^\circ$,
 $\therefore \angle C'AF=10^\circ$,
 $\therefore \angle BAB'=40^\circ+10^\circ+10^\circ+40^\circ=100^\circ$,
 $\therefore \angle ABB'=\angle AB'B=40^\circ$.

故选：C.



【点评】此题主要考查了轴对称图形的性质以及等腰三角形的性质，正确得出 $\angle BAC$ 度数是解题关键.

8. (3 分) 一组数据：3，4，5，x，8 的众数是 5，则这组数据的方差是 ()
 A. 2 B. 2.4 C. 2.8 D. 3

【分析】根据数据的众数确定出 x 的值，进而求出方差即可.

【解答】解： \because 一组数据 3，4，5，x，8 的众数是 5，

$\therefore x=5$,

\therefore 这组数据的平均数为 $\frac{1}{5} \times (3+4+5+5+8) = 5$,

则这组数据的方差为 $\frac{1}{5} \times [(3-5)^2 + (4-5)^2 + 2 \times (5-5)^2 + (8-5)^2] = 2.8$.

故选：C.

【点评】此题考查了方差，众数，熟练掌握各自的定义是解本题的关键.

9. (3 分) 小燕一家三口在商场参加抽奖活动，每人只有一次抽奖机会：在一个不透明的箱子中装有红、黄、白三种球各 1 个，这些球除颜色外无其他差别，从

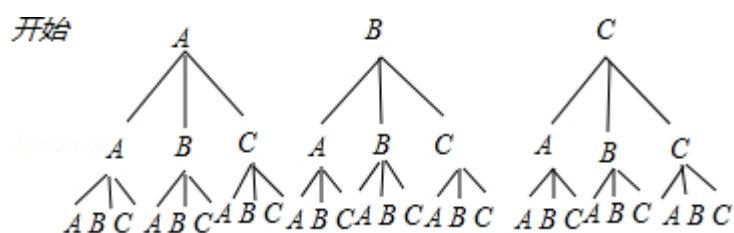
箱子中随机摸出 1 个球，然后放回箱子中轮到下一个人摸球，三人摸到球的颜色都不相同的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{27}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{2}{9}$

【分析】画出树状图，利用概率公式计算即可．

【解答】解：如图，一共有 27 种可能，三人摸到球的颜色都不相同有 6 种可能，

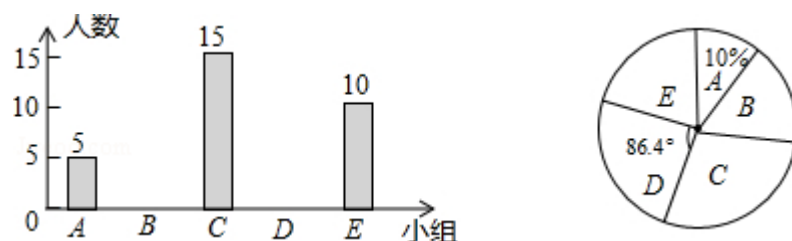
$$\therefore P(\text{三人摸到球的颜色都不相同}) = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}.$$



故选：D．

【点评】本题考查列表法与树状图，解题的关键是学会利用树状图解决概率问题．

10. (3 分) 九年级一班同学根据兴趣分成 A、B、C、D、E 五个小组，把各小组人数分布绘制成如图所示的不完整统计图．则 D 小组的人数是（ ）



- A. 10 人 B. 11 人 C. 12 人 D. 15 人

【分析】从条形统计图可看出 A 的具体人数，从扇形图找到所占的百分比，可求出总人数．然后结合 D 所占的百分比求得 D 小组的人数．

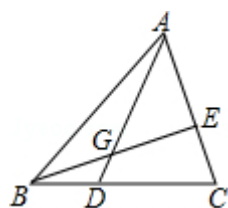
【解答】解：总人数 $= \frac{5}{10\%} = 50$ (人)

D 小组的人数 $= 50 \times \frac{86.4}{360} = 12$ (人)．

故选：C．

【点评】本题考查了条形统计图和扇形统计图，从上面可得到具体的值，以及用样本估计总体和扇形统计图，扇形统计图表示部分占整体的百分比．

11. (3分) 如图, $AG:GD=4:1$, $BD:DC=2:3$, 则 $AE:EC$ 的值是 ()



A. $3:2$ B. $4:3$ C. $6:5$ D. $8:5$

【分析】过点 D 作 $DF \parallel CA$ 交 BE 于 F , 如图, 利用平行线分线段成比例定理, 由 $DF \parallel CE$ 得到 $\frac{DF}{CE} = \frac{BD}{BC} = \frac{2}{5}$, 则 $CE = \frac{5}{2}DF$, 由 $DF \parallel AE$ 得到 $\frac{DF}{AE} = \frac{DG}{AG} = \frac{DF}{AE} = \frac{1}{4}$, 则 $AE = 4DF$, 然后计算 $\frac{AE}{EC}$ 的值.

【解答】解: 过点 D 作 $DF \parallel CA$ 交 BE 于 F , 如图,

$\because DF \parallel CE$,

$$\therefore \frac{DF}{CE} = \frac{BD}{BC},$$

而 $BD:DC=2:3$,

$$\therefore \frac{DF}{CE} = \frac{2}{5}, \text{ 则 } CE = \frac{5}{2}DF,$$

$\because DF \parallel AE$,

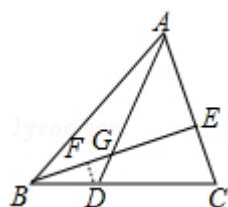
$$\therefore \frac{DF}{AE} = \frac{DG}{AG},$$

$\because AG:GD=4:1$,

$$\therefore \frac{DF}{AE} = \frac{1}{4}, \text{ 则 } AE = 4DF,$$

$$\therefore \frac{AE}{EC} = \frac{4DF}{\frac{5}{2}DF} = \frac{8}{5}.$$

故选: D.



【点评】本题考查了平行线分线段成比例: 三条平行线截两条直线, 所得的对应线段成比例. 平行于三角形一边的直线截其他两边 (或两边的延长线), 所得的对应线段成比例.

12. (3 分) 按一定规律排列的一系列数依次为: 2, 3, 10, 15, 26, 35, ..., 按此规律排列下去, 则这列数中的第 100 个数是 ()

A. 9999 B. 10000 C. 10001 D. 10002

【分析】观察不难发现, 第奇数是序数的平方加 1, 第偶数是序数的平方减 1, 据此规律得到正确答案即可.

【解答】解: \because 第奇数个数 $2=1^2+1$,

$$10=3^2+1,$$

$$26=5^2+1,$$

...,

第偶数个数 $3=2^2-1$,

$$15=4^2-1,$$

$$25=6^2-1,$$

...,

\therefore 第 100 个数是 $100^2-1=9999$,

故选: A.

【点评】本题是对数字变化规律的考查, 分数所在的序数为奇数和偶数两个方面考虑求解是解题的关键, 另外对平方数的熟练掌握也很关键.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. (3 分) 式子 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 $x \geq 3$.

【分析】直接利用二次根式的有意义的条件得出 x 的取值范围, 进而得出答案.

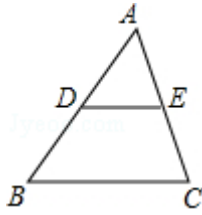
【解答】解: 由题意可得: $x-3 \geq 0$,

解得: $x \geq 3$.

故答案为: $x \geq 3$.

【点评】此题主要考查了二次根式有意义的条件, 正确掌握二次根式的定义是解题关键.

14. (3 分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点, $BC=6\text{cm}$, 则 DE 的长度是 3 cm .



【分析】根据三角形中位线定理解答．

【解答】解：∵D、E 分别是 AB、AC 的中点，

∴DE 是△ABC 的中位线，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC = 3\text{cm},$$

故答案为：3．

【点评】本题考查的是三角形中位线定理，掌握三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半是解题的关键．

15. (3 分) 已知直线 $y=ax$ ($a \neq 0$) 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象一个交点坐标为 (2, 4)，则它们另一个交点的坐标是 (-2, -4)．

【分析】反比例函数的图象是中心对称图形，则经过原点的直线的两个交点一定关于原点对称，据此进行解答．

【解答】解：∵反比例函数的图象与经过原点的直线的两个交点一定关于原点对称，

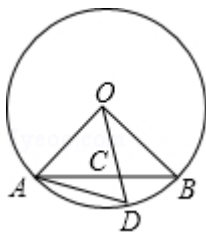
∴另一个交点的坐标与点 (2, 4) 关于原点对称，

∴该点的坐标为 (-2, -4)．

故答案为：(-2, -4)．

【点评】本题主要考查了反比例函数图象的中心对称性，要求同学们要熟练掌握关于原点对称的两个点的坐标的横、纵坐标都互为相反数．

16. (3 分) 如图，已知在⊙O 中，半径 $OA=\sqrt{2}$ ，弦 $AB=2$ ， $\angle BAD=18^\circ$ ，OD 与 AB 交于点 C，则 $\angle ACO=$ 81 度．



【分析】根据勾股定理的逆定理可以判断 $\triangle AOB$ 的形状，由圆周角定理可以求得 $\angle BOD$ 的度数，再根据三角形的外角和不相邻的内角的关系，即可求得 $\angle AOC$ 的度数.

【解答】解： $\because OA=\sqrt{2}$ ， $OB=\sqrt{2}$ ， $AB=2$ ，

$\therefore OA^2+OB^2=AB^2$ ， $OA=OB$ ，

$\therefore \triangle AOB$ 是等腰直角三角形， $\angle AOB=90^\circ$ ，

$\therefore \angle OBA=45^\circ$ ，

$\because \angle BAD=18^\circ$ ，

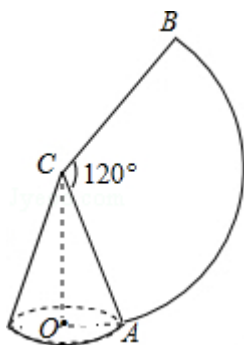
$\therefore \angle BOD=36^\circ$ ，

$\therefore \angle ACO=\angle OBA+\angle BOD=45^\circ+36^\circ=81^\circ$ ，

故答案为：81.

【点评】本题考查圆周角定理、勾股定理的逆定理、等腰三角形的性质，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答.

17. (3分) 如图，圆锥侧面展开得到扇形，此扇形半径 $CA=6$ ，圆心角 $\angle ACB=120^\circ$ ，则此圆锥高 OC 的长度是 $4\sqrt{2}$.



【分析】先根据圆锥的侧面展开图，扇形的弧长等于该圆锥的底面圆的周长，求出 OA ，最后用勾股定理即可得出结论.

【解答】解：设圆锥底面圆的半径为 r ，

$\because AC=6, \angle ACB=120^\circ,$

$$\therefore l_{\widehat{AB}} = \frac{120\pi \times 6}{180} = 2\pi r,$$

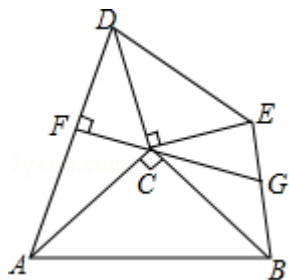
$\therefore r=2$, 即: $OA=2$,

在 $Rt\triangle AOC$ 中, $OA=2, AC=6$, 根据勾股定理得, $OC=\sqrt{AC^2-OA^2}=4\sqrt{2}$,

故答案为: $4\sqrt{2}$.

【点评】此题主要考查了扇形的弧长公式, 勾股定理, 求出 OA 是解本题的关键.

18. (3分) 如图, 点 C 为 $Rt\triangle ACB$ 与 $Rt\triangle DCE$ 的公共点, $\angle ACB=\angle DCE=90^\circ$, 连接 AD 、 BE , 过点 C 作 $CF \perp AD$ 于点 F , 延长 FC 交 BE 于点 G . 若 $AC=BC=25$, $CE=15$, $DC=20$, 则 $\frac{EG}{BG}$ 的值为 $\frac{3}{4}$.



【分析】过 E 作 $EH \perp GF$ 于 H , 过 B 作 $BP \perp GF$ 于 P , 依据 $\triangle EHG \sim \triangle BPG$, 可得 $\frac{EG}{BG} = \frac{EH}{BP}$, 再根据 $\triangle DCF \sim \triangle CEH$, $\triangle ACF \sim \triangle CBP$, 即可得到 $EH = \frac{3}{4}CF$, $BP = CF$, 进而得出 $\frac{EG}{BG} = \frac{3}{4}$.

【解答】解: 如图, 过 E 作 $EH \perp GF$ 于 H , 过 B 作 $BP \perp GF$ 于 P , 则 $\angle EHG = \angle BPG = 90^\circ$, 又 $\because \angle EGH = \angle BGP$,

$$\therefore \triangle EHG \sim \triangle BPG,$$

$$\therefore \frac{EG}{BG} = \frac{EH}{BP},$$

$$\because CF \perp AD,$$

$$\therefore \angle DFC = \angle AFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DFC = \angle CHF, \angle AFC = \angle CPB,$$

$$\text{又} \because \angle ACB = \angle DCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDF = \angle ECH, \angle FAC = \angle PCB,$$

$$\therefore \triangle DCF \sim \triangle CEH, \triangle ACF \sim \triangle CBP,$$

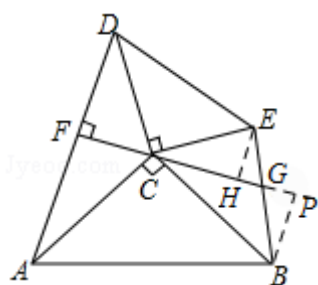
$$\therefore \frac{EH}{CF} = \frac{CE}{DC} = \frac{3}{4}, \quad \frac{BP}{CF} = \frac{BC}{CA} = 1,$$

$$\therefore EH = \frac{3}{4}CF, \quad BP = CF,$$

$$\therefore \frac{EH}{BP} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \frac{EG}{BG} = \frac{3}{4},$$

故答案为: $\frac{3}{4}$.



【点评】本题主要考查了相似三角形的判定与性质，解决问题的关键是作辅助线构造相似三角形，利用相似三角形的对应边成比例进行推算.

三、解答题（本大题共 8 小题，满分 66 分，）

19. (6 分) 计算: $\sqrt{9} - 2^5 \div 2^3 + |-1| \times 5 - (\pi - 3.14)^0$

【分析】依据算术平方根的定义、有理数的乘方法则、绝对值的性质、有理数的乘法法则、零指数幂的性质进行计算，最后，再进行加减计算即可.

【解答】解: 原式 $= 3 - 32 \div 8 + 5 - 1 = 3 - 4 + 5 - 1 = 3$.

【点评】本题主要考查的是实数的运算，熟练掌握运算是解题的关键.

20. (6 分) 解方程: $2x^2 - 4x - 30 = 0$.

【分析】利用因式分解法解方程即可;

【解答】解: $\because 2x^2 - 4x - 30 = 0$,

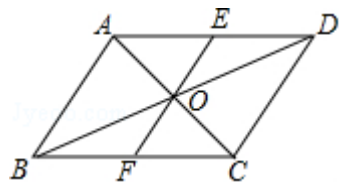
$$\therefore x^2 - 2x - 15 = 0,$$

$$\therefore (x - 5)(x + 3) = 0,$$

$$\therefore x_1 = 5, \quad x_2 = -3.$$

【点评】本题考查一元二次方程的解法 - 因式分解法，解题的关键是熟练掌握解一元二次方程的解法，属于中考基础题.

21. (6分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 相交于点 O , 过点 O 的一条直线分别交 AD , BC 于点 E , F . 求证: $AE=CF$.



【分析】利用平行四边形的性质得出 $AO=CO$, $AD \parallel BC$, 进而得出 $\angle EAO = \angle FCO$, 再利用 ASA 求出 $\triangle AOE \cong \triangle COF$, 即可得出答案.

【解答】证明: $\because \square ABCD$ 的对角线 AC , BD 交于点 O ,

$$\therefore AO=CO, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EAO = \angle FCO,$$

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle COF$ 中

$$\begin{cases} \angle EAO = \angle FCO \\ AO = CO \\ \angle AOE = \angle COF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AE=CF.$$

【点评】此题主要考查了全等三角形的判定与性质以及平行四边形的性质, 熟练掌握全等三角形的判定方法是解题关键.

22. (8分) 解不等式组 $\begin{cases} 3x-6 \leq x \\ \frac{4x+5}{10} < \frac{x+1}{2} \end{cases}$, 并求出它的整数解, 再化简代数式 $\frac{x+3}{x^2-2x+1} \cdot (\frac{x}{x+3} - \frac{x-3}{x^2-9})$, 从上述整数解中选择一个合适的数, 求此代数式的值.

【分析】先解不等式组求得 x 的整数解, 再根据分式混合运算顺序和运算法则化简原式, 最后选取使分式有意义的 x 的值代入计算可得.

【解答】解: 解不等式 $3x-6 \leq x$, 得: $x \leq 3$,

$$\text{解不等式 } \frac{4x+5}{10} < \frac{x+1}{2}, \text{ 得: } x > 0,$$

则不等式组的解集为 $0 < x \leq 3$,

所以不等式组的整数解为 1、2、3,

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= \frac{x+3}{(x-1)^2} \cdot \left[\frac{x^2-3x}{(x+3)(x-3)} - \frac{x-3}{(x+3)(x-3)} \right] \\
 &= \frac{x+3}{(x-1)^2} \cdot \frac{(x-1)(x-3)}{(x+3)(x-3)} \\
 &= \frac{1}{x-1},
 \end{aligned}$$

$$\because x \neq \pm 3, 1,$$

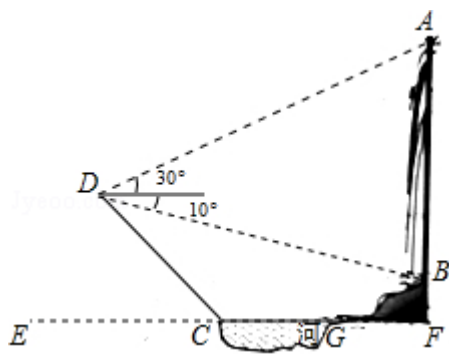
$$\therefore x=2,$$

则原式=1.

【点评】此题主要考查了分式的化简求值以及不等式组的解法，正确进行分式的混合运算是解题关键.

23. (8分) 随着人们生活水平的不断提高，旅游已成为人们的一种生活时尚. 为开发新的旅游项目，我市对某山区进行调查，发现一瀑布. 为测量它的高度，测量人员在瀑布的对面山上 D 点处测得瀑布顶端 A 点的仰角是 30° ，测得瀑布底端 B 点的俯角是 10° ，AB 与水平面垂直. 又在瀑布下的水平面测得 $CG=27\text{m}$ ， $GF=17.6\text{m}$ (注：C、G、F 三点在同一直线上， $CF \perp AB$ 于点 F). 斜坡 $CD=20\text{m}$ ，坡角 $\angle ECD=40^\circ$. 求瀑布 AB 的高度.

(参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73$ ， $\sin 40^\circ \approx 0.64$ ， $\cos 40^\circ \approx 0.77$ ， $\tan 40^\circ \approx 0.84$ ， $\sin 10^\circ \approx 0.17$ ， $\cos 10^\circ \approx 0.98$ ， $\tan 10^\circ \approx 0.18$)



【分析】过点 D 作 $DM \perp CE$ ，交 CE 于点 M，作 $DN \perp AB$ ，交 AB 于点 N，在 $\text{Rt}\triangle CMD$ 中，通过解直角三角形可求出 CM 的长度，进而可得出 MF、DN 的长度，再在 $\text{Rt}\triangle BDN$ 、 $\text{Rt}\triangle ADN$ 中，利用解直角三角形求出 BN、AN 的长度，结合 $AB=AN+BN$ 即可求出瀑布 AB 的高度.

【解答】解：过点 D 作 $DM \perp CE$ ，交 CE 于点 M，作 $DN \perp AB$ ，交 AB 于点 N，如

图所示.

在 $\text{Rt}\triangle CMD$ 中, $CD=20\text{m}$, $\angle DCM=40^\circ$, $\angle CMD=90^\circ$,

$$\therefore CM=CD \cdot \cos 40^\circ \approx 15.4\text{m}, DM=CD \cdot \sin 40^\circ \approx 12.8\text{m},$$

$$\therefore DN=MF=CM+CG+GF=60\text{m}.$$

在 $\text{Rt}\triangle BDN$ 中, $\angle BDN=10^\circ$, $\angle BND=90^\circ$, $DN=60\text{m}$,

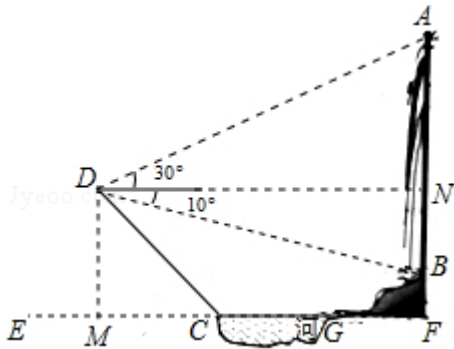
$$\therefore BN=DN \cdot \tan 10^\circ \approx 10.8\text{m}.$$

在 $\text{Rt}\triangle ADN$ 中, $\angle ADN=30^\circ$, $\angle AND=90^\circ$, $DN=60\text{m}$,

$$\therefore AN=DN \cdot \tan 30^\circ \approx 34.6\text{m}.$$

$$\therefore AB=AN+BN=45.4\text{m}.$$

答: 瀑布 AB 的高度约为 45.4 米.



【点评】本题考查了解直角三角形的应用中的仰角俯角问题及坡度坡角问题, 通过解直角三角形求出 AN 、 BN 的长度是解题的关键.

24. (10 分) 我市从 2018 年 1 月 1 日开始, 禁止燃油助力车上路, 于是电动自行车的市场需求量日渐增多. 某商店计划最多投入 8 万元购进 A、B 两种型号的电动自行车共 30 辆, 其中每辆 B 型电动自行车比每辆 A 型电动自行车多 500 元. 用 5 万元购进的 A 型电动自行车与用 6 万元购进的 B 型电动自行车数量一样.

(1) 求 A、B 两种型号电动自行车的进货单价;

(2) 若 A 型电动自行车每辆售价为 2800 元, B 型电动自行车每辆售价为 3500 元, 设该商店计划购进 A 型电动自行车 m 辆, 两种型号的电动自行车全部销售后可获利润 y 元. 写出 y 与 m 之间的函数关系式;

(3) 该商店如何进货才能获得最大利润? 此时最大利润是多少元?

【分析】（1）设 A、B 两种型号电动自行车的进货单价分别为 x 元（ $x+500$ ）元，构建分式方程即可解决问题；

（2）根据总利润=A 型两人+B 型的利润，列出函数关系式即可；

（3）利用一次函数的性质即可解决问题；

【解答】解：（1）设 A、B 两种型号电动自行车的进货单价分别为 x 元（ $x+500$ ）元．

由题意：
$$\frac{50000}{x} = \frac{60000}{x+500},$$

解得 $x=2500$ ，

经检验： $x=2500$ 是分式方程的解．

答：A、B 两种型号电动自行车的进货单价分别为 2500 元 3000 元．

（2） $y=300m+500(30-m)=-200m+15000$ （ $20 \leq m \leq 30$ ），

（3） $\because y=300m+500(30-m)=-200m+15000$ ，

$\because -200 < 0$ ， $20 \leq m \leq 30$ ，

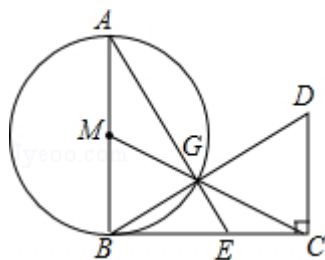
$\therefore m=20$ 时， y 有最大值，最大值为 11000 元．

【点评】本题考查一次函数的应用、分式方程的应用等知识，解题的关键是理解题意，学会正确寻找等量关系，构建方程解决问题，属于中考常考题型．

25.（10 分）如图，AB 是 $\odot M$ 的直径，BC 是 $\odot M$ 的切线，切点为 B，C 是 BC 上（除 B 点外）的任意一点，连接 CM 交 $\odot M$ 于点 G，过点 C 作 $DC \perp BC$ 交 BG 的延长线于点 D，连接 AG 并延长交 BC 于点 E．

（1）求证： $\triangle ABE \sim \triangle BCD$ ；

（2）若 $MB=BE=1$ ，求 CD 的长度．



【分析】（1）根据直径所对圆周角和切线性质，证明三角形相似；

（2）利用勾股定理和面积法得到 AG、GE，根据三角形相似求得 GH，得到 MB、GH 和 CD 的数量关系，求得 CD.

【解答】（1）证明：∵BC 为⊙M 切线

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ$$

$$\therefore DC \perp BC$$

$$\therefore \angle BCD = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BCD$$

∵AB 是⊙M 的直径

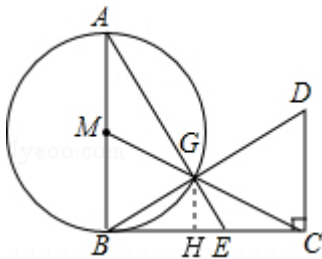
$$\therefore \angle AGB = 90^\circ$$

即：BG ⊥ AE

$$\therefore \angle CBD = \angle A$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle BCD$$

（2）解：过点 G 作 GH ⊥ BC 于 H



$$\therefore MB = BE = 1$$

$$\therefore AB = 2$$

$$\therefore AE = \sqrt{AB^2 + BE^2} = \sqrt{5}$$

由（1）根据面积法

$$AB \cdot BE = BG \cdot AE$$

$$\therefore BG = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

由勾股定理：

$$AG = \frac{4\sqrt{5}}{5}, \quad GE = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore GH \parallel AB$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{GH}{AB} &= \frac{GE}{AE} \\ \therefore \frac{GH}{2} &= \frac{\frac{\sqrt{5}}{5}}{\frac{5\sqrt{5}}{5}} \\ \therefore GH &= \frac{2}{5}\end{aligned}$$

又 $\because GH \parallel AB$

$$\frac{HC}{BC} = \frac{GH}{MB} \text{ ①}$$

$$\text{同理: } \frac{BH}{BC} = \frac{GH}{DC} \text{ ②}$$

①+②, 得

$$\begin{aligned}\frac{HC+BH}{BC} &= \frac{GH}{MB} + \frac{GH}{DC} \\ \therefore \frac{GH}{MB} + \frac{GH}{DC} &= 1 \\ \therefore CD &= \frac{2}{3}\end{aligned}$$

【点评】本题是几何综合题, 综合考察了圆周角定理、切线性质和三角形相似. 解答时, 注意根据条件构造相似三角形.

26. (12 分) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx-\frac{9}{2}$ 与 x 轴交于 $A(1, 0)$ 、 $B(6, 0)$ 两点,

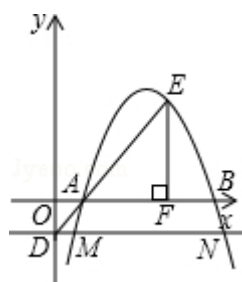
D 是 y 轴上一点, 连接 DA , 延长 DA 交抛物线于点 E .

(1) 求此抛物线的解析式;

(2) 若 E 点在第一象限, 过点 E 作 $EF \perp x$ 轴于点 F , $\triangle ADO$ 与 $\triangle AEF$ 的面积比为

$$\frac{S_{\triangle ADO}}{S_{\triangle AEF}} = \frac{1}{9}, \text{ 求出点 } E \text{ 的坐标;}$$

(3) 若 D 是 y 轴上的动点, 过 D 点作与 x 轴平行的直线交抛物线于 M 、 N 两点, 是否存在点 D , 使 $DA^2 = DM \cdot DN$? 若存在, 请求出点 D 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【分析】（1）根据待定系数法，可得函数解析式；

（2）根据相似三角形的判定与性质，可得 AF 的长，根据自变量与函数值的对应关系，可得答案；

（3）根据两点间距离，可得 AD 的长，根据根与系数的关系，可得 $x_1 \cdot x_2$ ，根据 $DA^2 = DM \cdot DN$ ，可得关于 n 的方程，根据解方程，可得答案．

【解答】解：（1）将 A（1，0），B（6，0）代入函数解析式，得

$$\begin{cases} a+b-\frac{9}{2}=0 \\ 36a+6b-\frac{9}{2}=0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-\frac{3}{4} \\ b=\frac{21}{4} \end{cases},$$

抛物线的解析式为 $y = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{21}{4}x - \frac{9}{2}$;

（2） $\because EF \perp x$ 轴于点 F，

$\therefore \angle AFE = 90^\circ$.

$\because \angle AOD = \angle AFE = 90^\circ$, $\angle OAD = \angle FAE$,

$\therefore \triangle AOD \sim \triangle AFE$.

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADO}}{S_{\triangle AEF}} = \frac{AO}{AF} = \frac{1}{9},$$

$\because AO = 1$,

$\therefore AF = 3$, $OF = 3 + 1 = 4$,

当 $x = 4$ 时, $y = -\frac{3}{4} \times 4^2 + \frac{21}{4} \times 4 - \frac{9}{2} = \frac{9}{2}$,

$\therefore E$ 点坐标是 $(4, \frac{9}{2})$,

（3）存在点 D，使 $DA^2 = DM \cdot DN$ ，理由如下：

设 D 点坐标为 $(0, n)$,

$$AD^2=1+n^2,$$

$$\text{当 } y=n \text{ 时, } -\frac{3}{4}x^2+\frac{21}{4}x-\frac{9}{2}=n$$

化简, 得

$$-3x^2+21x-18-4n=0,$$

设方程的两根为 x_1, x_2 ,

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{18+4n}{3}$$

$$DM=x_1, DN=x_2,$$

$$DA^2=DM \cdot DN, \text{ 即 } 1+n^2=\frac{18+4n}{3},$$

化简, 得

$$3n^2-4n-15=0,$$

$$\text{解得 } n_1=\frac{5}{3}, n_2=3,$$

\therefore D 点坐标为 $(0, -\frac{5}{3})$ 或 $(0, 3)$.

【点评】 本题考查了二次函数综合题, 解(1)的关键是待定系数法; 解(2)的关键是利用相似三角形的判定与性质得出 AF 的长; 解(3)的关键是利用根与系数的关系得出 $x_1 \cdot x_2$, 又利用了解方程.